

Р. С. Ф. С. Р.

ИЗДАТЕЛЬСТВО ГЛАВНОЙ ВОЕННО-МОРСКОЙ НАУЧНОЙ РЕДАКЦИИ.

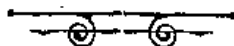
В. П. Мадисов.

К У Р С

ПО

ИСТЕЧЕНИЮ ГАЗОВ И ПАРОВ.

Морская Академия.



ПЕТРОГРАД.

Десятая Государственная типограф., в Главном Адмиралтействе.

1920.

ПРЕДИСЛОВИЕ.

При составлении настоящего курса, помимо периодической технической литературы, я руководствовался главным образом нижеследующими сочинениями:

Lorenz И. Technische Wärmelehre.

Schüle W. Technische Thermodynamik.

Stodola A. Die Dampfturbinen.

Wagner P. Der Wirkungsgrad von Dampfturbinen—Beschaulungen.

Weyrauch J. Grundriss der Wärmetheorie.

В. Мадисов.

Петроград. 1919 г.

ИСТЕЧЕНИЕ ГАЗОВ И ПАРОВ.

§ 1. Истечение через короткие цилиндрические насадки.

Предположим, что мы имеем некоторый горизонтальный столб газа, находящийся в движении. Пусть (черт. 1) сечение этого столба, нормальное к направлению движения равно F , а направление движения совпадает с осью x .

Выделим из этого столба элементарный слой газа толщиной dx , тогда в момент времени t давления на концевые плоскости этого столба будут:

$$p \text{ и } p + \frac{\partial p}{\partial x} dx \dots \dots \dots (1).$$

Частная производная здесь взята потому, что p в общем случае есть функция и от времени t .

В общем случае скорость движения газа w есть также функция от x и t , а потому ускорение будет:

$$\frac{dw}{dt} = \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{dx}{dt} \dots \dots \dots (2).$$

и уравнение движения газа, следовательно, будет:

$$p F - \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} dx \right) F = \frac{\gamma F dx}{g} \left(\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{dx}{dt} \right)$$

или

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\gamma}{g} \left(\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{dx}{dt} \right),$$

или

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\gamma}{g} \left(\frac{\partial w}{\partial t} + w \frac{\partial w}{\partial x} \right) \dots \dots \dots (3).$$

Если рассматриваемое нами движение *установившееся*, т. е. такое, где через каждое сечение в единицу времени проходит всегда одно и то-же количество газа, то очевидно, что как скорость, так и давление газа в каждом данном месте не будет зависеть от времени. В этом случае мы, следовательно, будем иметь, что

$$\frac{\partial p}{\partial x} dx = dp,$$

$$\frac{\partial w}{\partial x} dx = dw,$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} = 0,$$

и уравнение (3) примет следующий вид:

$$dp = - \frac{\gamma}{g} w dw \dots \dots \dots (4)$$

или, так как

$$\gamma = \frac{1}{v},$$

$$- v dp = \frac{w dw}{g} \dots \dots \dots (4a).$$

Предположим теперь, что истечение газа происходит адиабатически через насадку, т. е. что стенки насадки суть абсолютные непроходники тепла, и пусть истечение совершается из сосуда (черт. 2), в котором поддерживается постоянное давление p_1 , в пространство, в котором давлению также постоянно (напр. в атмосферу). Адиабатически процесс будет протекать во всяком случае на протяжении насадки, что же будет происходить по выходе из насадки, мы пока оставим без внимания.

Тогда для изменения состояния внутри насадки мы будем иметь уравнение:

$$p v^\kappa = p_1 v_1^\kappa \dots \dots \dots (5),$$

благодаря которому уравнение (4а) может быть проинтегрировано и мы будем иметь:

$$\frac{w^2 - w_1^2}{2g} = \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right] \dots (6).$$

В этом уравнении w_1 означает начальную скорость газа в сосуде, а w — скорость в том месте насадки, где давление = p .

Если $w_1 = 0$, то мы будем иметь:

$$w = \sqrt{\frac{2gk}{k-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} \dots (7).$$

Этому выражению можно придать еще другой вид, заметив что:

$$p_1 v_1 = pv \left(\frac{v}{v_1} \right)^{k-1} = pv \left(\frac{p_1}{p} \right)^{\frac{k-1}{k}}.$$

Тогда из уравнения (7) получим:

$$w = \sqrt{\frac{2gk}{k-1} pv \left[\left(\frac{p_1}{p} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]} \dots (8).$$

Если w относится к выходному сечению, то $gkpv = a^2 =$ скорости звука ¹⁾, соответствующей состоянию газа в выходном сечении, т. е. можем написать:

$$w = a \sqrt{\frac{2}{k-1} \left[\left(\frac{p_1}{p} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]} \dots (9).$$

Весовое количество вытекающего газа будет:

$$G = F w \gamma \dots (10).$$

где γ относится к выходному сечению.

Подставив в это выражение значение для w из уравнения (7), получим:

$$G = F \gamma \sqrt{\frac{2gk}{k-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} \dots (11)$$

См. приложение об определении скорости звука.

Раньше, чем рассматривать дальше полученные формулы, сравним получаемые по ним результаты с результатами опыта. Для этого необходимо прежде всего знать состояние газа в выходном сечении. Так как это состояние не может быть определено непосредственным измерением, то мы примем сначала гипотезу, что в устье насадки царит то-же давление, что в окружающей среде. Тогда, зная p и начальное состояние газа (p_1, v_1), мы из уравнения (5) найдем γ и v . Так как и скорость w нельзя непосредственно измерить, то для проверки теории нам остается единственно воспользоваться формулой (11) для вытекающего в единицу времени весового количества газа.

По формуле (11) для $p = p_1$ и $p = 0$, имеем $G = 0$, так как при $p = 0$ и $\gamma = 0$.

Для $p = p_1$ это понятно, так как в этом случае никакого истечения не будет, но для $p = 0$ этот результат явно абсурден и показывает, что или наша формула (11) не верна, или же сделанное нами предположение относительно давления в устье не соответствует действительности.

Это противоречие было замечено и St. Venant и Wantzel'ем (1839 г.), которыми впервые была дана формула (6), и они справедливо заключили из своих опытов, что в этом случае G должно быть максимум.

Если изобразить графически значение для G по формуле (11) в зависимости от $\frac{p}{p_1}$, то получим некоторую кривую (черт. 3), по которой увидим, что G_{\max} достигается значительно раньше, чем $p = 0$, а именно при некотором $p = p_k$. Это давало повод думать, что на всем протяжении от p_k до $p = 0$ количество G должно оставаться неизменным и независимым от давления перед устьем. St. Venant и Wantzel, поэтому, начиная от $p = p_k$, заменили пунктирную ветвь кривой прямой, параллельной оси p , и полагали это доказанными своими, правда весьма несовершенными, опытами. Факт этот в то время сильно оспаривался. Причина этого явления по мнению St. Venant'a и Wantzel'я заключалась в различии давления в устье в этом случае от давления перед устьем.

Чтобы исследовать этот вопрос, напишем условие, что G не зависит от p .

Условие это будет:

$$\frac{dG}{dp} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12).$$

Это условие, очевидно, вместе с тем есть и условие для G_{\max} .

Согласно уравнения (10).

$$G = F w \gamma,$$

откуда

$$\frac{dG}{dp} = F\gamma \frac{dw}{dp} + Fw \frac{d\gamma}{dp} = 0. \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

или, так как $F = \text{Const.}$

$$\gamma \frac{dw}{dp} + w \frac{d\gamma}{dp} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14).$$

Но

$$\frac{dw}{dp} = - \frac{g}{\gamma w},$$

откуда

$$\frac{d\gamma}{dp} = \frac{g}{w^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$

или скорость, соответствующая G_{\max} , будет:

$$w^2 = g \frac{dp}{d\gamma}.$$

$\frac{dp}{d\gamma}$ надо определить из уравнения для адиабатического процесса

$$\frac{p}{\gamma^n} = \frac{p_1}{\gamma_1^n},$$

откуда

$$\frac{dp}{d\gamma} = k \frac{p}{\gamma} = k p \nu;$$

а потому для w будем иметь:

$$w^2 = g k p \nu = a^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16),$$

т. е. условие получения G_{\max} приводит к скорости истечения, равной скорости звука, соответствующей состоянию в устье насадки, каковое состояние может быть различно от состояния перед устьем.

Исключив из уравнений (9) и (16) w , мы найдем то соотношение между p и p_1 , которое должно существовать при наступлении G_{\max} .

Оно будет:

$$\frac{p_k}{p_1} = \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} \dots \dots \dots (17).$$

Это же соотношение можно было бы вывести и иначе, а именно, взяв прямо производную $\frac{dG}{d\left(\frac{p}{p_1}\right)}$ по уравнению (11) и приравняв ее нулю.

При этом необходимо, конечно, принять во внимание, что k и γ меняется с изменением p .

Подставив в уравнения (7) и (11) вместо $\frac{p}{p_1}$ значение

$\frac{p_k}{p_1}$ из уравнения (17), получим для w_{\max} кроме выражения (16) еще такое:

$$w_{\max} = \sqrt{2g \frac{k}{k+1} p_1 v_1} \dots \dots \dots (18).$$

а для G_{\max} .

$$G_{\max} = F \sqrt{2g \frac{k}{k+1} \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} \frac{p_1}{v_1}} \dots \dots \dots (19) *).$$

*) Так как для сухого насыщенного пара $k=1,135$, а для перегретого—1,3, то в частности будем иметь:

Для сухого насыщенного пара:

$$w_{\max} = 323 \sqrt{p_1 v_1} \dots \dots \dots (20)$$

Для перегретого пара:

$$w_{\max} = 333 \sqrt{p_1 v_1} \dots \dots \dots (21)$$

Для сухого насыщенного пара:

$$G_{\max} = 199 F \sqrt{\frac{p_1}{v_1}} \dots \dots \dots (22).$$

Для перегретого пара:

$$G_{\max} = 209 F \sqrt{\frac{p_1}{v_1}} \dots \dots \dots (23).$$

В формулах (20) по (23) давление p_1 принято в килограмм на кв. сантиметр, удельный объем (объем 1 килограмм пара) v_1 — в кубических метрах, а площадь выходного сечения F — в кв. метрах.

Давление p_k , определяемое уравнением (17) крит, следовательно, в устье насадки независимо от давления перед устьем, пока это последнее меньше или равно p_k . Если же это давление больше p_k , то количество вытекающего газа при том же начальном давлении p_1 будет меняться с внешним давлением и давление в устье насадки будет устанавливаться равным внешнему давлению, т. е. будет соответствовать сделанному нами предположению.

Давление p_k , определяемое уравнением (17), разграничивает две существенно различных области явлений, а потому мы его будем по Емдену называть *критическим*.

Так как скорость истечения w , согласно уравнения (7), также зависит только от $\frac{p}{p_1}$ при $p_1 v_1 = \text{Const.}$, то, очевидно, в интервале от $\frac{p}{p_1} = 0$ до $\frac{p_k}{p_1}$ и скорость w должна оставаться постоянной $= w_k = a =$ скорости звука.

Кривая для скорости (черт. 4), следовательно, также составит из двух частей, одна ветвь ее от $p = p_1$ до $p = p_k$ будет определяться уравнением (7), другая же часть ее, начиная от $\frac{p}{p_1} = \frac{p_k}{p_1}$ до $\frac{p}{p_1} = 0$, будет изображаться прямой, параллельной оси $\frac{p}{p_1}$, и будет, следовательно, соответствовать наибольшей скорости истечения, равной скорости звука в выходном сечении.

Больше этой скорости, скорости получить *нельзя* при истечении через простое отверстие или цилиндрическую насадку.

Для сравнения полученных выводов с данными опыта необходимо знать критическое отношение давлений, каковое приведено в нижеследующей таблице для некоторых газов и для сухого насыщенного и перегретого пара.

Критическое отношение давлений.

Р О Д Г А З А .	k	$p_k : p_1$	$p_1 : p_k$
Воздух	1.409	0.58	1.90
Водород	1.408	0.58	1.90
Углекислота	1.300	0.5457	1.8325
Сухой насыщенный пар . . .	1.135	0.5774	1.732
Перегретый пар	1.300	0.5457	1.8325

Уравнение (11) можно представить еще в несколько ином виде, если вместо γ подставить

$$\gamma = \frac{1}{v} = \frac{1}{v_1} \left(\frac{p}{p_1} \right)^{\frac{1}{k}}$$

Тогда получим

$$G = F \sqrt{\frac{2 g k}{k-1} \frac{p_1}{v_1} \left[\left(\frac{p}{p_1} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p}{p_1} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]} \dots (24).$$

Если $p_1 v_1 = \text{Const.} = C_1$, что для совершенных газов будет всегда, когда температура в сосуде, из которого происходит истечение, остается неизменной, то для G мы можем написать:

$$G = F p_1 \sqrt{\frac{2 g k}{k-1} \frac{1}{C_1} \left[\left(\frac{p}{p_1} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p}{p_1} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]} \dots (25).$$

Откуда видим, что в этом случае, при том же отношении $\left(\frac{p}{p_1} \right)$, количество вытекающего газа будет пропорционально начальному давлению p_1 .

Когда противодавление $p_2 < p_k$ то, как известно, для данного газа $\frac{p}{p_1} = \frac{p_k}{p_1} = \text{Const.}$, а потому, следовательно, в случае, если противодавление меньше критического, количество вытекающего газа будет прямо пропорционально начальному

давлению, при условии, что температура в сосуде, из которого происходит истечение, остается постоянной.

Для сухого насыщенного пара мы имеем приблизительно

$$p_1 v_1 = \text{Const.}$$

(но только в этом случае температура переменна).

Поэтому, если наша теория справедлива, то и в случае истечения сухого насыщенного пара количество вытекающего пара должно быть пропорционально начальному давлению при том же отношении $\frac{p}{p_1}$ или во всех случаях, когда в устье насадки устанавливается давление равное p_k .

Это, действительно, в полной мере и подтвердилось опытами Gutermuth'a и Blaess'a, произведенными с паром, начиная от давлений, близких к нулю, до 9 кг./см² абсол. Пар брался из котла, высушивался, затем охлаждался и точно взвешивался. Результаты этих опытов представлены графически на черт. 5. Вычерченные кривые относятся к различным давлениям в котле, по оси ординат отложены весовые количества вытекшего пара, а по оси абсцисс давление в холодильнике. Как видно из этого чертежа, кривые получились геометрически подобными, т. е.

$$\frac{oa}{oc} = \frac{ob}{od} = \frac{G'}{G}$$

или

$$\frac{p'_{\text{холод.}}}{p_{\text{холод.}}} = \frac{p'_{\text{кот.}}}{p_{\text{кот.}}} = \frac{G'}{G}.$$

Заметив, что из написанных соотношений следует:

$$\frac{p_{\text{холод.}}}{p_{\text{кот.}}} = \frac{p'_{\text{холод.}}}{p'_{\text{кот.}}},$$

мы получили бы тот же результат и по формуле (25), если только, как это и есть, $p'v = p'v'$.

Всем вышесказанным, однако, еще несколько не разъяснено, почему же при постоянном начальном давлении скорость и количество вытекающего газа остаются постоянными с мо-

мента, когда наружное давление понизится ниже известной вполне определенной величины. Объясняется это тем, что до сих пор мы рассматривали явления только внутри сосуда и выходного отверстия до его устья и оставляли в стороне явления, происходящие по выходе струи. Ключом для разрешения этого вопроса является наступление *скорости звука*, которая указывает на то, что в свободной струе должны появиться звуковые колебания. Последнее обстоятельство вполне подтверждается наблюдениями над свободной струей, а еще лучше фотографированием ее, как это было сделано Mach'ом и Emden'ом. Фотографией можно закрепить лишь явления, происходящие без перемены места, т. е. независимые от времени; если бы по выходе струи в ней появились обмененные звуковые волны, перемещающиеся с течением времени, то фотографии волн не получилось бы, так как одни волны покрыли бы другие.

Когда давления в выходном пространстве были велики, т. е. $p > p_k$, то в струе никаких особых явлений не наблюдалось. Когда же p становилось менее p_k , то в связи с наступлением скорости звука струя резко разделялась на ряд звеньев с попеременным сгущением и разрежением, что указывало на образование внутри струи *стационарных волн*. Сгущениям соответствовало повышение давления и в этом месте струя имела сечение, равное сечению выходного отверстия, в местах же разрежения сечение струи несколько увеличивалось. Таким образом по выходе струи в отдельных ее местах (за исключением мест наибольшего сужения и наименьшего расширения) происходят еще радиальные движения частиц.

На основании этих опытов Emden полагал доказанным, что на поступательную скорость струи расходуется лишь перепад давления от начального до давления в устье, остальная же часть имевшегося в распоряжении перепада превращается «в энергию звуковых колебаний». Этому взгляда придерживались затем еще многие. Так как в опытах Emden'a оставалась совершенно невыясненной величина давления в струе и скорость струи, то Stodola предпринял ряд иссле-

дованый в этом направлении, при чем давления внутри струи определялись при помощи тоненькой, закрытой с конца измерительной трубки, с отверстиями на боковой поверхности (нормально к поверхности), располагавшейся концентрично с исследуемым отверстием. Трубка эта могла быть перемещаемая вдоль по оси, чем достигалась возможность определять давления в различных точках по оси струи.

Отверстия, через которые происходило истечение, имели диаметр 12 мм. и были высверлены в бронзовых пластинках толщиной 20 мм.

Примыкавшая к отверстию паропроводная труба была диаметром 50 мм., паротводная — 70 мм. Измерительная трубка была диаметром 5 мм., отверстия в ней были диаметром 1,5 мм.

Результаты измерений представлены на чертежах 6, 7, 8, 9, 10 и 11. На чертеже 6 представлено изменение давления при отверстии с закругленными входными кромками черт. 7. При истечении в разреженное пространство с давлением около $0,4 \text{ кгр./см}^2$ абс., как будто периодичности в изменении состояния не наблюдается; зато на диаграммах *E* и *F* ясно выражены совершенно правильные и весьма сильные *затухающие колебания*, уменьшающиеся на диаграмме *F* и совершенно пропадающие на диаграмме *G*.

Совершенно подобные же диаграммы изменения давления получаются и при коническом отверстии с незакругленными входными кромками (черт. 8 и 9).

Отклонения, которые наблюдаются при входе в отверстие в случае цилиндрического отверстия с острыми кромками (черт. 10 и 11), происходят вследствие вызываемого острыми кромками сжатия струи (о чем будет изложено ниже). На диаграмме *F*, например, давление сначала падает при входе почти до 3,3 кгр., затем быстро поднимается до 4,4 кгр. и затем уже после небольших колебаний падает до противодавления. И здесь ход изменения давления за отверстием от же, что и раньше. На диаграмме *H* имеется лишь глубокая борозда, обусловленная сжатием струи при входе.

Из этих опытов следует, что взгляд, что будто пар не может расширяться до противодействия, не имеет за собой оснований. Эти опыты наоборот показывают, что пар сначала расширяется до давления низшего чем противодействие и что таким образом с первого же момента слишком много потенциальной энергии превращается в кинетическую. Только этот избыток и переходит в звуковые колебания и затем вследствие трения и вихревых движений на поверхности струи вновь обращается в теплоту.

Так как пар выходит в среду меньшего давления, чем давление в устье отверстия, то несомненно, что колебания будут происходить не только в осевом, но и в радиальном направлении.

Для проверки точности выведенной выше теоретической формулы для истечения сыжи произведены многочисленные опыты.

Rateau нашел, что действительный расход приблизительно на 0,5% больше теоретического.

Произведенные Gutermuth'ом опыты над истечением через отверстия различной формы (черт. 12) сведены в диаграмме на черт. 13¹⁾. На этой диаграмме представлена зависимость количества вытекающего сухого насыщенного пара в килограммах в минуту при различных противодействиях и начальном давлении 9 кг/см². абс.

Отверстия II и V вероятнее всего работали без сжатия струи; у всех же остальных несомненно происходило сжатие струи, что явствует из сравнения полученных расходов пара.

Gutermuth под «коэффициентом сжатия» разумеет отношение действительного расхода к расходу при отсутствии сжатия, т. е. к расходу через отверстие II. Из своих опытов он нашел:

Давлен. за отверстием: 8,8 8,5 8,0 7,0 6,0 5,2 атм. абс.

Коэффициент сжатия

при отв. I: . . . 0,70 0,78 0,80 0,85 0,86 0,88

Коэффициент сжатия

при отв. III: . . . 0,71 0,80 0,83 0,90 0,91 0,93

¹⁾ Для кривой VII масштаб ординат = 8,86 : 1.

То, что коэффициент сжатия у прямоугольного канала прикрытого задвижкой, получается несколько меньшим, чем у кругового, объясняется вероятнее всего тем, что благодаря задвижке получается лишь, как бы «половинное сжатие».

Отверстия в опытах Gutermuth'a имели следующие размеры:

- I. Круглое отверстие с острыми кромками диаметром 5,4 мм. в листе толщиной около 13 мм.
- II. Круглое отверстие с воронкообразным входом диаметром 5,4 мм.
- III. Прямоугольный канал, сужаемый задвижкой, той же площади сечения, что и I и II.
- IV. Отверстие I с приделанной насадкой Лавали с уклоном $2,5^\circ$.
- V. Отверстие II с приделанной насадкой Лавали с уклоном $2,5^\circ$.
- VI. Отверстие III с гнутой приставной трубой прямоугольного сечения.
- VII. Отверстие III с прямой приставной трубой прямоугольного сечения.
- VIII. Круглое отверстие диаметром 16,2 мм.

Мы видели, что в том случае, когда противодействие равно или меньше критического, количество вытекающего пара может быть определено по формуле (19), т. е. по формуле вида:

$$G_{\text{сек}} = \psi F \sqrt{\frac{p_1}{v_1}}$$

Для сравнения действительного ψ с теоретическим Bendemann произвел целый ряд весьма тщательных опытов.

Отверстия, которыми пользовался Bendemann, имели форму, представленную на черт. 14. Хотя центр закругления входных кромок и лежал в плоскости устья отверстия, но по мнению Bendemann'a это в достаточной мере обеспечивало устранение сжатия струи. Отверстия были сделаны в бронзовых втулках и имели диаметр 7,61; 10,01; 14,82 и 17,81 мм.

Опыты обнимали давления пара до 9 кг./см². и перегрев на 20° — 30°С (в единичных случаях даже до 120°С) над соответственной температурой насыщенного пара.

В конечном результате получилось, что количество вытекающего пара не зависит от перегрева и может быть определено, взяв коэффициент $\psi = 203$ (при F — в кв. мт., v — в куб. мт./кг. и p — в кг./см².).

Таким образом при насыщенном паре количество действительно вытекающего пара получается приблизительно на 2% большим, чем по теоретическому подсчету.

Для противодавлений выше критических Bendemann'у удалось установить нижеприведенную, весьма удачную эмпирическую приближенную формулу:

$$G_{сек} = \frac{\psi_1 F}{1 - \beta} \sqrt{\frac{p_1}{a_1} \left[1 - 2\beta \left(1 - \frac{p_2}{p_1} \right) - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^2 \right]} \quad (26).$$

По этой формуле кривая, определяющая расход пара G в зависимости от p_2 , представит собой дугу эллипса.

В этой формуле $\psi_1 = 203$, а $\beta = 0.545$, т. е. величина весьма близкая к критическому отношению давлений.

При этих значениях ψ и β , $G_{сек}$ получается равным:

$$G_{сек} = 446,2 F \sqrt{\frac{p_1}{v_1} \left[1 - 1,09 \left(1 - \frac{p_2}{p_1} \right) - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^2 \right]} \quad (27),$$

при F — в кв. мт., v — в куб. мт./кг. и p — в кг./см².

§ 2. Установившееся движение газа в каналах переменного сечения в простейшем случае, т. е. когда нет сопротивлений и процесс адиабатический.

Прежде чем перейти к рассмотрению установившегося движения газа в самом общем случае, рассмотрим это движение в простейшем случае, т. е. когда движение совершается без сопротивлений и процесс с газом протекает адиабатически, и посмотрим:

А. Каким общим условиям должно удовлетворять изменение поперечного сечения канала при ускоренном и замедленном движении, и

В. Каковы будут скорость и давление в самом узком месте конически сходящихся и затем расходящихся каналов.

А. Общие условия, которым должно удовлетворять изменение поперечного сечения канала при ускоренном и замедленном движении.

Обозначив через:

F — переменную площадь сечения канала,

w — скорость движения газа,

γ — плотность газа, т. е. вес одного м³ газа в кгр.,

на основании условия сплошности, для двух бесконечно близких сечений в трубопроводе будем иметь:

$$F w \gamma = (F + d F) (w + d w) (\gamma + d \gamma).$$

Откуда, отбросив бесконечно малые члены 2-го порядка и выше, получим:

$$F \gamma d w + w \gamma d F + F w d \gamma = 0$$

или

$$\frac{dF}{F} = - \frac{dw}{w} - \frac{d\gamma}{\gamma} \dots \dots \dots (28).$$

Из уравнения (5) для адиабатического процесса имеем:

$$\frac{dp}{dv} = - k \frac{p}{v}.$$

Подставив вместо v и dv , γ и $d\gamma$, т. е.

$$v = \frac{1}{\gamma}; \quad dv = - \frac{1}{\gamma^2} d\gamma,$$

получим:

$$dp = \frac{kp}{\gamma} d\gamma$$

или

$$\frac{d\gamma}{\gamma} = \frac{1}{k} \frac{dp}{p}.$$

Для скорости истечения мы имели (уравнение 4а):

$$-v dp = \frac{w dw}{g},$$

откуда

$$\frac{dw}{w} = -\frac{gv}{w^2} dp.$$

Введя эти величины в уравнение сплошности (28), получим:

$$\frac{dF}{F} = \left(\frac{gv}{w^2} - \frac{1}{kp} \right) dp \quad . \quad . \quad . \quad (29).$$

Ускоренное движение. При ускоренном движении dp всегда должно быть отрицательным, знак же dF будет зависеть еще от того, будет-ли величина в скобках больше или меньше нуля.

Сечение должно будет суживаться по направлению течения, т. е. dF будет отрицательно, когда

$$\frac{gv}{w^2} > \frac{1}{kp}.$$

т. е. когда

$$w < \sqrt{gkpv}.$$

Обратно — сечение должно расширяться по направлению течения, т. е. dF будет > 0 , когда

$$w > \sqrt{gkpv}.$$

Но \sqrt{gkpv} есть скорость звука для состояния газа в данном сечении, равная a . Поэтому мы можем высказать следующие положения:

- 1) Ускоренное движение, совершающееся при скорости течения $w < a$, требует канал постепенно сужающийся.
- 2) Ускоренное течение, совершающееся целиком при скорости течения $w > a$, требует канал постепенно расширяющийся.

3) Ускоренное течение, начинающееся при скорости $w < a$, постепенно увеличивающейся затем до скорости $w = a$ и $w > a$, требует канал сначала сужающийся, пока скорость не станет равной скорости звука, а затем постепенно расширяющийся.

Замедленное движение. При замедленном движении dr всегда > 0 .

Поэтому, когда

$$w > \sqrt{gk\rho v},$$

dF будет < 0 , т. е. канал должен будет суживаться; когда же

$$w < \sqrt{gk\rho v},$$

dF будет > 0 т. е. канал должен постепенно расширяться.

Таким образом, для сходящейся трубы мы будем иметь: что давление будет падать и скорость увеличиваться, если скорость течения меньше скорости звука; наоборот, если скорость течения будет больше скорости звука, давление в трубе будет постепенно повышаться, а скорость убывать.

В расходящейся трубе — при скорости, меньшей скорости звука, давление будет постепенно повышаться, а скорость убывать; при скорости же большей скорости звука — давление будет падать, а скорость возрастать.

В конически-сходящейся, а затем расходящейся трубе может произойти следующее.

Если начальная скорость течения $w < a$, то скорость до самого узкого сечения будет возрастать, а давление падать; если в узком сечении скорость не достигнет скорости звука, то в расширяющейся части скорость начнет убывать, а давление возрастать; если же в узком месте w станет равным a , то за узким сечением при нормальных условиях скорость будет продолжать дальше возрастать, а давление падать, но в зависимости от противодействия, возможно и то, что скорость начнет убывать, а давление возрастать.

Если начальная скорость больше скорости звука, то в сходящейся части скорость будет убывать, а давление расти.

Если в самом узком сечении скорость все еще будет больше скорости звука, то в расширяющейся части давление опять начнет падать, а скорость увеличиваться; если же в узком месте скорость будет как раз равна скорости звука, то в расширяющейся части, в зависимости от противодействия, может произойти или дальнейшее уменьшение скорости и возрастание давления, или же скорость начнет увеличиваться, а давление падать.

Во всех рассмотренных случаях предполагается, что наружное давление у выходного сечения трубы равно давлению в этом выходном сечении, обусловленному как постепенным изменением самих сечений, так и начальным давлением в трубе.

В. Скорость и давление в самом узком месте кинически сходящихся, а затем расходящихся каналов.

В самом узком месте трубы $\frac{dF}{F} = 0$, что возможно (см. уравнение 29), или когда $dp = 0$, или когда выражение в скобках $= 0$.

В первом случае узкое сечение будет протекаться или со скоростью $w < a$ при ускоренном движении, или со скоростью $w > a$ при замедленном; в том и другом случае, как мы видели, в расширяющейся части процесс пойдет в обратном направлении, т. е. давление начнет подниматься при ускоренном движении в сходящейся части и — падать при замедленном движении в сходящейся части. В самом же узком сечении давление на мгновение останется неизменным и dp будет $= 0$.

В нормальном случае, когда на всем протяжении течения давление падает или растет, $dp \neq 0$, а потому для того, чтобы $dF = 0$, необходимо, чтобы

$$w = \sqrt{gk\rho v},$$

т. е. чтобы скорость течения в узком месте равнялась скорости звука для состояния газа в этом сечении.

Обозначив для узкого сечения w , p и v через w_k , p_k и v_k и через w_0 — начальную скорость газа, из уравнения (4а) будем иметь:

$$w_k^2 - w_0^2 = 2g \int_{p_1}^{p_k} v dp = 2g \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p_k}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right],$$

но:

$$w_k = \sqrt{g k p_k v_k}$$

$$p_k v_k = p_1 v_1 \left(\frac{p_k}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}},$$

а потому:

$$g k p_1 v_1 \left(\frac{p_k}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - w_0^2 = 2g \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p_k}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right].$$

Откуда

$$\left(\frac{p_k}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} = \frac{k-1}{k+1} \frac{w_0^2}{g k p_1 v_1} + \frac{2}{k+1} \quad (30)$$

Из выражения (30) видим, что отношение $\frac{p_k}{p_1}$, т. е. давления в узком месте к начальному давлению, зависит:

- 1) от природы газа (k),
- 2) от начального состояния газа (p_1 , v_1),
- и 3) от начальной скорости (w_0).

Положив $g k p_1 v_1 = a_1^2$ = квадрату скорости звука в начальном состоянии газа, можем переписать выражение (30) еще следующим образом:

$$\left(\frac{p_k}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} = \frac{k-1}{k+1} \frac{w_0^2}{a_1^2} + \frac{2}{k+1} \quad (30a).$$

В случае, когда начальная скорость w_0 очень мала, получаем для $\frac{p_k}{p_1}$:

$$\frac{p_k}{p_1} = \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} \quad (31),$$

выражение, которое было уже нами выведено в § 1 уравнение (17), и представляющее критическое отношение давлений.

Во всех случаях, когда w_0 значительно, давление до узкого сечения упадет на *меньшую* величину. В частном случае, когда $w_0 = a_1$, отношение

$$\frac{p_k}{p_1} = 1,$$

т. е. труба должна состоять из одной только расширяющейся части.

Таким образом мы видим, что вычисленное из уравнения (31) значение p_k (т. е. критическое давление) есть *наименьшее* значение, которое может иметь давление в самой узкой части. В постепенно суживающейся трубе, с наименьшим сечением при выходе, давление в выходном отверстии не может упасть ниже критического давления и скорость истечения не может стать более скорости звука, как это уже было показано для истечения через простое отверстие.

Для скорости w_k в самом узком месте имеем:

$$\begin{aligned} w_k &= \sqrt{g^k p_k v_k} = \sqrt{g^k p_1 v_1 \left(\frac{p_k}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}} = \\ &= \sqrt{g^k p_1 v_1 \left(\frac{k-1}{k+1} \frac{w_0^2}{a_1^2} + \frac{2}{k+1}\right)}. \end{aligned} \quad (32).$$

При $w_0 = 0$ получим:

$$w_k = \sqrt{2g \frac{k}{k+1} p_1 v_1}.$$

§ 3. Общий случай установившегося движения идеальных газов.

В предыдущем § нами было рассмотрено движение газа при отсутствии сопротивлений. Теперь перейдем к рассмотрению более общего случая, а именно к случаю быстрого движения газов, принимая во внимание и сопротивления.

При этом сделаем нижеследующие допущения:

1) что движение установившееся,

2) что движение происходит в одном лишь широте определенном направлении, т. е. будем пренебрегать перемещениями частиц газа в стороны, происходящими от изменения сечения газопровода.

и 3) что вследствие незначительности влияния силы тяжести влиянием этим можно пренебречь.

Относительно самого потока газа примем, что он между какими либо любыми двумя сечениями F_1 и F_2 (черт. 15) производит в единицу времени внешнюю работу L килограммометров и воспринимает извне за это же время некоторое количество тепла Q .

Так как движение установившееся, то должно существовать равенство:

$$F_1 w_1 \gamma_1 = F w \gamma = F_2 w_2 \gamma_2 \quad . \quad . \quad . \quad (33),$$

причем:

$$v \gamma_1 = v_2 \gamma_2 = v \gamma = 1 \quad . \quad . \quad . \quad (34).$$

Пусть через элемент времени dt сечения F_1 и F_2 переместятся соответственно в F'_1 и F'_2 .

На основании закона сохранения энергии, энергия, заключающаяся в массе газа F_1 F_2 , должна равняться энергии, заключающейся в массе газа F'_1 F'_2 + произведенная внешняя работа + отданное во внешнюю среду тепло. Так как энергия массы газа между сечениями F'_1 и F'_2 остается неизменной, то дело сводится к нахождению изменения энергии масс газа, заключающихся только между сечениями F_1 и F'_1 и F_2 и F'_2 .

Эти массы газа будут:

$$G dt = F_1 w_1 \gamma_1 dt = F_2 w_2 \gamma_2 dt;$$

откуда

$$F_1 w_1 = G v_1 ; F_2 w_2 = G v_2 \quad . \quad . \quad . \quad (35).$$

Обозначив в тепловых единицах через:

u_1 — внутреннюю энергию газа в сечении F_1 ,

u_2 — внутреннюю энергию газа в сечении F_2

и заметив, что работы внешних давлений в этих сечениях соответственно будут:

$$p_1 F_1 w_1 dt \text{ и } p_2 F_2 w_2 dt.$$

мы, на основании вышесказанного, можем, следовательно, написать:

$$G dt \left(u_1 + A \frac{w_1^2}{2g} \right) + A p_1 F_1 w_1 dt = G dt \left(u_2 + A \frac{w_2^2}{2g} \right) + A p_2 F_2 w_2 dt + A L dt - Q dt$$

или

$$G dt \left(u_1 + A \frac{w_1^2}{2g} \right) = G dt \left(u_2 + A \frac{w_2^2}{2g} \right) - A p_1 F_1 w_1 dt + A p_2 F_2 w_2 dt + A L dt - Q dt,$$

или на основании уравнения (35) и по сокращении на dt

$$G \left(u_1 + A \frac{w_1^2}{2g} \right) = G \left(u_2 + A \frac{w_2^2}{2g} \right) + G A (p_2 v_2 - p_1 v_1) + AL - Q \dots \dots \dots (36),$$

или

$$G \left[u_2 - u_1 + \frac{A}{2g} (w_2^2 - w_1^2) \right] + G A (p_2 v_2 - p_1 v_1) = Q - AL \dots \dots \dots (37).$$

Формула эта, впервые выведенная Цейнером, определяет собою полное изменение энергии газа, т. е. совокупность изменения внешней кинетической энергии и внутренней энергии газа.

Если теперь вообразить себе, что оба сечения F_1 и F_2 безконечно близки между собою, то, чтобы получить уравнение для этого случая необходимо только продифференцировать уравнение (36) и мы получим

$$G \left[du + \frac{A}{g} w dw + A d(pv) \right] = dQ - A dL \dots (38).$$

Необходимо еще заметить, что уравнения (37) и (38) справедливы во всех случаях, т. е. и при наличии сопротивлений.

Влияние сопротивлений входит в эти формулы не явно, отражаясь на величинах v , u и w .

Для определения выражения для изменения внутренней энергии возьмем бесконечно малый элемент движущегося пара dG и рассмотрим движение частиц этого элемента относительно центра тяжести элемента.

Основное уравнение (38) для полного изменения энергии применимо и в случае относительного движения, но только, как известно, к работе действительно приложенных к элементу сил нужно прибавить еще работу кажущихся или так называемых дополнительных сил относительного движения (центробежной силы и силы, обусловленной появлением Кориолисова ускорения).

Работа дополнительных сил в настоящем случае равна нулю, т. е. центр тяжести остается неподвижным. Работа внешних давлений при изменении объема на dv будет $(-p dv \cdot dG)$, т. к. по предположению давление внутри элемента повсюду равно и равно внешнему давлению p . Приращение внутренней энергии будет $dG \cdot du$. Остается определить приращение живой силы относительного движения. Предполагая, что скорость движения внутри нашего бесконечно малого элемента меняется непрерывно, мы получим, что относительная скорость движения частиц будет величина бесконечно малая, а, следовательно, приращение живой силы относительного движения будет бесконечно малой высшего порядка, которой можно пренебречь.

Обозначив, как раньше через dQ количество тепла, сообщенное G килогр. пара, мы кроме того должны принять во внимание еще и количество тепла AdL_r , соответствующее работе трения, каковое количество тепла мы также должны рассматривать, как сообщенное извне.

Подставляя все вышеопределенные величины в уравнение (38) получим:

$$\frac{dG}{G} (dQ + AdL_r) = dG (du + A_p dv)$$

или

$$dQ + AdL_R = G (du + A\dot{p} dv) . . . (39).$$

Но уравнение (39) есть ничто иное, как выражение 1-го закона термодинамики для процессов, имеющих статический характер, т. е. изменение внутренней энергии газа в данном случае будет совершенно такое же, как будто вся масса газа находилась в покое.

Определив из уравнения (39) значение внутренней энергии Gdu и подставив найденное для нее выражение в уравнение (38), получим следующее выражение для определения приращения внешней кинетической энергии:

$$AG \left(v dp + \frac{1}{g} w dw \right) + AdL_R + AdL = 0 . . (40).$$

В том случае, когда движение газа происходит *без производства внешней работы*, т. е. когда $L = 0$, получим:

$$AG \left(v dp + \frac{1}{g} w dw \right) + AdL_R = 0 . . (41).$$

Если движение происходит *без сопротивлений и без отдачи работы*, то $L = 0$ и $L_R = 0$; тогда из уравнения (40) будем иметь:

$$v dp + \frac{1}{g} w dw = 0 . . . (42),$$

т. е. получим уравнение, уже ранее нами выведенное (4а) для этого случая. Таким образом ранее разобранный случай есть частный случай теперь рассматриваемого общего.

Итак, в случае движения без производства внешней работы мы будем иметь нижеследующие основные выражения *):

Для полной энергии:

$$G \left(du + Ad \frac{w^2}{2g} \right) = dQ - AG d(pv) . . (43).$$

*) Необходимо заметить что только, два из этих выражений являются независимыми, третье есть следствие остальных двух.

Для кинетической энергии:

$$AG \, d \frac{w^2}{2g} = - AG \, v \, dp - A \, d L_R \quad . \quad . \quad (44).$$

и наконец для внутренней энергии:

$$d Q + A \, d L_R = (du + A \, p \, dv) G. \quad . \quad . \quad (45).$$

В выражениях 43, 44 и 45 выгодно ввести выражение для теплосодержания:

$$i = u + A \, p \, v. \quad . \quad . \quad . \quad (46).$$

Чтобы уяснить себе, что представляет собою эта величина, рассмотрим процесс обращения в пар при постоянном давлении p одного килограмма воды, взятой при 0° и сжатой предварительно адиабатически до давления p . Вследствие малой сжимаемости воды температура ее от сжатия практически не изменится. Оставляя теперь давление тем же, будем сообщать воде тепло, пока она вся не превратится в пар. Обозначив объем воды при нуле градусов через σ_0 , а объем полученного пара через v , получим, что сообщенное извне тепло будет:

$$u - u_0 + A \, p \, (v - \sigma_0).$$

Так как внутреннюю энергию воды при нуле градусов принято считать равной нулю и так как σ_0 всегда очень мало по сравнению с v , то мы видим, что *соответствующее давлению p и объему v теплосодержание* практически есть ничто иное, как количество тепла, которое нужно сообщить воде при 0° и постоянном давлении p , чтобы довести объем этой воды испарением до объема v , т. е. есть ничто иное, как полная теплота парообразования λ *).

Подставив в уравнения 43, 44 и 45

$$di = du + A \, d(pv)$$

*) Точная же величина теплосодержания i , как видим, больше полной теплоты парообразования λ на величину $A \, p \, \sigma_0$.

и приняв кроме того все отнесенным не к G киллогр. пара, а к *одному* килограмму, получим для полной, кинетической и внутренней энергии еще следующие выражения (47, 48 и 49), которые нам впоследствии пригодятся:

Для *полной энергии*:

$$di + Ad \frac{w^2}{2g} = dQ \quad . \quad . \quad . \quad (47).$$

Для *кинетической энергии*:

$$Ad \frac{w^2}{2g} = - Avdp - AdL_R \quad . \quad . \quad . \quad (48).$$

Для *внутренней энергии*:

$$dQ + AdL_R = di - Avdp \quad . \quad . \quad . \quad (49).$$

(Необходимо помнить, что теперь dQ и AdL_R отнесены не ко всему количеству протекающего пара, а к *одному* килограмму).

Работа сопротивления движению в трубах на элементе пути dx может быть положена равной:

$$G \frac{w^2}{g} \zeta dx.$$

Откуда, следовательно,

$$dL_R = G \frac{w^2}{g} \zeta dx \quad . \quad . \quad . \quad (50)^*),$$

где ζ есть некоторый коэффициент сопротивления, зависящий от диаметра трубы.

*) Этому выражению можно придать еще следующий вид:

$$dL_R = G \zeta_r \frac{dx}{2r} \frac{w^2}{2g} \quad . \quad . \quad . \quad (51),$$

откуда

$$\zeta = \frac{\zeta_r}{4r} \quad . \quad . \quad . \quad (52),$$

где $2r$ = диаметру трубы.

Введя для dL_R его значение из (50) в уравнение (41), получим следующее уравнение для движения газа без производства внешней работы:

$$vdp + \frac{1}{g} wdw + \zeta \frac{w^2}{g} dx = 0 \quad . \quad . \quad (53).$$

При быстром движении можно всегда принимать, что процесс с газом совершается *адиабатически*, тогда к уравнению (53) присоединится еще и следующее уравнение, получающееся из (38) в предположении, что $dQ = 0$ и $dL = 0$:

$$\left. \begin{aligned} & du + \frac{A}{g} wdw + Ad(pv) = 0 \\ \text{или} & \frac{1}{A} du + \frac{1}{g} wdw + d(pv) = 0 \end{aligned} \right\} \quad . \quad . \quad (54).$$

Для совершенных газов имеем:

$$du = C_v dT = \frac{C_v}{R_1} d(pv),$$

ибо

$$pv = R_1 T.$$

Тогда уравнение (54) примет следующий вид:

$$\left(\frac{C_v}{R_1} + A \right) d(pv) + \frac{A}{g} wdw = 0$$

или

$$\frac{C_v + AR_1}{AR_1} d(pv) + \frac{w}{g} dw = 0;$$

но

$$C_p - C_v = A R_1.$$

Откуда далее имеем:

$$\frac{C_p}{C_p - C_v} d(pv) + \frac{w}{g} dw = 0$$

или

$$k d(pv) = - \frac{k-1}{g} wdw \quad . \quad . \quad (55).$$

или

$$k\rho dv + k\rho v dp = - \frac{k-1}{g} w dw \dots (55a).$$

Согласно уравнения (35)

$$Gv = Fw,$$

при чем при установившемся течении $G = \text{Const.}$

Продифференцировав это уравнение, будем иметь:

$$G dv = w dF + F dw$$

или

$$\frac{G dv}{Fw} = \frac{dw}{w} + \frac{dF}{F},$$

но

$$\frac{G}{Fw} = \frac{1}{v},$$

а потому окончательно

$$dv = v \left(\frac{dw}{w} + \frac{dF}{F} \right) \dots (56).$$

Подставив это значение для dv в уравнение (55a) получим:

$$kv dp + k\rho v \frac{dw}{w} + k\rho v \frac{dF}{F} = - \frac{k-1}{g} w dw$$

или

$$gk\rho v \left(\frac{dp}{\rho} + \frac{dF}{F} \right) = \left[(1-k) w^2 - gk\rho v \right] \frac{dw}{w}.$$

Если теперь заметим, что произведение $gk\rho v$ есть ничто иное как квадрат скорости звука (a^2) в газе при состоянии (p, v) , то вышеприведенное уравнение можно представить еще в следующем виде:

$$a^2 \left(\frac{dp}{\rho} + \frac{dF}{F} \right) = \left[(1-k) w^2 - a^2 \right] \frac{dw}{w} \dots (57).$$

Если величину dw отсюда подставить в уравнение движения (53), то получим:

$$\left[(1-k) w^2 - a^2 \right] v dp + \frac{a^2 w^2}{g} \left(\frac{dp}{p} + \frac{dF}{F} \right) + \\ + \zeta \frac{w^2}{g} \left[(1-k) w^2 - a^2 \right] dx = 0$$

или, приняв во внимание для исключения v , что $gkp v = a^2$ и сделав приведение, получим:

$$\frac{dp}{dx} = - \zeta kp \frac{w^2}{a^2} \left(1 - \frac{kw^2}{w^2 - a^2} \right) - \frac{kp}{F} \frac{w^2}{w^2 - a^2} \frac{dF}{dx} \quad (58).$$

Разделив обе части на kp , уравнение (58) можно написать еще так:

$$\frac{1}{k} \frac{d \log p}{dx} = - \zeta \frac{w^2}{a^2} \left(1 - \frac{kw^2}{w^2 - a^2} \right) - \frac{w^2}{w^2 - a^2} \frac{d \log F}{dx} \quad (59).$$

Помощью этой формулы совершающиеся с газом явления при установившемся движении могут быть довольно хорошо рассмотрены по крайней мере с количественной стороны сравнены с результатами опыта.

А. Случай медленного движения газа.

Прежде всего рассмотрим случай медленного движения, т. е. случай, когда w по сравнению с a мало и w^2 по сравнению с a^2 можно пренебречь.

Для этого случая, следовательно, будем иметь:

$$\frac{1}{k} \frac{d \log p}{dx} = - \zeta \frac{w^2}{a^2} \left(1 + k \frac{w^2}{a^2} \right) + \frac{w^2}{a^2} \frac{d \log F}{dx}$$

или, пренебрегая $\frac{w^4}{a^4}$ по сравнению с $\frac{w^2}{a^2}$, получим:

$$\frac{1}{k} \frac{d \log p}{dx} = \left(\frac{d \log F}{dx} - \zeta \right) \frac{w^2}{a^2} \quad (60).$$

Для цилиндрических труб $\frac{d \log. F}{dx} = 0$, а потому в цилиндрических трубах при медленном движении мы будем иметь всегда падение давления по направлению движения ¹⁾, как это и подтверждает опыт, ибо

$$\frac{d \log. p}{dx} = -\zeta k \frac{w^2}{a^2}, \text{ т. е. } < 0.$$

Коэффициент сопротивления ζ зависит от диаметра трубы и может быть выражен следующим образом:

$$\zeta = \frac{CR_1}{D^5} g \dots \dots \dots (63),$$

где R_1 — постоянная для газа,
 $\mu = 1,31,$

¹⁾ Если бы мы пожелали построить трубу, в которой течение совершалось бы без падения давления, то она должна быть расходящейся.

Угол расхождения или конуса найдется из следующих соображений.

Въ уравненіи (59) $\frac{1}{k} \frac{d \log p}{dx}$ надо положить = 0.

Тогда получим:

$$\zeta \left[1 + (k-1) \frac{w^2}{a^2} \right] = \frac{d \log F}{dx} = \frac{dF}{F dx}$$

При кругломъ сечении

$$\frac{dF}{F dx} = \frac{2 dr}{r dx} = \frac{\varphi}{r},$$

где:

$$\varphi = \frac{2 dr}{dx} = \text{углу при вершине конуса.}$$

Принимая во внимание, что согласно уравнения (52),

$$\zeta = \frac{\zeta_r}{r}$$

получимъ окончательно для трубы круглого сечения:

$$\varphi = \frac{\zeta_r}{4} \left[1 + (k-1) \frac{w^2}{a^2} \right] \dots \dots \dots (61).$$

Если w значительно меньше a , то можно брать:

$$\varphi = \frac{\zeta_r}{4} \dots \dots \dots (62).$$

$$C = 0.0000167,$$

если диаметр трубы D и длина x выражены в метрах, а скорость w в метрах в секунду.

Тогда вместо уравнения (60) можно также написать:

$$\frac{d \log. p}{dx} = k \left(\frac{d \log. F}{dx} - g \frac{CR_1}{D^2} \right) \frac{w^2}{a^2} \quad (64).$$

Откуда видно, что будет происходить: *падение давления*, если

$$g \frac{CR_1}{D^2} > \frac{d \log. F}{dx},$$

повышение давления, если

$$g \frac{CR_1}{D^2} < \frac{d \log. F}{dx}.$$

Но

$$F = \frac{\pi D^2}{4}; \log. F = \log. \frac{\pi}{4} + 2 \log. D; \frac{d \log. F}{dx} = 2 \frac{dD}{D dx}$$

Откуда получим, что: *падение давления*, будет, если

$$\frac{dD}{dx} < g \frac{CR_1}{2 D^{2-1}} \quad (65).$$

повышение давления, будет, если

$$\frac{dD}{dx} > g \frac{CR_1}{2 D^{2-1}} \quad (66).$$

Для конических сходящихся труб

$$\frac{dD}{dx} \text{ всегда } < 0$$

и в них, следовательно, всегда будет происходить *падение давления*.

В конических расходившихся трубах напротив дробь $\frac{1}{D^{n-1}} = \frac{1}{D^{0,31}}$ постепенно убывает по направлению дви-

жения газа, между тем как $\frac{dD}{dx}$ всегда > 0 . Поэтому в этих трубах начальное понижение давления может постепенно исчезнуть и затем может даже наступить повышение давления. Величина повышения или понижения давления зависит еще и от скорости (уравнения 60 и 64) и об этом будет сказано ниже.

Все только что связанное прекрасно подтверждается опытами Stodola над движением в трубах с попеременным расширением и сужением. Труба имела вид двух конических насадок, составленных основаниями вместе, как это представлено на черт. 16 ¹⁾. Диаметр $d_1 = 10,3$ мм.; $d_2 = 12,1$ мм.

Кривая *A* получилась при диаметре $d_2 = d_1 = 10,3$ мм. Как видно, давление пара с $10,5$ кг./см.² сначала падает в самом узком месте 1-ой насадки приблизительно до $6,5$ кг./см.², затем вновь поднимается приблизительно до 8 кг./см.² и затем снова падает во второй сужающейся насадке.

Когда диаметр d_2 расточили до $10,8$ мм., получилась кривая *B*, имеющая тот же характер.

В обоих случаях мы видим, что давление в конически сходящейся трубе падает.

Кривые *C* и *D* соответствуют расточке d_2 до $11,4$ и $12,0$ мм. и, наконец, кривая *E* получилась, когда второй конус был по всей длине рассверлен до диаметра $d_2 = 12,1$ мм. На этой кривой обращает на себя внимание своеобразное явление, что давление не падает, а более чем на одну атмосферу поднимается. С объяснением этого явления мы встретимся ниже.

Кривая *F* получилась, когда сточили закругление у входного отверстия, что вызвало сжатие струи. Результатом этого явилось появление глубокой борозды на кривой давлений и уменьшение количества протекающего пара (вследствие

¹⁾ По оси ординат отложены абсолютные давления вдоль оси струи.

уменьшения поперечного сечения при входе), отчего и все давления получились несколько низшими.

Неправильности в начале кривых *B* и *E* объясняются небольшой пористостью отливки в соответствующем месте.

В местах с резким изменением сечения, т. е. где $\frac{dF}{dx} = \pm \infty$, должны, очевидно, иметь место и резкие, внезапные изменения давления, при чем при внезапном уширении трубы должно происходить внезапное повышение давления и обратно, как это показано на черт. 17.

Правильность этого вывода подтверждается также и опытами Stodola. Для опыта была взята цилиндрическая труба (черт. 18) диаметром 17,9 мм. с уширением длиной 11,0 мм. Внутри трубы был вставлен концентрически стержень диаметром 10,95 мм. Движение пара происходило справа налево.

Представленные на диаграммах I, II, III изменения давления пара относятся к начальным состояниям пара перед входом: 11 атм. абс.—222°C; 8 атм. абс.—213°C; 4 атм. абс.—190°C; при чем количество протекшего в час пара равнялось соответственно: 818, 591 и 299 килогр.

Как видно из диаграмм (в особенности I), сначала происходит скачек в давлении, затем давление продолжает повышаться, что, надо думать, происходит от того, что появляются вихревые движения и струя оттесняется от оси в уширение, затем давление снова, как и должно быть, резко понижается.

Употребляемые в турбинах лабиринтные набивочные коробки представляют из себя кольцевые каналы вокруг уплотняемой части с целым рядом следующих друг за другом сужений и расширений. Появляющиеся, как мы видели, при вступлении струй в расширение вихревые движения поглощают большую или меньшую часть живой силы протекающего пара, так что для протона через следующее сужение потребуется уже больший перепад давления, чем при отсутствии расширения. Изменяя число последовательных сужений и расширений можно, следовательно, достигнуть какой угодно *наперед заданной* утечки.

В. Случай движения газа, когда скорость движения близка к скорости звука.

Перейдем теперь к рассмотрению случаев, когда скорость движения w становится по своей величине сравнимой с a . Происходить это будет тогда, когда разность давлений в начале и конце трубы будет сравнительно значительна.

Если труба цилиндрическая, то из уравнения (59) мы будем иметь:

$$\begin{aligned} \frac{d \log. p}{dx} &= - \zeta k \frac{w^2}{a^2} \left[\frac{(1 - k) w^2 - a^2}{w^2 - a^2} \right] = \\ &= \zeta k \left[\frac{a^2 + (k - 1) w^2}{w^2 - a^2} \right] \dots \dots (67). \end{aligned}$$

Откуда при $k > 1$ следует, что знак изменения давления зависит исключительно от того, будет ли w больше или меньше a .

В первом случае происходит повышение давления, во втором—падение давления.

Опыты Fliegner'a и Zeuner'a над истечением через цилиндрические трубы показали, что всегда давление в трубе падает от начала к концу, откуда следует:

что скорость движения газа в цилиндрической трубе никогда не может стать равной скорости звука (см. также § 14).

Скорость движения может стать равной скорости звука только в самом выходном сечении, причем, как показали опыты, в этом случае всегда происходит скачек в давлении, т. е. разность между давлением в устье и сейчас же за устьем становится вонечной (см. черт. 19) ¹⁾.

¹⁾ Если бы вступающий в цилиндрическую трубу газ уже до остужения обладал скоростью большей скорости звука, то давление газа в трубе должно было бы возрастать по направлению движения, как это следует из формулы (67). Что этот вывод правилен, подтверждается в полной мере опытом, как это следует из рассмотрения кривых F и E на черт. (16).

Действительно, в этом случае $\frac{dp}{dx} = -\infty$, что только возможно, если (уравнение 67) w станет равным a .

Давление p в устье может быть найдено двойко.

1) Или экстраполированием кривых (p) (черт. 19) полученных Флиегером и Зеупером; каковое экстраполирование может быть произведено достаточно правильно лишь при условии, что при опытах давления были определены для мест, достаточно близких к устью.

Или 2) при посредстве нижеследующих соображений:

Мы имели уравнение (55)

$$kd(pv) = -\frac{k-1}{g} wdw.$$

Принтегрировав это уравнение, получим

$$k(pv - p_1 v_1) = -\frac{k-1}{2g} (w^2 - w_1^2)$$

или

$$w^2 - w_1^2 = 2g \frac{k}{k-1} (p_1 v_1 - pv) \dots (68),$$

где w_1 и $p_1 v_1$ — относятся к какому либо начальному состоянию.

Если в сосуде, из которого происходит истечение $w_1 = 0$, то будем иметь:

$$w^2 = 2g \frac{k}{k-1} (p_1 v_1 - pv) \dots (69).$$

Если теперь для выходного сечения (в устье) положим

$$w^2 = a^2 = gkpv$$

и через a_1^2 означим квадрат скорости звука, соответствующей начальному состоянию газа ($p_1 v_1$), то получим:

$$a^2 = 2g \frac{k}{k-1} (p_1 v_1 - pv) = \frac{2}{k-1} (a_1^2 - a^2),$$

откуда

$$a^2 = \frac{2}{k+1} a_1^2 \dots (70).$$

Ранее мы имели, что

$$Gv = Fw;$$

для выходного сечения, следовательно, будет

$$Gv = Fa.$$

Но

$$a^2 = gkp v;$$

откуда

$$v = \frac{a^2}{gkp},$$

а потому

$$Fa = \frac{Ga^2}{gkp}.$$

Откуда находим

$$a = gkp \frac{F}{G} \dots \dots \dots (71).$$

Определив a из уравнения (70), мы из уравнения (71) найдем p , т. е. давление в устье.

Как оказывается определенное таким образом давление вполне сходится с давлением, найденным экстраполированием, что вполне, следовательно, подтверждает, что действительно скорость истечения в устье равна скорости звука, соответствующей состоянию газа в устье.

Из уравнения (70) следует, что скорость звука a или выходная скорость *не зависит от сопротивлений*. Сопротивления движению имеют конечным результатом лишь то, что количество вытекающего газа уменьшается, а также, что давление в устье получается меньшим, чем при отсутствии сопротивлений. (См. уравнение 71, а также § 14).

Для дальнейших исследований еще весьма важно ниже следующее обстоятельство: что во всех формулах (68—70) не входит изменение поперечного сечения и результаты даваемые ими, *следовательно*, применимы ко всяким изменениям поперечного сечения трубы.

Уравнение (68) для случая, когда $w_1 = 0$, может быть написано так:

$$w^2 \cdot (k - 1) = 2 (a_1^2 - a^2) \dots \dots \dots (72),$$

где a есть скорость звука, соответствующая состоянию (p, v) .

При $w = a$ уравнение (72) переходит в уравнение (70) и при том совершенно независимо от того, произойдет ли это внутри трубы или в выходном сечении, но отсюда следует, что *только одна и та же, вполне определенная скорость звука, даваемая уравнением (70), может в каком-либо сечении совпасть со скоростью струи.*

Для цилиндрических труб, как мы видели, это совпадение имело место в самом выходном сечении и обуславливало там скачек в давлении.

Таким образом при движении через цилиндрические трубы достигнуть скорости большей скорости звука—*невозможно.*

Для труб с *переменным* сечением мы получим из уравнения (59), умножив сначала обе части уравнения на $(w^2 - a^2)$,

$$(w^2 - a^2) \left(\frac{1}{k} \frac{d \log. p}{dx} + \zeta \frac{w^2}{a^2} \right) = w^2 \left(\zeta k \frac{w^2}{a^2} - \frac{d \log. F}{dx} \right) (73).$$

а) Случай, когда $w = a$.

Положив в уравнении (73) $w = a$ и предполагая, что изменение давления происходит непрерывно, получим:

$$\frac{d \log. F}{dx} = k \zeta \dots \dots \dots (74).$$

Так как эта величина всегда положительна, то отсюда заключаем, что *скорость движения может стать равной скорости звука только внутри расходящихся труб.* Место это мы будем называть *звучащим сечением*, так как там возможно образование установившихся звуковых волн, и будем его обозначать через F_0 .

Для состояния газа (p_0, v_0) в этом сечении мы будем иметь из уравнения (70) строго точное выражение

$$p_0 v_0 = \frac{2}{k + 1} p_1 v_1 \dots \dots \dots (75).$$

В случае адиабатического истечения без сопротивлений (через хорошо закругленное отверстие) эта формула переходит в знакомую уже нам формулу для критического давления в устье. В первом приближении это предположение можно сделать и в нашем случае, полагая, что изменение сечений до F_0 происходит вполне непрерывно.

В таком случае давление в звучащем сечении при наступлении в этом сечении скорости струи равной скорости звука, определится, приняв $p_0 v_0^k = p_1 v_1^k$, престо следующей формулой:

$$p_0 = p_1 \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} \dots \dots \dots (76).$$

Для меньших скоростей давление упадет на меньшую величину.

б) Случай, когда $w < a$.

Если теперь написать уравнение (73) в таком виде:

$$\left(\frac{1}{k} \frac{d \log. p}{dx} + \zeta \frac{w^2}{a^2} \right) = \frac{w^2}{w^2 - a^2} \left(k \zeta \frac{w^2}{a^2} - \frac{d \log. F'}{dx} \right) \dots (77)$$

и ввести в него значение для звучащего сечения (уравнение 74), не приравнявая однако скорости w —скорости звука, то получим:

$$\frac{d \log. p}{dx} = k \zeta (k-1) \frac{w^2}{a^2} \dots \dots \dots (78),$$

т. е. положительную величину для изменения давления.

Откуда следует:

что если в звучащем сечении скорость движения не достигает скорости звука, то сечение это проходится струей при повышении давления. (См. черт. 20).

Что касается изменения скорости, то далее увидим, что в этом случае скорость будет убывать.

Вышеприведенная теория была еще далее развита работами Proell'a и Prandtl'a.

Если мы в уравнениях (69) и (53) заменим v через $\frac{Fw}{G}$, то получим:

$$\frac{pF}{G} = \frac{p_1 v_1}{w} - \frac{k-1}{2gk} w \quad . \quad . \quad (79)$$

$$\frac{Fdp}{G} + \frac{dw}{g} + \zeta \frac{w}{g} dx = 0 \quad . \quad . \quad (80).$$

Дифференцируя уравнение (79), получим:

$$\frac{Fdp}{G} + \frac{pdF}{G} = - \left(\frac{p_1 v_1}{w^2} + \frac{k-1}{2gk} \right) dw \quad . \quad (81).$$

Вычитая из (81) уравнение (80), находим:

$$p \frac{dF}{G} - \frac{dw}{g} = - \left(\frac{p_1 v_1}{w^2} + \frac{k-1}{2gk} \right) dw + \zeta \frac{w}{g} dx$$

или

$$p \frac{F d \log. F}{G} = \left(\frac{1}{g} - \frac{p_1 v_1}{w^2} - \frac{k-1}{2gk} \right) dw + \zeta \frac{w}{g} dx.$$

Если теперь $p \frac{F}{G}$ заменить его выражением из уравнения (79), то получим:

$$\frac{d \log. w}{dx} = \frac{\left(\frac{p_1 v_1}{w^2} - \frac{k-1}{2gk} \right) \frac{d \log. F}{dx} - \frac{\zeta}{g}}{\frac{k+1}{2gk} - \frac{p_1 v_1}{w^2}} \quad . \quad (82).$$

Заметив, что

$$gkp_1 v_1 = a_1^2 = \frac{k+1}{2} a^2,$$

получим

$$\frac{d \log. w}{dx} = \frac{\left(\frac{a^2}{w^2} - \frac{k-1}{k+1} \right) \frac{d \log. F}{dx} - \frac{2k\zeta}{k+1}}{1 - \frac{a^2}{w^2}} \quad . \quad (83).$$

Случай, когда $w = a$.

Из уравнения (83) следует, что при $w = a$ знаменатель становится равным нулю. Но $\frac{d \log. w}{dx}$ не может равняться ∞ , так как ускорение не может быть равно бесконечности, откуда следует, что одновременно с знаменателем и числитель должен сделаться равным нулю, т. е. должна получиться неопределенность.

Но при $w = a$ уравнение (83) примет следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{d \log. w}{dx} &= \frac{\left(1 - \frac{k-1}{k+1}\right) \frac{d \log. F}{dx} - \frac{2k\xi}{k+1}}{0} = \\ &= \frac{2}{k+1} \frac{\left(\frac{d \log. F}{dx} - k\xi\right)}{0}. \end{aligned}$$

Так как $\frac{2}{k+1}$ не есть нуль, то, следовательно,

$$\frac{d \log. F}{dx} - k\xi = 0,$$

т. е. получим для звучащего сечения то же выражение, что имели раньше.

Кстати заметим, что звучащее сечение при наличии сопротивлений ($\xi \neq 0$) не совпадает с наименьшим сечением, как это было, если сопротивлений не было.

В последнем случае $\xi = 0$ и $\frac{d \log. F}{dx} = 0$, т. е. $F =$
 $=$ минимум.

Если w становится равным a , то, как только что было
указано, выражение для $\frac{d \log. w}{dx}$ примет неопределенный

вид $\frac{0}{0}$.

Для нахождения истинного значения, т. е. для раскрытия неопределенности, надо будет взять производную числителя и знаменателя в уравнении (83).

Тогда получим:

$$\frac{d \log. w}{dx} = \frac{\left(\frac{a^2}{w^2} - \frac{k-1}{k+1}\right) \frac{d^2 \log. F}{dx^2} - \frac{2a^2}{w^2} \frac{d \log. F}{dx} \frac{d \log. w}{dx} - \frac{2k}{k+1} \frac{d\xi}{dx}}{\frac{2a^2}{w^2} \frac{d \log. w}{dx}}$$

или

$$\frac{2a^2}{w^2} \left(\frac{d \log. w}{dx}\right)^2 + \frac{2a^2}{w^2} \frac{d \log. w}{dx} \frac{d \log. F}{dx} = \left(\frac{a^2}{w^2} - \frac{k-1}{k+1}\right) \frac{d^2 \log. F}{dx^2} - \frac{2k}{k+1} \frac{d\xi}{dx}.$$

Подставив вместо w — a и вместо $\frac{d \log. F}{dx} = k\xi$, получим:

$$\left(\frac{d \log. w}{dx}\right)^2 + k\xi \frac{d \log. w}{dx} = \frac{1}{k+1} \left(\frac{d^2 \log. F}{dx^2} - k \frac{d\xi}{dx}\right).$$

Откуда

$$\frac{d \log. w}{dx} = -\frac{k\xi}{2} \pm \sqrt{\frac{k^2 \xi^2}{4} + \frac{1}{k+1} \left(\frac{d^2 \log. F}{dx^2} - k \frac{d\xi}{dx}\right)} \quad (84).$$

Откуда следует, что в этом случае для скорости w могут получиться два значения или скорость будет возрастать, или скорость будет убывать.

Чтобы посмотреть, что будет делаться с давлением, обратимся к уравнению (80), из которого получим:

$$\frac{pF}{Gw} \frac{d \log. p}{dx} + \frac{1}{g} \frac{d \log. w}{dx} + \frac{\xi}{g} = 0 \quad (85).$$

Легко видеть, что при убывании w давление должно будет возрастать и обратно.

Для звучащего сечения мы будем иметь ¹⁾):

$$\frac{pF}{Gw} = \frac{pv}{w^2} = \frac{p_1 v_1}{w^2} = \frac{k-1}{2gk} = \frac{1}{gk}.$$

Взяв для $\frac{d \log. w}{dx}$ его значение из уравнения (84), полу-

чим для изменения $\frac{d \log. p}{dx}$ в звучащем сечении

$$\frac{d \log. p}{dx} = -k\xi \left(1 - \frac{k}{2}\right) + k \sqrt{\frac{k^2 \xi^2}{4} + \frac{1}{k+1} \left(\frac{d^2 \log. F}{dx^2} - k \frac{d\xi}{dx}\right)} \quad (86).$$

Случай, когда в звучащем сечении $w < a$.

Пусть теперь в звучащем сечении $w < a$, тогда из уравнения (83) увидим, что в этом случае скорость должна убывать, как это у нас уже было указано, при чем давление будет возрастать (см. уравнение 78).

Действительно, из уравнения (83) для значения $\frac{d \log. F}{dx}$

для звучащего сечения имеем:

$$\frac{d \log. w}{dx} = \frac{\left(\frac{a^2}{w^2} - \frac{k-1}{k+1}\right) k\xi - \frac{2k\xi}{k+1}}{1 - \frac{a^2}{w^2}} = \frac{k\xi \left(\frac{a^2}{w^2} - 1\right)}{1 - \frac{a^2}{w^2}} = -k\xi,$$

т. е. $\frac{d \log. w}{dx}$ будет < 0 .

¹⁾ Ибо для звучащего сечения при наступлении скорости звука будем иметь:

$$pv = \frac{2}{k+1} p_1 v_1$$

$$w^2 = a^2 = gkp v = \frac{2gk}{k+1} p_1 v_1.$$

Расход пара.

Возвращаясь опять к уравнению (83), заметим, что оно представляет собою дифференциальное уравнение между w и x . Чтобы проинтегрировать это уравнение, надо знать зависимость ζ и F от x .

Общий интеграл этого уравнения будет иметь вид:

$$\Phi(w, x) = C \quad . \quad . \quad . \quad (87).$$

Если теперь заметим, что при заданном p_1 , каждому p_2 (внешнему давлению) будет соответствовать своя кривая изменения давления $p = f(x)$; с другой же стороны с изменением давления связано и изменение скорости w , то, очевидно, что параметр C должен быть некоторой функцией от p_2 .

Но при заданных p_1 , v_1 , и p_2 расход G есть величина вполне определенная, откуда следует, что параметр C может быть выражен также через G .

Теперь возникает вопрос, будет ли в данном случае иметь место тот же факт, который существовал при истечении через простое отверстие, а именно, что при понижении давления p_2 за известный предел количество G становится постоянным, т. е. что dG становится равным нулю.

Вследствие зависимости C от G в этом случае и dC должно становиться равным нулю, т. е.

$$dC = \frac{\partial C}{\partial w} dw + \frac{\partial C}{\partial x} dx = 0 \quad . \quad . \quad . \quad (88).$$

Но тогда согласно уравнения (83) должно быть

$$\frac{\partial \Phi}{\partial w} = 0 = \frac{1}{w} \left(1 - \frac{a^2}{w^2} \right) \quad . \quad . \quad . \quad (89).$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = 0 = \frac{2k\zeta}{k+1} - \left(\frac{a^2}{w^2} - \frac{k-1}{k+1} \right) \frac{d \log F}{dx} \quad . \quad (90).$$

Выражение (89) может равняться нулю, если $w = a$.

Выражение же (90) для $w = a$ дает $\frac{d \log F}{dx} = k\zeta$, т. е.

приводит к величине для звучащего сечения.

Таким образом, если звуковое сечение будет протекать струей действительно при скорости звука, то количество вытекающего газа G достигает максимума и остается независимым от p_2 , совершенно также, следовательно, как при истечении через простое отверстие без сопротивлений.

Только что сказанное вполне подтверждается вышеприведенными опытами Gutermuth'a, а также опытами Stodola над коническими насадками.

Как видно из диаграммы на черт. 13 (линии IV и V), $G_{\text{макс}}$ в случае насадки достигается при большем внешнем давлении, чем в случае простого отверстия, что указывает на то, что внутри насадки будут иметь место давления *ниже*, чем внешнее, как это вполне подтверждается опытами Stodola над измерениями давлений в насадках (см. черт. 99).

Таким образом мы видим, что при противодавлениях, больших критического, расход пара через простое отверстие и через коническую насадку *не будет одинаков* — расход пара через насадку *будет больше*. Уже при самой незначительной разнице между начальным давлением и противодавлением давление в самом узком месте насадки сильно понижается и никогда не устанавливается равным противодавлению. Насадка действует некоторым образом вроде «диффузора» и производит сильное всасывающее действие, так что протекающие через нее количества пара весьма быстро возрастают.

Изменения количеств протекающего пара, а также величина давлений в самом узком месте насадки при различной разности начального давления и противодавления приведены в нижеследующей таблице.

Давление перед насадкой $p_1 =$	10,45	10,48	10,45	10,40	кг/см ² .
Давление за насадкой $p_2 =$	10,40	10,36	10,30	9,90	>
Разность давлений $p_1 - p_2 =$	0,05	0,12	0,15	0,50	>
Давление в самом узком					
месте $p_x =$	9,89	9,74	9,17	7,32	>
Количество пара проте-					
кающего в секунду . $G =$	0,073	0,10	0,113	0,152	кг.

Из только что сказанного явствует, что можно было бы сконструировать прибор, который показывал бы расход пара на основании разности давлений: начального (перед насадкой) и в самом узком месте.

Такой паромер в действительности и был построен фирмой Esckardt в Штутгарде.

Точность показаний такого паромера была исследована Bendemann'ом над насадкой следующих размеров: $d_{\min.} = 14,9$ мм., $d_{\max.} = 30,9$ мм., расстояние между наименьшим и наибольшим сечениями ≈ 96 мм. Из своих опытов Bendemann вывел следующее замечательное соотношение, что отношение давлений равно

$$\frac{p_1 - p'_m}{p_1 - p_2} = \frac{1 - \beta}{1 - \beta'} \dots \dots \dots (91)$$

где

p'_m — есть давление в самом узком месте

p_1 — давление перед насадкой,

p_2 — давление за насадкой,

$\beta = 0,56$, т. е. почти равно критическому отношению давлений, а

$\beta' = 0,937$ означает то отношение $\frac{p_2}{p_1}$, с которого количество протекающего пара остается неизменным, несмотря на дальнейшее понижение противодействия.

Полученная кривая для количества протекающего пара в зависимости от противодействия имеет вид дуги эллипса, как и в вышеприведенных опытах Gutermuth'a (см. черт. 13).

Для насадки, которой пользовался Bendemann

$$\frac{p_1 - p'_m}{p_1 - p_2} = 7.$$

Если p_2 задано, то из этой формулы найдется p'_m , а затем и $G_{сек.}$ по ранее приведенной формуле Bendemann'a (уравнение 27).

Bendemann считает, что при падении давления в 0,2 атм. и точности отсчета по манометру, равной $\pm 0,02$ атм., точ-

ность для G получается равной $\pm 2\%$. Так как на практике в большинстве случаев никакого ущерба не произойдет, если падение давления довести до 0,5 атм., то точность в этом случае была бы еще больше*).

Из всего вышесказанного таким образом в главнейших чертах следует:

1) Что при истечении через простое отверстие скорость истечения не может стать более скорости звука.

2) Что при истечении через цилиндрическую трубу скорость также не может стать более скорости звука.

3) Что скорость может стать более скорости звука только при истечении через коническую трубу постепенно расширяющуюся.

4) Что наибольший расход в этом случае определяется вступлением скорости звука в звучащем сечении, каковое сечение при отсутствии сопротивлений совпадает с наименьшим сечением, при чем соответствующая скорость звука находится так же, как и при истечении через простое отверстие.

5) Что если движение в цилиндрической трубе произошло бы при скорости большей скорости звука, то оно должно непременно сопровождаться повышением давления (уравнение 67).

6) Что движение в цилиндрической трубе при скорости меньшей скорости звука всегда сопровождается падением давления.

7) Что при противодавлениях, больших критического, расходы пара через простые отверстия и насадки различны между собою.

*). Интересно указать на оригинальное применение насадки в качестве диффузора, сделанное L. de Ferranti. Чтобы уменьшить по возможности размеры клапана или кляпета (черт. 21), он устроил кляплет в виде конической насадки, разместив клапан в самом узком месте. При полном открытии клапана на его место становится кольцо a , чтобы избежать образования возмущений. Приобретенная паром скорость затем вновь превращается в диффузоре b в давление.

§ 4. „Перепад давления“ при адиабатическом истечении без трения.

В §§ 1 и 3 мы имели для кинетической энергии в случае адиабатического истечения без трения (уравнения 4а и 42) нижеследующее выражение:

$$\frac{w dw}{g} = -v dp \quad . \quad . \quad . \quad (92).$$

Если w_1 и w_2 , p_1 и p_2 соответственно обозначают скорость и давление в начальном и конечном сечении, то для определения w_2 будем иметь

$$\frac{w_2^2 - w_1^2}{2g} = - \int_{p_1}^{p_2} v dp = \int_{p_2}^{p_1} v dp \quad . \quad . \quad . \quad (93).$$

В частном случае, когда истечение совершается из весьма большого сосуда, в котором w_1 может быть положено $= 0$,

$$\frac{w_2^2}{2g} = \int_{p_2}^{p_1} v dp \quad . \quad . \quad . \quad (94).$$

Интеграл этот может быть решен, если задана зависимость v от p .

При адиабатическом изменении состояний газов и паров, эта зависимость, как известно, будет

$$pv^k = Const.$$

где:

для идеальных газов $k = 1,41$,

для влажного пара, степени сухости x , $k = 1,035 + 0,1 x$,

для перегретого пара $k = 1,3$.

Если зависимость между p и v задана графически (черт. 22), то интеграл этот изображает собою заштрихованную площадь $A_1 ABB_1$, обозначенную через L .

Таким образом для определения скорости истечения мы получаем формулу:

$$w = \sqrt{2gL} \quad . \quad . \quad . \quad (95),$$

совершенно аналогичную с формулой для скорости истечения в гидравлике, если под L — разумеет высоту напора, что и привело к мысли назвать величину L , т. е. $\int_{p_2}^{p_1} v \, dp$, «перепадом давления» на 1 килограмм жидкости.

Само собой разумеется, что величина L измеряется единицами работы.

Помощью формулы (93) может быть определена скорость в любом сечении, если давление в этом сечении дано. Если площадь этого сечения известна, то может быть определен и расход пара через это сечение и обратно, по заданному расходу, может быть вычислена необходимая площадь сечения.

Случай истечения при очень малой разности давлений.

При очень малой разности давлений площадь L (черт. 23) можно принять равной

$$L = (p_1 - p_2) v_1.$$

Посмотрим, какая произойдет от этого ошибка.

Соответствующий кусок адиабаты (истечение предполагается адиабатическим без сопротивлений) можно без особой погрешности заменить отрезком касательной, проведенной из начальной точки расширения B (черт. 24). Касательная эта проводится следующим образом: проводим через точку B ординату и от точки пересечения ее с осью абсцисс откладываем вправо длину $\frac{v}{k}$; прямая, соединяющая полученную точку с точкой B , и будет искомая касательная, что нетрудно доказать.

Заменяя площадь $ABCD$ прямоугольником $ABC'D$, мы делаем ошибку, равную площади треугольника BCC' . Отношение последней площади к площади прямоугольника $ABC'D$ будет:

$$\frac{CC'}{2.C'D} = \frac{\Delta v}{2v}.$$

Из уравнения адиабаты, отбросив знак минус, имеем:

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{1}{k} \frac{\Delta p}{p},$$

откуда, следовательно, наибольшее значение (при $k = 1$)

$$\frac{\Delta v}{2v} = \frac{\Delta p}{2p},$$

т. е. относительная величина *сделанной ошибки* равна $\approx \frac{\Delta p}{2p}$.

Так, например, если бы мы желали, чтобы ошибка не превосходила $1/2\%$, разность давлений должна быть не больше 1% .

На основании уравнения (93) мы в данном случае будем иметь:

$$(p_1 - p_2) v = \frac{w_2^2}{2g} - \frac{w_1^2}{2g} \quad . \quad . \quad . \quad (96).$$

или заменив v через γ :

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{w_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{w_2^2}{2g} = \frac{p}{\gamma} + \frac{w^2}{2g} = Const.$$

или

$$p + \frac{\gamma}{2g} w^2 = Const. \quad . \quad . \quad . \quad (97).$$

Здесь p есть *статическое* давление жидкости (т. е. давление, которое жидкость производит на стенки трубопровода) в кг./м.². Как известно, это давление выражается тем же числом, что и число миллиметров водяного столба, соответствующего данному давлению. Поэтому мы можем в формуле (97) считать p выраженным в миллиметрах водяного столба h_s , тогда и $\frac{\gamma}{2g} w^2$ должно изображать некоторое давление в мм. водяного столба, а также и их сумма.

Величину $\frac{\gamma}{2g} w^2 = h_d$ называют *динамическим* давлением жидкости, а сумму статического и динамического давления *полным давлением* H .

Так что мы будем иметь:

$$h_s + h_d = H \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (98).$$

Динамическое давление жидкости есть давление, соответствующее скорости жидкости. Оно имеет вполне реальное значение. Если мы в каком либо месте движущейся струи введем такого рода препятствие, что скорость у этого препятствия станет равной нулю, то мы будем иметь:

$$1) \text{ Не за долго до препятствия: } h_s + h_d = H.$$

$$2) \text{ У препятствия } h'_s + 0 = H.$$

Т. е. статическое давление h'_s на препятствие будет равно:

$$h'_s = h_s + \frac{\gamma}{2g} w^2 = H.$$

На этом основано измерение скорости движения жидкости помощью приспособления, представленного на чертеже 25.

Центральная трубка, отверстием коей нормально к потоку жидкости, соединяется с одним манометром; окружающая ее трубка — с другим. Во второй трубке отверстия сделаны на боковой поверхности, так что жидкость скользит мимо них. Манометр центральной трубки показывает полное давление H . манометр на второй трубке — статическое давление h_s .

Тогда для определения скорости жидкости в данном сечении будем иметь:

$$\frac{\gamma}{2g} w^2 = H - h_s.$$

откуда

$$w = \sqrt{2g \frac{H - h_s}{\gamma}} \dots \dots (99).$$

Если пренебречь начальной скоростью w_1 , то для скорости истечения при малых разностях давлений будем иметь:

$$w = \sqrt{2g \frac{p_1 - p_2}{\gamma_1}} = \sqrt{\frac{2gh}{\gamma_1}} = 4,43 \sqrt{\frac{h}{\gamma_1}} \quad (100),$$

где

h — давление в мм. водяного столба.

Объемное количество, вытекающего в секунду газа будет:

$$V_{сек.} = Fw = 4,43 F \sqrt{\frac{h}{\gamma_1}} \dots \dots (101),$$

Весовое количество вытекающего в секунду газа будет:

$$G_{сек.} = Fw\gamma_1 = 4,43 F \sqrt{h\gamma_1} \quad . \quad . \quad (102).$$

Формулы эти пригодны лишь при очень малой разности давлений $\left(\frac{p_2}{p_1} \geq 0,9\right)$.

§ 5. Насадка де-Лавала. Случай адиабатического истечения без трения.

В §§ 1, 2 и 3 мы видели, что при истечении через простое отверстие, а также через цилиндрические каналы скорость истечения не может достигнуть величины большей скорости звука. Чтобы достигнуть больших скоростей истечения канал должен быть непременно расширяющийся. Де-Лаваль первый решил эту задачу, пристроив в отверстие коническую насадку (черт. 26), в которой пар мог бы постепенно продолжать расширяться дальше до противодействия.

При заданном начальном давлении p_1 , противодействии p_2 и расходе пара G килогр. в секунду, размеры насадки определяются следующим образом:

При адиабатическом истечении без трения для скорости w_x в сечении F_x с давлением p_x , пренебрегая начальной скоростью в сосуде w_1 на основании уравнения (94) имеем:

$$w_x = \sqrt{2g \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p_x}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} \right]}.$$

откуда

$$G = F_x \sqrt{\frac{2gk}{k-1} \frac{p_1}{v_1} \left[\left(\frac{p_x}{p_1}\right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p_x}{p_1}\right)^{\frac{k+1}{k}} \right]}.$$

Сечение $F_{min} = F_k$ определяется из того условия, что в нем:

$$\frac{p_x}{p_1} = \frac{p_k}{p_1},$$

где p_k — критическому давлению и, как раньше было выведено, равно:

$$p_k = p_1 \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}}.$$

Подставив в выражения для скорости и количества вытекающего пара вместо p_x величину p_k , получим для $F_{\min} = F_k$

$$w_k = \sqrt{\frac{2gk}{k+1} p_1 v_1},$$

$$G_{ск.} = F_k \sqrt{\frac{2gk}{k+1} \frac{p_1}{v_1} \left(\frac{p_k}{p_1}\right)^{\frac{2}{n}}}.$$

Для конечного сечения F_2 будет:

$$w_2 = \sqrt{\frac{2gk}{k-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{n}} \right]},$$

$$F_2 = \frac{G v_2}{w_2}.$$

Необходимо заметить, что только что приведенный расчет насадки по формулам для истечения возможно производить лишь в том случае, когда истечение происходит полностью или в области насыщения, или в области перегрева; когда же часть явления относится к области перегрева, а часть к области насыщения, то надо прибегнуть к графическому методу, т. е. надо вычертить кривую изменения давлений и об'емов или прибегнуть к помощи энтропийной диаграммы, как это будет указано ниже при расчете насадки в случае наличия сопротивлений.

Для сухого насыщенного пара, для которого $k = 1,135$, мы уже имели:

$$p_k = 0,5774 p_1,$$

$$w_k = 323 \sqrt{p_1 v_1},$$

$$G_{ск.} = 199 F_k \sqrt{\frac{p_1}{v_1}};$$

для перегретого пара:

$$p_k = 0,5457 p_1,$$

$$w_k = 333 \sqrt{p_1 v_1},$$

$$G_{ск.} = 209 F_k \sqrt{\frac{p_1}{v_1}},$$

при p в кг./см.²; v в м.³/кг. и F в м.².

Полезно заметить, что скорость w_k весьма мало изменяется с изменением начального давления. Так, например, для насыщенного пара при

$$\begin{aligned} p_1 = 5 \text{ кг./см.}^2 & \quad w_k = 442,4 \text{ м./сек.} \\ p_1 = 12 \text{ кг./см.}^2 & \quad w_k = 454,3 \text{ м./сек.} \end{aligned}$$

Конечную площадь F_2 можно выразить еще через площадь в самом узком месте насадки F_k , а именно:

$$\frac{F_2}{F_k} = \frac{v_2}{v_k} \frac{w_k}{w_2} \dots \dots \dots (103),$$

откуда имеем нижеследующие таблицы:

Для сухого насыщенного пара:

$\frac{p_1}{p_2}$	= 1.732;	2;	4;	6;	8;	10;	20;	50;	80;	100;
$\frac{F_2}{F_k}$	= 1;	1.015;	1.349;	1.716;	2.069;	2.436;	3.966;	7.980;	11.555;	13.802.

Для перегретого пара:

$\frac{p_1}{p_2}$	= 1.832	10	20	50	100.
$\frac{F_2}{F_k}$	= 1;	2.075;	3.214;	5.958;	9.680.

В теории истечения мы видели, что при $p_2 > p_k$ давление в устье равно противодавлению. Поэтому

при $p_2 = p_k$ насадка должна быть доведена только до сечения F_k ;

при $p_2 > p_k$ насадка должна иметь форму сходящегося конуса или в крайнем случае короткого цилиндра с закругленным входом.

§ 6. Истечение при наличии трения.

Для рассмотрения истечения, сопровождаемого трением, нам надо обратиться к ранее выведенным нами общим уравнениям 47, 48 и 49.

Уравнения эти выведены для находящегося в покое канала в предположении, что работой силы тяжести пренебрегаем.

Если далее предположим, что отдачи тепла во внешнюю среду не происходит, то в этих уравнениях нужно положить $dQ = 0$, после чего они примут следующий вид:

Для полной энергии:

$$A \frac{w \delta w}{g} = - di \quad . \quad . \quad . \quad (104).$$

Для кинетической энергии:

$$A \frac{w \delta w}{g} = - A v \delta p - A \delta L_R \quad . \quad . \quad (105).$$

Для внутренней энергии:

$$A \delta L_R = di - A v \delta p \quad . \quad . \quad . \quad (106).$$

Для установившегося движения уравнение сплошности будет:

$$G v = F w \quad . \quad . \quad . \quad (107).$$

Из этих уравнений уравнение (104) может быть интегрировано независимо от закона, которому подчиняется работа трения. Если мы возьмем какие нибудь два сечения с начальными значениями w_1, p_1, v_1, i_1 , и конечными w_2, p_2, v_2, i_2 , то согласно уравнения (104) получим:

$$A \frac{w_2^2 - w_1^2}{2g} = i_1 - i_2 \quad . \quad . \quad . \quad (108) ^*),$$

т. е., что приращение кинетической энергии (в тепловых единицах) равно убыли теплосодержания или другими словами — «перепаду тепла».

Это весьма важное положение было выведено впервые W. Thomson'ом и Joule'м (1856 г.), а затем и Grashof'ом и Zeuner'ом.

Если состояние пара в сечении 2 определено опытным путем, то скорость пара найдется немедленно по формуле (108).

В противном случае для определения скорости надо еще знать и закон изменения работы трения.

*) Разность $i_1 - i_2 = h$ называется «перепадом тепла».

§ 7. Работа трения и потеря кинетической энергии по объемной и энтропийной диаграммам.

Рассмотрим адиабатическое истечение без трения между состояниями A_1 и A'_2 (черт. 27 и 28). Означив через i_1 и i'_2 тепло-содержания в A_1 и A'_2 , а через w_1 и w'_2 начальную и конечную скорость, мы на основании уравнения (108) будем иметь:

$$\frac{w_2'^2}{2g} = \frac{w_1^2}{2g} + \frac{1}{A} (i_1 - i'_2) . . . (109).$$

Сравним с только что рассмотренным истечением истечение, сопровождаемое трением. Начальные состояния A_1 в обоих случаях примем одинаковыми, равно как и конечные давления p_2 . Конечные объемы — v'_2 и v_2 , конечные тепло-содержания — i'_2 и i_2 и конечные скорости — w'_2 и w_2 будут в обоих случаях различны, при чем, очевидно, что v_2 должно быть больше, чем v'_2 , а w_2 будет меньше w'_2 . Пусть линии $A_1 A'_2$ и $A_1 A_2$ (в той и другой диаграмме) изображают изменения состояния в первом и во втором случае.

Для определения конечной скорости w_2 во втором случае имеем:

$$\frac{w_2^2}{2g} = \frac{w_1^2}{2g} + \frac{1}{A} (i_1 - i_2) . . . (110).$$

Откуда следует, что *потеря кинетической энергии*, которая нас главным образом и интересует, будет:

$$\frac{w_2'^2 - w_2^2}{2g} = Z = \frac{1}{A} (i_2 - i'_2) . . . (111)$$

или

$$A Z = i_2 - i'_2 (112),$$

т. е. имеем, что

потеря кинетической энергии, выраженная в тепловых единицах, равна количеству тепла, которое нужно затратить, чтобы перевести 1 килограмм пара при постоянном давлении

из состояния в конце адиабатического расширения в действительное конечное состояние.

Теплота, соответствующая работе трения, может быть определена из уравнения (106), согласно которому имеем:

$$A L_R = i_2 - i_1 + A \int_{p_2}^{p_1} v dp \quad . \quad . \quad (113).$$

При адиабатическом истечении (без трения) $L_R = 0$, т. е. имеем:

$$0 = i'_2 - i_1 + A \int_{p_2}^{p_1} v' dp \quad . \quad . \quad (114),$$

где v' означает соответствующий давлению p объем при адиабатическом изменении состояния (т. е. по кривой $A_1 A_2'$).

Вычитая из уравнения (113) уравнение (114), получим:

$$A L_R = i_2 - i'_2 + A \int_{p_2}^{p_1} (v - v') dp$$

или

$$L_R = Z + \int_{p_2}^{p_1} (v - v') dp \quad . \quad . \quad (115).$$

Но $\int_{p_2}^{p_1} (v - v') dp$, согласно чертежа 27, есть нечто иное, как величина работы, измеряемой площадью $A_1 A_2 A_2'$, откуда мы видим, что потеря кинетической энергии и работа трения не равны между собой; потеря кинетической энергии будет меньше работы трения на величину работы соответствующей площади $A_1 A_2 A_2'$.

Причина этого лежит в том, что работа трения непрерывно обращается в теплоту, часть которой утилизируется при дальнейшем расширении.

Таким образом окончательно имеем:

$$A L_R = AZ + \text{теплота соответствующая работе, изображаемой площадью } A_1 A_2 A_2' \quad . \quad . \quad . \quad (116).$$

Хотя процесс $A_1 A_2$ есть процесс необратимый, тем не менее одноименные площади $A_1 A_2 A_2'$ в обеих диаграммах (черт. 27 и 28) равновелики, в чем легко убедиться, если

заставить 1 кгр. пара при соответствующем подводе тепла описать замкнутый процесс $A_1 A_2 A_2' A_1$ (черт. 27).

Как легко видеть (черт. 28),

$$\text{площадь } A_2' A_2 A_2'' A_1'' = i_2 - i_2' = AZ.$$

Площадь эта заштрихована горизонтальными линиями.

Откуда, согласно формуле (115), теплота, соответствующая работе трения изобразится (черт. 28) заштрихованною вертикальными линиями площадью $A_1 A_2 A_2'' A_1' A_2' A_1$.

Наконец (черт. 28) площадь $A_1 A_2 A_2'$ представляет ту часть от всей теплоты, выделившейся от работы трения, которая утилизируется во время расширения.

Определив i_2 из уравнения (112) и подставив его значение в уравнение (110), получим:

$$i_1 - i_2' = A \frac{w_2^2 - w_1^2}{2g} + AZ \dots (118).$$

т. е., что имеющийся в распоряжении перепад тепла (при адиабатическом расширении без сопротивлений) равен приращению кинетической энергии, сложенному с происходящей потерей кинетической энергии.

Зависимость между коэффициентом потери энергии ζ_1 , отнесенным к действительной выходной скорости и показателями k — адиабаты и n — политропы.

В гидравлике принято потерю энергии относить к действительной скорости истечения. Тогда, обозначив этот коэффициент потерн через ζ_1 , для теоретической скорости истечения будем иметь:

$$w_2'^2 = (1 + \zeta_1) w_2^2,$$

а потеря энергии будет:

$$w_2'^2 - w_2^2 = \zeta_1 w_2^2.$$

На чертеже 29 кривая BC есть адиабата $pv^k = C$, а кривая BE — политропа $pv^n = C_1$, по которой совершается действительный процесс.

Проведем через точку E линию $i_2 = \text{Const.}$ до пересечения в C (p_x, v_x) с адиабатой BC .

В предположении, что начальная скорость равна нулю, действительная скорость истечения w_2 получится из выражения:

$$A \frac{w_2^2}{2g} = i_1 - i_2 = A \frac{k}{k-1} (p_1 v_1 - p_2 v_2).$$

Заметив, что точки C и E лежат на линии $i_2 = \text{Const.}$, будем иметь:

$$p_x v_x = p_2 v_2,$$

откуда

$$\frac{w_2^2}{2g} = \frac{k}{k-1} (p_1 v_1 - p_2 v_2).$$

Потеря энергии = площади $DCBEF = \frac{n}{n-1} (p_1 v_1 - p_2 v_2) -$

$$- \frac{k}{k-1} (p_1 v_1 - p_2 v_2) = \zeta_1 \frac{k}{k-1} (p_1 v_1 - p_2 v_2)$$

или

$$\frac{n}{n-1} - \frac{k}{k-1} = \zeta_1 \frac{k}{k-1}.$$

откуда

$$n = \frac{(1 + \zeta_1) k}{1 + k \zeta_1} \dots \dots \dots (117).$$

Если теперь через ζ обозначить потерю энергии, отнесенную к теоретической скорости истечения, то для определения зависимости между ζ и ζ_1 будем иметь:

$$\zeta w_2'^2 = \zeta_1 w_2^2.$$

Но

$$w_2'^2 = (1 + \zeta_1) w_2^2,$$

откуда

$$\zeta = \frac{\zeta_1}{1 + \zeta_1} \dots \dots \dots (117a)$$

и

$$\zeta_1 = \frac{\zeta}{1 - \zeta} \dots \dots \dots (117b)$$

Наконец, обозначив через φ коэффициент скорости при истечении, т. е.:

$$\varphi = \frac{w_2}{w_2'},$$

получим

$$\varphi^2 w_2'^2 = w_2^2 = w_2'^2 (1 - \zeta),$$

откуда

$$\varphi = \sqrt{1 - \zeta} = \frac{1}{\sqrt{1 + \zeta_1}} \dots \dots (117c)$$

Формулы 117, 117a, 117b и 117c дают возможность, зная одну из величин κ , ζ , ζ_1 и φ найти остальные, что может иногда представлять интерес.

§ 8. Опыты для определения величины потерь в насадках.

Для определения величины потерь в насадках был произведен ряд опытов. Опыты эти производили: Stodola, Lewicki, Delaporte, H. Frederic, Kemble, Christlein и др.

Из всех этих опытов мы рассмотрим лишь опыты Stodola и Christlein'a, основанные на различных между собою методах. Опытное приспособление Stodola состояло из насадки, внутрь которой была введена тонкая закрытая с конца трубка ($d = 5$ мм.), снабженная боковыми отверстиями, нормальными к поверхности трубки. Трубка эта располагалась вдоль по оси насадки и служила для измерения давления вдоль по оси струи, для чего она на конце была снабжена манометром и микрометрическим приспособлением для точной установки вдоль по оси насадки. Помимо этой трубки давления в различных сечениях измерялись еще целым рядом манометров, установленных вдоль насадки нормально к ее внутренней поверхности. В вычисление вводилось найденное в данном сечении среднее давление.

Подсчет потери кинетической энергии производился следующим образом:

Пусть:

p_1, t_1, x_1 суть наблюдаемые давления, температура и степень сухости перед насадкой,

p_x — — наблюдаемое давление в сечении f_x ,

G — — измеренное количество протекающего пара в килогр. в секунду,

i_1 — — теплосодержание перед насадкой,

w_1 — — скорость перед насадкой,

x — — неизвестная степень сухости в сечении f_x ,

$i_x = (q + rx)$ неизвестное теплосодержание в сечении f_x , при чем q = теплоте воды, а r — полной скрытой теплоте парообразования при давлении p_x .

Тогда имеем:

$$A \frac{w_x^3}{2g} = A \frac{w_1^3}{2g} + i_1 - (q + rx) \dots \quad (119).$$

По условию сплошности:

$$G = \frac{f_x w_x}{v_x} = \infty \frac{f_x w_x}{v_x r} \dots \quad (120),$$

если под v_x' разумеет объем одного килограмма сухого насыщенного пара при давлении p_x .

Подставив ∞ из уравнения (120) в уравнение (119), получим:

$$A \frac{w_x^3}{2g} = A \frac{w_1^3}{2g} + (i_1 - q) - \frac{f_x r}{G v_x'} w_x \dots \quad (121),$$

уравнение из которого можно найти w_x .

Входящая в это выражение скорость w_1 определяется из начальных условий. В опытах Stodola член $\frac{w_1^3}{2g}$ имел совершенно второстепенное значение.

Найдя из уравнения (121) w_x , получим из уравнения (120)

$$x = \frac{f_x w_x}{G v_x'}$$

и

$$i_x = q + rx.$$

рую нужно приложить, чтобы удержать насадку неподвижной (черт. 31). Christlein пользовался последним устройством. Подробности этого устройства см. Zeitschrift für das gesammte Turbinenwesen 1912 г. стр. 3 и 4 черт. 1 и 2.

Раньше, чем перейти к рассмотрению опытов Christlein'a полезно посмотреть, каким образом получается реакция струи и из каких частей она состоит.

а) *Случай истечения капельной (нейтральной) жидкости¹⁾*.

Предположим, что мы имеем сосуд (черт. 32) на боковой стенке которого устроено хорошо закругленное отверстие площади F . За среднюю высоту напора примем отстояние H уровня жидкости до центра отверстия. Положив плотность жидкости, равной γ , и приняв истечение идеальным, т. е. коэффициент истечения равным 1, получим:

$$\text{Скорость истечения} = w_o = \sqrt{2gH} = \sqrt{2g \frac{p_1}{\gamma}}. \quad (122),$$

где p_1 есть гидростатическое давление на высоте центра отверстия.

Количество вытекающей жидкости в секунду будет:

$$G = F w_o \gamma,$$

а количество движения ее будет:

$$\frac{G}{g} w_o = \frac{F w_o^2 \gamma}{g} \dots \dots \dots (123).$$

Этой величине должна равняться полная реакция P_r жидкости на сосуд. Подставив в выражение (123) значение w_o , получим:

$$P_r = 2 F p_1 \dots \dots \dots (124).$$

Каким же образом получается эта сила, действующая в сторону, противоположную направлению истечения?

¹⁾ См. Wagner P. Der Wirkungsgrad von Dampfturbinen-Beschleunigungen.

Прежде всего легко видеть, что вследствие выреза поверхности F на передней стенке, давление на переднюю и заднюю стенки сосуда будут различны: давление на заднюю стенку будет больше на величину

$$P = F p_1.$$

Остальная часть полной реакции

$$P_1 = 2 F p_1 - F p_1 = F p_1$$

получается благодаря тому, что давление жидкости, бывшее при отсутствии истечения одинаковым как на переднюю, так и на заднюю стенки, становится при наличии истечения не одинаковым, так как у передней стенки струи жидкости приобретают постепенно известную скорость, а потому давление их на стенку понижается, тогда как на задней стенке скорость движения воды может быть принята равной нулю. Как видим, в идеальном случае истечения эта разность давлений P_1 на площадь стенок ($A \times B - F$) как раз равна величине P .

Таким образом избыток давления на заднюю стенку, равный реакции вытекающей струи, состоит из двух частей: P и P_1 .

Часть P , обусловленную разностью давлений в устье и внутри сосуда, можно назвать *потенциальным* давлением в устье; часть P_1 — *кинетическим*.

Из вышесказанного следует, что в случае идеального истечения при капельных жидкостях *всегда*

$$\frac{P}{P_r} = 0,5 \dots \dots \dots (125).$$

в) Случай истечения упругих жидкостей.

При истечении газообразных тел существенное отличие заключается в том, что вместе с изменением давления изменяется и удельный объем, а, следовательно, и плотность.

Для реакции струи и здесь мы будем иметь:

$$P_r = \frac{G}{g} w_0 \dots \dots \dots (126);$$

при чем

$$G = F w_0 \gamma_2 \dots \dots \dots (127),$$

где γ_2 есть плотность газа или пара при давлении p_2 , соответствующем скорости w_0 , т. е., при адиабатическом истечении без сопротивлений, плотность в конце адиабатического расширения до давления p_2 .

Плотность эта будет всегда меньше плотности γ_1 , при начальном давлении p_1 .

Из выражения (127) имеем

$$w_0 = \frac{G}{F} \frac{1}{\gamma_2},$$

а потому

$$P_r = \frac{G^2}{F} \frac{1}{g\gamma_2} = \frac{G^2}{F} \frac{v_2}{g} \quad (128).$$

Статическое давление пара на площадь F равно

$$P = (p_1 - p_2) F.$$

Так как v_2 (удельный объем в конце адиабатического расширения) есть функция довольно сложного вида отношения $\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$, то ясно, что при истечении газообразных тел отношение

$\frac{P}{P_r}$ не может равняться постоянной величине, как это было в случае капельной жидкости.

Если истечение будет происходить при давлении равном или большем критического p_k , то F равно выходному сечению насадки, и

$$\frac{P}{P_r} = g\gamma_2 (p_1 - p_2) \frac{F^2}{G^2} : \left(\frac{p_2}{p_1} \geq p_k\right).$$

Если противодействие p_2 будет меньше критического, то, обозначив выходное сечение насадки через F_2 , будем иметь:

$$w_2 = \frac{G}{F_2} \frac{1}{\gamma_2},$$

а потому

$$P_r = \frac{G^2}{F_2} \frac{1}{g\gamma_2} \quad (129).$$

Сила же P (разность давлений на внутренние стенки сосуда) будет:

$$P = (p_1 - p_2) F_k,$$

где F_k есть наименьшее сечение насадки.

Откуда

$$\frac{P}{P_r} = g \gamma_2 (p_1 - p_2) \frac{F_k F_2}{G^2} \dots \dots (130).$$

Чтобы составить себе представление о том, как меняется отношение $\frac{P}{P_r}$ с изменением конечного давления, лучше всего решить какой-либо частный пример и представить графически полученные результаты, как это сделано на чертеже 33.

В этом примере принято, что истечение совершается адиабатически без сопротивлений. За абсциссы при построении различных кривых на черт. 33 приняты перепады тепла. По перепадам тепла с тепловой диаграммы сняты соответствующие величины конечных давлений p_2 и конечных удельных объемов v_2 и вычислены скорости истечения w_0 , а затем и другие внесенные в нижеследующую таблицу величины, необходимые для построения кривых на черт. 33. Начальное давление пара принято равным 10 кг./см.² абс., начальная степень сухости $x = 1$; количество вытекающего в секунду пара $G = 10$ килогр.

По данным из таблицы на черт. 33 построены нижеследующие кривые:

- 1) Кривая изменения p_2 с перепадом тепла.
- 2) Кривая изменения F с перепадом тепла при секундном расходе $G = 10$ килогр.
- 3) Кривая полной реактим струи P_r .
- 4) Кривая P .
- 5) Кривая отношения $P : P_r$.

Кроме того нанесена еще кривая BDC значений $P_r \frac{F_k}{F}$, начинающаяся от точки B на кривой P_r , соответствующей критическому давлению. Эта кривая показывает, какая вели-

Таблица к чертежу 33.

h кал.	p_2 кг./м. ² абс.	$p_1 - p_2$ кг./м. ² .	$\Gamma = \frac{Gv_2}{w}$ м ² .	$P =$ $= F(p_1 - p_2)$ кггр.	$P =$ $= F_k(p_1 - p_2)$ кггр.	$P_r = \frac{Gw}{g} =$ $= 2 F\gamma_2 \frac{h}{A}$ кггр.	$P_r \frac{F_k}{F}$ кггр.	$\frac{P}{P_r}$
1	97880	2120	0,022200	47,0	—	93,4	—	0,504
2	95800	4200	0,016000	67,2	—	132,0	—	0,509
3	93800	6200	0,013300	82,5	—	161,6	—	0,510
4	91800	8200	0,011720	96,1	—	186,6	—	0,515
5	89800	10200	0,010690	109,1	—	208,7	—	0,522
6	87950	12050	0,009940	119,8	—	228,5	—	0,524
8	84200	15800	0,008930	141,1	—	264,0	—	0,534
10	80600	19400	0,008310	161,2	—	295,2	—	0,547
12	77200	22800	0,007880	179,5	—	323,4	—	0,555
14	73900	26100	0,007580	197,8	—	349,0	—	0,566
16	70600	29400	0,007375	216,8	—	373,5	—	0,581
18	67550	32450	0,007230	234,8	—	396,0	—	0,594
20	64600	35400	0,007130	253,8	—	417,5	—	0,605
22	61700	38300	0,007065	270,5	—	438,0	—	0,618
24	59000	41000	0,007050	289,0	—	457,0	—	0,632
24,7	58000 *)	42000	0,007045	295,8	—	464,0	—	0,638
25	57700	42300	0,007045	—	298,0	466,5	466,4	0,639
26	56300	43700	0,007055	—	308,0	476,0	475,0	0,648
28	53700	46300	0,007085	—	326,0	494,0	490,5	0,665
30	51200	48800	0,007120	—	343,5	511,0	505,0	0,672
40	40500	59500	0,007585	—	418,5	590,5	548,0	0,709
50	31700	68300	0,008400	—	481,0	659,5	553,0	0,729
60	24700	75300	0,009590	—	530,0	723,0	531,0	0,733
80	14600	85400	0,013140	—	601,0	834,5	457,0	0,720
100	8330	91670	0,019450	—	646,0	933,5	337,7	0,692

*) Критическое давление.

чина от полной реакции приходится на площадь наиболее узкого сечения F_k насадки.

Остающаяся величина $\left(P_r - P_r \frac{F_k}{F} \right)$ на протяжении BD воспринимается стенками раструба насадки. Начиная от точки D , где P становится равным $P_r \frac{F_k}{F}$, воспринимаемая стенками раструба часть реакциим будет $(P_r - P)$.

Как видно из чертежа, при $P = P_{rk}$, что соответствует теоретической скорости истечения около 630 метр./сек., кривая $P_r \frac{F_k}{F}$ имеет максимум.

Это показывает, что при истечении через простое отверстие реакция струи на площадь отверстия продолжает возрастать до вышеуказанной скорости, переходящей критическую, т. е. что простые отверстия применимы в известных пределах и при перепадах давлений, больше критического. Правда, в этом случае не вся реакция струи может быть использована, так как часть ее KL теряется. Помимо этого, как увидим ниже, при истечении в среду меньшего давления, чем давление в устье, струя меняет свое направление, а потому вдоль по оси отверстия будет действовать лишь составляющая реакции по направлению оси.

Обращаясь к кривой $\frac{P}{P_r}$, мы видим, что отношение это всегда больше 0,5.

Перейдем теперь к рассмотрению опытов Christlein'a над истечением из насадок ¹⁾ (сопел) и направляющих аппаратов.

Для определения величины действительной скорости истечения w из насадок при различных условиях Christlein пользовался прибором, схематически описанным выше. При помощи

¹⁾ См. подробности Zeitschrift für das gesammte Turbinenwesen за 1912 г.

а) Сошла ($F_2 : F_{min.} > 1$).

На чертеже 44 по оси абсцисс отложены величины перепада тепла h , а по оси ординат—соответствующие значения теоретической скорости истечения

$$w_0 = 91,53 \sqrt{h} \dots \dots (133) *$$

и действительно достигнутой скорости w при истечении через сошло № 1.

Кривые зависимости w от h построены на черт. 44 для трех различных начальных давлений и для различных степеней перегрева. Как видно, во всех случаях характер этих кривых одинаков. Так что кривая эта по справедливости может быть названа характеристикой сошла.

Обращаясь к этой кривой, мы видим, что она состоит из трех частей:

- 1) из ветви a ,
- 2) из колена b ,
- 3) из ветви c .

Ветвь a получается при истечении при противодействии p_2 большем, чем конечное давление p_2' , на которое рассчитана насадка. Потеря в скорости в этом случае обуславливается: трением о стенки, внутренним трением, главным же образом потерями, связанными с действием насадки, как диффузора (см. § 18).

Колено b соответствует работе насадки при противодействии p_2 равном или весьма близком p_2' . В этом случае потери получаются только от внутреннего трения и трения о стенки насадки, вследствие чего в этом районе коэффициент скорости ϕ достигает наибольшей величины, как это и видно из черт. 45, на котором представлена зависимость, согласно черт. 44, между ϕ и теоретической скоростью w_0 .

*) Уравнение это получается из уравнения (108), положив $i_1 - i_2 = h$ — перепаду тепла и приняв $w_1 = 0$.

Род направляющего аппарата.	Главные размеры, форма и выполнение.											
	№	Вид см. чертеж.	Угол α	М. Осевая длина.	Число каналов.	Материал.	Поверхность.		Узкое сечение ΣF_{min} см. ²	Выходное сечение ΣF_2 см. ²	$\frac{\Sigma F_2}{\Sigma F_{min}}$	$\sqrt{\frac{\Sigma F_2}{\Sigma F_{min}}}$
							До узкого места.	От узкого места до выходного сечен.				
С о л л а.	1	34	19,6	72	1	Бронз.	Необ- работ.	Глад- кая по- верх- ность.	1,766	4,15	2,35	1,533
	2	35	20,1	63	1	»	»	»	2,461	5,002	2,035	1,427
	3	36	19,7	45	1	»	»	»	0,5568	1,466	2,632	1,623
	4	37	24,7	79	2	Чугун	»	»	2,06	12,94	6,28	2,51
	6	38	20,8	75	2	Бронз.	Лучше е вы- полне- ние.	»	3,584	4,284	1,185	1,087
	7	39	21,1	75	2	»	»	»	3,668	7,116	1,940	1,393
	Направляющие лопатки.	2	41	21,6	75	3	Чугун и вли- тые	Необ работ. хорош о вы- полн.	»	5,192	5,192	1
1		40	21,2	75	3	лопат- ки из	»	»	5,245	5,245	1	1
3		42	21,8	75	3	келе- вой	»	»	5,780	5,730	1	1
4		43	21,6	80	3	стали.	»	»	5,573	5,573	1	1

Наивыгоднейшие условия работы на основании опытов с насыщенным паром.											
p_1 кг./см. ²	t_1 °C	τ_1 Пере- грев °C	p_2 кг./см. ²	w м./сек.	w_0 м./сек.	Φ_{max} .	$\frac{p_2}{p_1}$	$\frac{w}{w_0}$	Вес пара. G кг./сек.	$\frac{G}{\Sigma F_{min}}$ кг./сек. см. ²	
4,02 6,025 9,87	151	8	0,445	800	845	0,946	0,111	1,788	0,1051	0,0596	
	159	1	0,650	813	860	0,944	0,108	1,808	0,1557	0,0882	
	186	7	1,02	834	835	0,942	0,104	1,802	0,2510	0,1422	
4,98 3,02	157	6	0,665	765	820	0,932	0,133	1,686	0,1822	0,074	
	188	5	0,417	748	800	0,935	0,138	1,692	0,1106	0,0449	
10,76 8,84 5,94	185	3	0,840	852	930	0,915	0,0781	1,850	0,0873	0,1571	
	176	2	0,760	840	916	0,918	0,0861	1,845	0,0724	0,1302	
	160	2	0,520	824	895	0,920	0,0874	1,870	0,0494	0,0886	
4,00 8,00	146	3	0,155	957	1010	0,948	0,0387	2,145	0,1230	0,0597	
	170	0,5	0,305	966	1025	0,942	0,0381	2,160	0,2432	0,1180	
4,98 3,00	158	7	1,450	617	660	0,937	0,291	1,372	0,2585	0,0722	
	144	11	0,880	611	650	0,940	0,294	1,392	0,1577	0,0439	
4,99 2,96	155	4	0,735	763	800	0,952	0,147	1,694	0,2595	0,0708	
	144	11	0,452	751	785	0,955	0,150	1,684	0,1557	0,0426	
2,01 3,04 3,99	139	18	0,865	504	540	0,932	0,430	1,13	0,1571	0,03028	
	148	14	1,250	512	555	0,922	0,412	1,14	0,2330	0,0449	
	146	2	1,52	530	580	0,915	0,381	1,19	0,3064	0,0590	
2,02 3,04	139	18	0,756	544	579	0,938	0,374	1,23	0,1581	0,03016	
	156	23	1,10	555	600	0,925	0,362	1,22	0,2316	0,0442	
3,03 4,00	140	7	1,145	541	579	0,933	0,373	1,22	0,2292	0,0401	
	146	2	1,45	548	595	0,922	0,362	1,23	0,306	0,0534	
2,015 3,03 4,00	134	13	0,752	544	579	0,938	0,373	1,255	0,1555	0,0272	
	146	13	1,09	550	595	0,932	0,360	1,23	0,2308	0,0403	
	146	2	1,42	553	600	0,922	0,355	1,245	0,304	0,0546	

Наклонен ветвь c относится к случаю истечения при противодействии p_2 , меньшем p_2' . В этом случае нар продолжает свое расширение до противодействия уже *вне* насадки. Главнейшими причинами потерь в этом случае являются: звуковые колебания и *отклонение* струн от направления оси насадки. Измеренная реакция дает в этом случае не величину самой скорости, а величину ее проекции на направленные оси насадки.

Таким образом мы можем сказать, что характеристическая кривая $w = f(h)$ дает нам полную картину изменения *осевой* скорости пара для данной насадки при различных условиях истечения.

в) *Направляющие аппараты* ($F_2 : F_{min.} = 1$).

На черт. 46 представлены характеристические кривые $w = f(h)$ для направляющего аппарата, изображенного на черт. 41.

Как видно, кривые эти имеют тот же характер, как и у сопел.

Ветвь a соответствует скорости истечения *ниже* критической. Потери в этом случае обусловлены только трением.

Колено b соответствует скорости истечения *несколько выше* критической.

Ветвь c —скорости струн, значительно превосходящей критическую. В этом случае опять будет происходить более или менее значительное отклонение струи от первоначального направления.

Обращаясь к черт. 47, мы прежде всего видим, что *по мере возрастания скорости растет* и φ , а затем, что φ становится *максимумом* при скорости w , *несколько большей* скорости звука, это же возможно лишь тогда, если эта скорость будет достигнута внутри направляющего аппарата.

Теперь возникает вопрос, как же это возможно, что при истечении через простое отверстие (с параллельными стенками) скорость становится *большой* скорости звука. Объясняется это тем, что при изготовлении направляющих аппа-

ратов чрезвычайно трудно достигнуть полной параллельности стенок; изменение же сечения всего на величину около 2⁰/₀ уже достаточно, чтобы достигнуть наблюдавшегося увеличения скорости. Кроме того, вследствие криволинейности геометрической оси направляющих каналов вполне возможно сужение струи, что превращает направляющий аппарат в слегка расширяющееся сопло.

Зависимость значения φ_{max} от p_1 и степени перегрева.

Произведенные опыты показали, что с понижением p_1 при всех прочих одинаковых условиях φ_{max} слегка растет. Соответствующая величина скорости w_0 , определяемой достаточно точно по формуле

$$w_0 = \alpha \sqrt{p_1 v_1},$$

будет одновременно постепенно понижаться.

При понижении давления p_1 с 10 атм. абс. до 4 атм. абс. φ_{max} увеличился приблизительно на 0,4⁰/₀.

Влияние температуры перегрева на φ_{max} можно усмотреть из черт. 48 и 49. При одинаковом начальном давлении p_1 с возрастанием температуры перегрева τ растет и φ_{max} . Одновременно растет и соответствующая величина w_0 . Чем тщательнее отделана внутренняя поверхность насадок и направляющих каналов, тем влияние температуры перегрева сказывается все меньше и меньше.

В помещенной на стр. 71 таблице приведены значения φ_{max} для вышеупомянутых сопел и направляющих аппаратов.

Оставляя в стороне незначительные изменения φ_{max} в пределах $\pm 0,5$ ⁰/₀, зависящие от изменения p_1 , из этой таблицы видно, что φ_{max} с увеличением скорости w_0 слегка возрастает (от 1⁰/₀ до 2⁰/₀).

Исключение составляет только самая маленькая насадка № 3 с диаметром $d_{min} \approx 8$ мм.

Влияние состояния поверхности и формы сказывается, как видно, в том, что у чрезвычайно тщательно отделанных

сопел 6 и 7, имеющих на всем протяжении прямоугольное сечение, уже при меньших скоростях φ_{max} , имеет большую величину, чем у сопел № 1 и 4, у которых круговое узкое сечение переходит затем в прямоугольное.

На чертеже 50 и 51 максимумы кривых, относящихся к различным значениям $F_2 : F_{min}$, соединены между собой согласной кривой.

Этой кривой можно пользоваться при проектировании новых направляющих аппаратов или сопел. Если же дело идет об исследовании работы уже существующего направляющего аппарата, то всегда необходимо пользоваться характеристической кривой, соответствующей данному соотношению $F_2 : F_{min}$.

с) Сопла с нормальным срезом.

Так как при истечении в свободное пространство через направляющие аппараты с косым срезом всегда происходит некоторое отклонение струи от направления оси, то представлялось интересным выяснить, как будет меняться φ при сопле с нормальным срезом. Для этого сопло № 1 (черт. 34) было срезано, как представлено на черт. 52.

Полученные результаты представлены на черт. 56 и 57. Как видно, во всех случаях φ больше, чем у сопла с косым срезом (приблизительно на 30%). φ_{max} достигается в том и другом случае почти при одном и том же значении ω_0 .

Имея в виду, что при нормальном срезе ось струи не изменяет своего направления (хотя отдельные струйки и отклоняются от направления параллельного оси), а также характер изменения величины φ и саму величину φ , можно высказать, что наиболее выгодная область применения таких сопел значительно шире, чем у сопел с косым срезом.

На черт. 56 и 57 нанесены еще и результаты, полученные при испытании укороченного сопла № 1, как показано на черт. 53, 54 и 55.

На черт. 53 сопло № 1 было сточено настолько, чтобы выходное сечение получилось точно круговым; на черт. 54

это же сопло было сточено почти до узкого сечения и на черт. 55—до узкого сечения.

Как видно, и в этом случае вполне подтвердилось высказанное ранее, а именно, что при *правильных условиях работы* *максимально достижимое значение коэффициента φ растет с возрастанием скорости.*

§ 9. Графическое определение размеров насадки.

А. Обыкновенный метод.

Заданными величинами мы будем считать:

Начальное состояние пара (p_1, v_1, T_1).

Конечное давление или противодействие— p_2 .

Расход пара в секунду— $G_{сек}$.

Пусть точка А в тепловой диаграмме (черт. 58—а) изображает собою начальное состояние пара. Если насадка до самого узкого сечения весьма коротка, то сопротивлениями до этого сечения можно пренебречь, т. е. можно считать расширение до этого места совершающимся адиабатически и давление в самом узком месте равным критическому p_k . Определив это давление из уравнения 17, мы найдем на линии адиабатического процесса AC' соответствующую точку В, характеризующую состояние пара в самом узком сечении ¹⁾.

¹⁾ Необходимо заметить, что точка В будет определять собою состояние пара в самом узком сечении только в том случае, если процесс АВ совершается весь или в области насыщения, или в области перегрева. Если бы, как на чертеже 58-а, часть процесса приходилась в одной, часть—в другой области, то для определения состояния пара в самом узком месте нам пришлось бы сделать ряд попыток, определив точку В таким образом, чтобы скорость в минимальном сечении получилась равной скорости звука, соответствующей состоянию пара в этом сечении. Но этого можно и не делать, а ограничиться тем, что сначала определить точку В, как было указано, затем определять, как будет указано, кривую изменения площадей f , найти по этой кривой $f_{мин}$, а затем по этому $f_{мин}$ —соответствующее ему давление пара.

В том случае, когда истечение до узкого сечения совершается целиком или в области перегрева, или в области насыщения и сопротивлениями до

Определяемое точкой C состояние пара при выходе из насадки найдется по известному состоянию C' пара в конце адиабатического расширения и по принятой величине потери энергии. Последняя, равная AZ , как мы видели, составляет

$$\xi = \text{от } 0,05 \text{ до } 0,15$$

от «имеющегося в распоряжении перепада тепла».

Таким образом, если теплосодержание в точке C' означим через i'_2 , а в точке C через i_2 , то для определения i_2 будем иметь:

$$i_2 = i'_2 + \xi (i_1 - i'_2) \dots \dots \dots (134).$$

Определив положение точки C , соединяем точки B и C некоторой приблизительно оцениваемой кривой, которая и представит собою в энтропийной диаграмме кривую процесса действительного расширения.

Если в какой-нибудь точке P этой кривой теплосодержание есть i , то, пренебрегая начальной скоростью w_1 , получим для определения скорости, соответствующей этому состоянию пара

$$A \frac{w^2}{2g} = i_1 - i \dots \dots \dots (135).$$

Определив отсюда w и связав с энтропийной диаграммы величину для удельного объема v в точке P , найдем необхо-

узкого сечения пренебречь *нельзя*, то давление в этом сечении может быть найдено еще следующим способом.

По начальному известному нам состоянию пара находим скорость звука a_1 и затем по формуле (70) величину скорости звука a в узком сечении.

Зная a , найдем, положив в выражении для полной энергии (уравн. 47) $dQ = 0$, теплосодержание i в узком сечении.

Если коэффициент потери энергии до узкого сечения от располагаемого до этого места теоретического перепада тепла = ξ , то для определения искомого теоретического перепада тепла h будем иметь:

$$(1 - \xi) h = i_1 - i,$$

откуда

$$h = \frac{i_1 - i}{1 - \xi}$$

По определенному таким образом теоретическому перепаду тепла h найдем при помощи диаграммы $J-S$ давление в узком сечении.

Таким образом состояние пара в узком сечении будет полностью известно, а, следовательно, может быть подсчитана и площадь этого сечения, если задан расход пара.

димую площадь сечения f для протока заданного количества пара $G_{сек.}$, воспользовавшись условием сплошности

$$G_{сек.} = f w \gamma,$$

откуда для f имеем:

$$f = \frac{G_{сек.}}{w \gamma} \dots \dots \dots (136).$$

Отложив по оси ординат давления, а по оси абсцисс найденные, как указано выше, величины f , w , γ и $w\gamma$, получим ряд соответствующих кривых, как это показано на черт. 58-b.

Если обратить внимание на то, что в начале $w = 0$, а затем постепенно возрастает, γ же наоборот в начале велико, а затем постепенно убывает, то ясно, что произведение $w\gamma$ должно пройти через максимум, которому, как это следует из уравнения (136), будет соответствовать минимальное значение для f .

$f_{min.}$ найдется, проведя в кривой f касательную параллельно оси ординат или более точно, проведя сначала касательную параллельно той же оси в кривой $w\gamma$, а затем через точку касания линию, параллельную оси x до пересечения ее с кривой f .

Определив $f_{min.}$ по диаграмме же найдем и давление в этом сечении, т. е. давление p_k .

Затем по той же кривой f и давлению p_2 найдется и величина выходного сечения f_2 .

Теперь остается определить еще форму продольного сечения насадки.

При определении формы продольного сечения насадки необходимо иметь в виду нижеследующие два условия:

- 1) струя нигде не должна отделяться от стенок,
- 2) потеря на трение должна быть возможно мала.

Чем плавнее будет выполнено закругление в самой узкой части и чем меньше угол расхождения насадки, тем более надежно, что струя нигде не будет отставать, но за то насадка становится тем длиннее и сопротивление тем больше.

Stodola рекомендует брать, как практическую среднюю величину для угла расхождения насадки 10° , а при коротких насадках еще меньше.

Что касается предельной величины закругления при входе в насадку, то об этой величине пока более или менее точных данных не имеется.

Когда форма поперечного сечения установлена (черт. 58-*d*), то легко вычертить кривую изменения давления в насадке (черт. 58-*c*), воспользовавшись имеемой уже графической зависимостью $p - f$ на черт. 58-*b*.

При нанесении давлений необходимо иметь в виду, что для сечений, лежащих левее самого узкого сечения, давления нужно снимать с части кривой f , лежащей выше f_{min} , и обратно.

Так как насадка наклонена к турбинному колесу под острым углом, то чтобы не происходило рассеивания струи, конец ее продолжают, как показано на черт. 58-*d*. Эта продолженная часть $MM'N$ имеет форму усеченного плоскостью MN цилиндра, диаметра равного концевому диаметру d_2 насадки.

На черт. 58-*c* представлена диаграмма изменения скорости в насадке. Кривая (1) относится к изображенной на чертеже 58-*d* конической насадке.

К вычерчиванию кривых w необходимо прибегать всякий раз, когда требуется, чтобы скорость в насадке изменялась по известному, наперед заданному, закону. Так, например, рекомендовалась насадка, в которой ускорение остается постоянным. Означив это постоянное ускорение через b , имеем бы

$$\frac{dw}{dt} = b,$$

но

$$w = \frac{dt}{dt};$$

откуда имеем:

$$wdw = bdt$$

или по интегрированию

$$w^2 - w_0^2 = 2bl.$$

формула, по которой при заданном l можно найти w , а затем и соответствующее значение f .

Но такой закон изменения скорости несколько не больше обоснован, чем, например, требование, чтобы скорость изменялась равномерно. Изменение скорости графически в этом случае изобразится прямой (на черт. 58-е—прямая (2)). Соответствующая такому изменению скорости форма насадки показана на черт. 58-д под цифрой (2). Как видно, профиль насадки, оканчивающийся в L , получается в этом случае криволинейным и сильно расширяющимся в конце. Чтобы уменьшить расхождение струи пара, казалось бы, что следовало бы изменить профиль по закруглению (3); кривая скорости в этом случае примет вид, показанный под цифрой (3) на чертеже 58-е. Как видно из чертежа 58-д, насадка в рассматриваемом случае получилась значительно короче, чем при простой конической форме, однако, нужно выяснить опытом, не будет ли здесь происходить отделения струи от стенок.

Пример.

Дано: $G_{сек.} = 0,153$ кг/огр.; $p_1 = 10,5$ кг./см.²; $t_1 = 198^\circ\text{C}$; $p_2 = 0,2$ кг./см.².

Находим в энтропийной диаграмме точку A и точку C' в конце адиабатического расширения до давления p_2 .

$$i_1 = 676,3 \text{ кал.}, \quad i_2' = 527,3 \text{ кал.},$$

откуда

теоретический перепад тепла = $676,3 - 527,3 = 149,0$ кал.

Принимаем потерю энергии равной $10\% = 14,9$ кал., для точки C на линии p_2 имеем:

$$i_2 = 527,3 + 14,9 = 542,2 \text{ кал.}$$

Для точки P на линии BC имеем:

$$i = 583,9 \text{ кал.}$$

Использованный до этого места перепад тепла будет:

$$i_1 - i = 92,4 \text{ кал.};$$

достигнутая скорость w будет

$$w = 880 \text{ м./сек.}$$

Соответствующий удельный об'ем v , взятый с диаграммы $= 1,54 \text{ м.}^3/\text{кг.}$,

откуда

$$f = \frac{Gv}{w} = 2,68 \text{ см.}^2$$

Найдя подобным образом ряд значений для f и вычертив кривую f , получим $f_{\min.} = 1,04 \text{ см.}^2$ при $p = \infty 6 \text{ кг./см}^2$.

Подобным же образом для конечного сечения насадки найдутся:

$$w_2 = 1061 \text{ м./сек.}; v_2 = 6,65 \text{ м.}^3/\text{кг.}; f_2 = 9,585 \text{ см.}^2$$

По $f_{\min.}$ и f_2 найдутся соответственные диаметры:

$$d_{\min.} = 1,15 \text{ см. и } d_2 = 3,49 \text{ см.}$$

По этим диаметрам и углу при вершине конуса $= 10^\circ$ и вычерчена представленная на чертеже 58-а насадка (1).

Примечание. Если расчет насадки производится при помощи энтропийной диаграммы (диаграммы $T-S$), то как мы видели, для нахождения точки C , соответствующей действительному состоянию пара в конце расширения нужно:

- 1) Найти точку C' на линии p_2 ,
- 2) определить i_2' ,
- 3) вычислить $AZ = \zeta (i_1 - i_2')$,
- 4) вычислить величину $i_2' = i_2 + \zeta (i_1 - i_2')$,
- 5) найти точку пересечения линии $i_2 = \text{Const.}$ с линией p_2 .

Точка эта и будет искомая точка C .

Совершенно также нужно поступать и в случае, если расчет производится при помощи диаграммы *Mollier* (диагр. $J-S$). Но только в этом случае нахождение точки C упрощается тем, что на этой диаграмме линии $i = \text{Const.}$ суть прямые, параллельные оси энтропии.

Чтобы найти искомую линию $i_2 = \text{Const.}$, нужно от точки C' отложить по адиабате вверх длину, равную $AZ = = \zeta (i_1 - i_2')$, через найденную точку провести горизонталь, которая и будет искомая линия $i_2 = \text{Const.}$ Пересечение ее с линией p_2 и даст искомую точку C .

В) Метод v^2 .

При этом методе также, как и при предыдущем, сначала наносится в тепловой диаграмме кривая предполагаемого изменения состояния. С этой кривой снимают соответствующие различным точкам кривой значения v и i и по этим значениям строят в прямоугольных осях координат при произвольных масштабах кривую зависимости v^2 от i , как это представлено на чертеже 59, где значения v^2 отложены по оси ординат, а значение соответственных им i — по оси абсцисс. Так как величины i отложены в убывающем порядке, то абсцисса какой-либо точки кривой v^2 , как легко видеть, представит собою нечто иное, как «действительный перепад тепла» до данной точки.

Если мы, как и раньше, опять положим начальную скорость равной нулю, т. е. $w_1 = 0$, то для любого сечения f_x мы будем иметь:

$$A \frac{w_x^2}{2g} = i_1 - i_x = h_x \quad (137).$$

Условие сплошности будет:

$$Gv_x = f_x w_x \quad (138),$$

откуда

$$\left(\frac{v_x}{w_x} \right)^2 = \left(\frac{f_x}{G} \right)^2$$

или

$$A \frac{v_x^2}{2g} = \frac{\left(\frac{f_x}{G} \right)^2}{\frac{A}{2g}}$$

Воспользовавшись уравнением (137), окончательно получим:

$$\frac{v_x^2}{h_x} = \frac{\left(\frac{f_x}{G}\right)^2}{\frac{A}{2g}} \dots \dots \dots (139).$$

Далее, количество G нам задано; выбрав какое либо f_x , мы можем рядом с нашей ранее вычерченной кривой построить прямоугольный треугольник, у которого вертикальный катет QB' равнялся бы $\left(\frac{f_x}{G}\right)^2$, а горизонтальный — PQ равнялся бы $\frac{A}{2g}$.

Если теперь через начало координат диаграммы v^2 провести прямую, параллельную гипотенузе PB' только что построенного треугольника, то точка пересечения B_2 этой прямой с кривой v^2 , очевидно, определит собою те величины для v_x и i_x , которые удовлетворяют уравнению (139). По найденному значению для i_x мы из уравнения (137) сейчас же определим w_x , а из энтропийной диаграммы и соответствующее давление p_x .

Как видно из чертежа, прямая OB_2 пересекает кривую v^2 еще и в точке B_1 , откуда имеем, что данному сечению удовлетворяют в общем случае два значения для v_x , i_x и p_x , как это мы видели и раньше. Оба эти значения сольются в одно, если из точки O провести касательную OC к кривой v^2 . Соответствующие точке C значения v , i и p будут значениями для самого узкого места насадки. Чтобы определить f_{min} , надо будет из P провести прямую PC' параллельно OC , тогда длина QC' будет $\left(\frac{f_m}{G}\right)^2$, откуда найдется f_m .

Так как объемы весьма сильно растут с уменьшением давления, то приходится строить еще вторую ветвь (b) кривой v^2 в меньшем против прежнего масштабе.

На черт. 59 эта ветвь построена в $33\frac{1}{2}$ раз меньшем масштабе. Имея эту ветвь, конечное сечение насадки найдется следующим образом:

Находим на ветви (*b*) точку *E*, соответствующую конечному i_2 . Соединяем точку *E* с *O*. Из точки *P* проводим линию $PE' \parallel OE$. Тогда f_2 определится длиной QE' , измеренной в масштабе, соответственно же измененном, как и масштаб для v^2 .

Принимая во внимание, что насадки в большинстве случаев устраиваются с прямолинейными образующими, для вычерчивания насадки нужно будет только определить направление касательной *OC* и направление *OE*.

Пример.

Нанесенные на черт. 59 цифры относятся к расчету насадки при тех же данных, что и раньше. Необходимо только обратить внимание на масштабы. Как уже было сказано, масштабы же для v^2 и i могут быть выбраны произвольными. Масштабы же для $\left(\frac{f}{G}\right)^2$ и $\frac{A}{2g}$ уже не могут быть

произвольны: отношение между масштабами этих величин должно быть такое-же, как отношение между масштабами v^2 и i , т. е. $\left(\frac{f}{G}\right)^2$ должно быть отложено в масштабе для v^2 ,

а $\frac{A}{2g}$ — в масштабе для i . Так как та и другая величина суть весьма малые дроби, то масштабы для них увеличены в 10^6 раз на чертеже 59 против масштабов для v^2 и i .

Для определения сечения f_2 , например, имеем длину QE' . Смерив эту длину масштабом для v^2 (ветвь *b*) находим $QE' = 39,4$.

Отсюда

$$\left(\frac{f_2}{G}\right)^2 10^6 = 39,4.$$

Если $G = 0,153$ килограмм., то $f_2 = 9,59 \cdot 10^4 \text{ м.}^2 = 9,59 \text{ см.}^2$, как было найдено и раньше.

§ 10. Определение размеров насадок на основании опытов Christlein'a.

До сих пор обычно насадки рассчитывались, принимая потери до узкого сечения равными нулю и полагая, следовательно, потери происходящими только в уширенной части насадки. Величина этих потерь в зависимости от устройства насадки принималась равной от 5 до 15%.

Такой способ расчета допустим лишь в случае, когда входная часть насадки весьма коротка, т. е. почти отсутствует. При обычном же устройстве насадок с довольно значительной длины, да при том еще кривой формы, входной частью этот расчет не пригоден. Рассчитанная по этому способу насадка окажется слишком сильно уширенной и будет работать при значительно сниженном коэффициенте полезного действия (ветвь *a*). Это обстоятельство было замечено на практике и весьма часто для улучшения коэффициента полезного действия насадок их стали готовить с меньшим против расчета расширением, объясняя себе лучшее действие насадки в этом случае так называемым «дополнительным расширением пара в зазоре», т. е. вне насадки.

Вышеприведенные опыты Christlein'a показывают, что это объяснение совершенно неправильно, так как при насадах с косым срезом при дополнительном расширении в зазоре коэффициент φ падает как от возникающих колебаний, так в особенности от отклонения струи от направления оси насадки (см. также § 11).

Правильное же объяснение будет, что при надлежащем укорочении насадка окажется как раз правильно сконструированной, т. е. давление в устье насадки упадет как раз до противодействия, тогда как при более уширенной насадке, насадка работала бы как диффузор.

Для правильного расчета необходимо потери до узкого сечения принимать равными от 10—15%, с повышением скорости w_0 эти потери можно понизить, принимая их равными от 6 до 10%.

Что при неправильном распределении потерь насадка действительно получится с слишком большим уширением можно видеть из следующего примера расчета насадки, произведенного Christlein'ом при разлжном распределении потерь.

Во всех случаях начальное давление p_1 принято равным 6,02 вг./см.², конечное $p_2 = 0,65$ вг./см.²; $t_1 = 160^\circ$ и затем по методу v^2 найдено отношение $\frac{F_2}{F_{min}}$ в предположении, что:

1) Истечение происходит адиабатически без сопротивлений (черт. 60).

2) Истечение сопровождается потерями, причем от давления $p_1 = 6,02$ вг./см.² до критического $p_k = 3,45$ вг./см.² потери равны нулю, в дальнейшем же составляют около 15% от всего располагаемого перепада тепла (черт. 61).

3) Истечение сопровождается потерями, равными нулю до критического давления $p_k = 3,45$ вг./см.², а затем при расширении до конечного давления $p_2 = 0,65$ вг./см.² составляющими около 7% от всего располагаемого тепла (черт. 62).

4) Истечение сопровождается потерями, величина коих при перепаде от $p_1 = 6,02$ вг./см.² до $p_k = 3,45$ вг./см.² составляет около 16% располагаемого до этого давления перепада тепла, в общем же при расширении до $p_2 = 0,65$ вг./см.² равны 7% от всего располагаемого перепада тепла (черт. 63).

Как уже было сказано, определение отношения $F_2 : F_{min}$ было произведено по методу v^2 ; для этого (черт. 64) по оси абсцисс были отложены действительные перепады тепла (соответствующие действительной скорости), а по оси ординат квадраты удельных об'емов v пара в соответствующих точках кривых изменения состояния (полагая $G_{сек.} = 1$). По полученным точкам были построены нанесенные на чертеже кривые v^2 . Так как у кривых v_2 и v_3 при p_k получается надлом, то это место было выравнено, чтобы можно было в этих кривых провести касательные из точки O .

Попутно с кривыми v^2 на черт. 64 нанесены еще и кривые постепенного падения p внутри насадки.

Если теперь соединить конечные точки кривых v^2 (v_1, v_2, v_3 и v_4) с началом координат, а также из начала координат провести касательные Ov_{m4}, Ov_{m12}, \dots , то, как известно, лежащие на одной и той же вертикали отрезки AB_1, AB_2, AB_3, AB_4 будут пропорциональны квадратам выходных сечений насадок, а отрезки $AC_4, AC_{1,2,3}$ — квадратам меньших сечений насадок. Откуда для искомого отношения $F_2 : F_{min}$ следовательно, получим, что

$$F_2 : F_{min} = \sqrt{AB : AC}.$$

Снятые с чертежа значения AB и AC в мм., а также вычисленные по ним значения $F_2 : F_{min}$ помещены в ниже-следующей таблице:

Кривые изменения состояния.	1	2	3	4
AB	292	364	323	323
AC	57	57	57	64
$F_2 : F_{min}$	2,265	2,528	2,385	2,245
Разница между $\frac{F_2}{F_{min}}$ по сравнению				
с $\frac{F_2}{F_{min}}$ для кривой состояния 4	0,020	0,283	0,140	0
То-же в %	+0,89	+12,6	+6,3	0

Из этой таблицы ясно видно, что во 2-м и 3-м случае насадка имеет слишком большое уширение по сравнению с 4-м случаем.

Отношение $F_2 : F_{min} = 2,24$ имеется как раз у насадки 1 (черт. 34), у которой при $p_1 = 6,02$ кг./см.² и $t_1 = 160^\circ$ F_{max} получилось при противодавлении $p_2 = \infty 0,65$ кг./см.² Откуда следует, что расчет по способу 4 более правилен, чем по способу 2 или 3.

Полезно заметить, что при наличии сопротивлений до узкого сечения давление в узком сечении получается (см.

черт. 64) меньшим критического. В данном случае оно будет, например, 3,24 кг./см.², вместо 3,45 кг./см.².

Соответствующая поправка занесена на черт. 63. После этого можно по заданному расходу $G_{сек}$ подсчитать и необходимую величину $F_{min.}$, руководствуясь значением v в узком сечении.

Примечание: Как известно, вследствие возможных сужений при истечении через криволинейные каналы, действительное $F_{min.}$ не всегда совпадает с имеемым $F_{min.}$ Кроме того происходит еще и искажение поверхностей $F_{p=const.}$ (см. черт. 69, 70 и 71). Поэтому в общем случае вопрос об определении надлежащих размеров насадок и направляющих каналов является весьма сложным и трудно разрешимым теоретически.

Единственный надежный путь—это путь опытный. Каждый завод должен на практике испытать свои конструкции и из этих опытов вывести те условия, при которых работа принятых направляющих устройств будет наиболее выгодная.

§ 11. Насадка с неполным расширением. Расширение в зазоре.

Обозначим через

p_1 — давление перед направляющим аппаратом,

p_2 — давление в устье направляющего аппарата,

p_2' — давление в пространстве куда происходит истечение,

k — показатель в уравнении адиабаты, равный 1,135 для сухого насыщенного пара; 1,3—для перегретого пара и 1,405—для воздуха.

Тогда по Th. Мейеру угол отклонения ω вытекающей струи газа равен

$$\omega = v' - v,$$

где

$$v = f \left[\left(\frac{p_2'}{p_1} \right), k \right],$$

а

$$\nu' = f \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right), k \right].$$

Кривые зависимости ν от $\frac{p}{p_1}$ нанесены на черт. 65.

Из этого чертежа, например, следует, что если при сухом насыщенном паре насадка рассчитана правильно для соотношения $\frac{p_2}{p_1} = 0,1$ и если затем вне насадки будет происходить дальнейшее расширение пара до давления p_2' причем

$$\frac{p_2'}{p_1} = 0,08,$$

то угол отклонения струи ω будет:

$$\omega = \nu' - \nu = \approx (45^\circ - 40^\circ) = \approx 5^\circ.$$

Для насадок с нормальным срезом этот случай представлен на черт. 66.

При истечении в более разреженное пространство, например, при $\frac{p_2'}{p_1} = 0,003$, имели бы $\omega = \approx 70^\circ$ (черт. 67).

Это отклонение струи и есть одна из причин слабого под'ема характеристики $\omega = f(h)$, так как вдоль оси насадки будет действовать лишь составляющая скорости по направлению оси.

Далее, обращаясь к кривым ν видно, что в районе критического отношения $\frac{p_k}{p_1}$, отклонения струи весьма незначительны. Отсюда следует, что при простых направляющих аппаратах расширение в зазоре допустимо в более широких пределах, чем при насадках.

Кроме того то обстоятельство, что при нормальном срезе давление в устье распределено симметрично, приводит к тому, что ось струи вне насадки остается совпадающей с осью насадки.

Совершенно иначе обстоит дело при косом срезе.

В этом случае вследствие несимметричности выходного сечения и неравномерного распределения давления в сечении ось струи отклоняется от оси направляющего аппарата при более или менее значительном дополнительном расширении в зазоре.

Направляющий аппарат в этом случае перестает исполнять свое назначение, ибо углы выхода получаются совершенно другими, что в связи с турбинным колесом может повести к значительным потерям в работе.

Отклонение оси струи от оси направляющего аппарата при расширении в зазоре есть особенность, присущая направляющим аппаратам с косым срезом.

Все эти явления были подтверждены произведенными Christlein'ом опытами, как видно из фотографий, снятых с вытекающей струи (см. *Zeitschrift für das Gesamte Turbinenwesen* за 1912 г., стр. 184—186 и 214—216).

Эти опыты показали кроме того, что при правильной работе насадок, струя пара имеет вполне устойчивый, спокойный характер и продолжает сохранять свою форму и при выходе из насадки. На основании этого Christlein полагает, что можно было бы повсе отказаться от косового среза, не опасаясь от этого рассеивания струи. Во всяком случае не следует делать длинных направляющих баналов с параллельными стенками для обеспечения надлежащего направления струи.

Чтобы выяснить какое влияние скажут поставленные против выхода из насадок лопатки на расширение в зазоре и вообще на скорость выхода пара из насадки, (а следовательно и на конечное давление в насадке), Christlein произвел ряд опытов, установив перед насадкой набранный из лопаток сегмент и меняя отстояние этого сегмента от устья насадки (см. черт. 32 стр. 217. *Zeitschrift für das Gesamte Turbinenwesen* 1912 г.).

Эти опыты показали, что при зазорах до 10 мм. присутствие лопаток задерживает расширение в зазоре, т. е. расширение пара продолжается еще и в лопатках. При зазорах же

выше 10 мм. пар успевает в зазоре расширяться до противодействия.

Кроме того эти опыты показали, что в том случае, когда расширение происходит целиком внутри направляющего аппарата, присутствие лопаток не имеет никакого влияния на величину реактивного давления при прочих одинаковых условиях (т. е. при тех же значениях p_1 , t_1 и p_2).

Произведенные Stodola опыты определения давления в различных сечениях насадки с неполным расширением дали те же результаты.

Примененное для этих опытов приспособление заключалось в следующем. Одна из стенок исследуемого канала была устроена в виде плотно прилаженной бронзовой доски (черт. 68), которую можно было перемещать в любом направлении и таким образом устанавливать отверстие манометра против любого места струи. (Струя течет нормально к плоскости чертежа и так как движение струи происходит параллельными слоями, то давление во всех точках одной и той же нормали к подвижной стенке будет одинаково).

В исследуемой насадке абсолютное начальное давление пара было 11 кг./см.² при температуре 240°C. На чертеже 69 нанесены линии одинаковых давлений. Вследствие косою входа поверхности одинаковых давлений, как видно, не совпадают с нормальными сечениями. Что касается изменения давления в суженном устье, то там, как видим, линии постоянного давления постепенно становятся параллельными выходному сечению. Давления в самом выходном сечении равно 2 кг./см.² ¹⁾ и только в расстоянии около 6 мм. от устья

¹⁾ Интересно отметить, как чувствительно течение пара ко всевозможным обстоятельствам. Так, например, при представленной на чертеже 70 насадке давление в конечном сечении *Z* получилось меньшим, чем оно должно было бы быть при имеющихся соотношениях между наименьшим сечением и сечением *Z*. Объяснилось это обстоятельство тем, что вследствие косою входа получилось сжатие струи. Несмотря на то, что скорость в этом месте еще весьма незначительна, имевшаяся здесь незначительная кривизна уже была достаточна, чтобы вызвать отделение струи от стенок. По устройстве входа по пунктиру *Y*, получился ход изменения давления, указанный на чертеже 71, достаточно точно согласующийся с теорией.

понижается до противодействия в 1 кг./см.² абсол. Таким образом от величины зазора будет зависеть распространение избыточного давления и внутрь лопаток, поставленных перед насадкой.

На чертеже 70 представлено изменение давления в той-же насадке в присутствии лопаток, поставленных на расстоянии 3 мм. от конца насадки. Как видим, давления в насадке почти не изменились. Ниже мы еще вернемся к этому чертежу при рассмотрении движения пара в криволинейных каналах.

§ 12. Построение кривой давления в насадке при G меньшем G_{max} .

В § 3 было показано, что насадка производит значительное всасывающее действие, т. е. что в самом узком месте насадки давление устанавливается меньше противодействия и что G_{max} при насадках достигается при противодействиях значительно больших, чем в случае истечения через простые отверстия.

Если через насадку протекает количество пара G , меньшее G_{max} , то для построения кривой изменения давления в насадке нужно поступить совершенно также, как поступали выше при определении размеров насадки по обыкновенному методу.

Для этого строим сначала новую кривую f' для количества пара G (черт. 58—b). На верхней ветви этой кривой находим точку, в которой сечение $f' = f_{min}$ *действительной насадки*. Давление, соответствующее этой точке, спосим на черт. 58—с в точку D , которая и определит собою величину давления в наименьшем сечении насадки. Для нахождения давления в каком нибудь сечении f_x за наименьшим сечением отыскиваем опять на *верхней же ветви* кривой f' соответственную точку E' , давление в коей и спосим в E'' на черт. 58—с. Поступая так дальше и соединив найденные точки D, E'' согласной кривой, получим искомую кривую теоретического

изменения давления. Чтобы построить кривую действительных изменений давлений нужно было бы знать еще величину сопротивлений.

Предельной кривой для кривых $DE''H$ будет кривая $BE''H$, у которой в точке B давление будет как раз равно критическому.

§ 13. Потеря давления в трубопроводах *).

При движении газов и паров в трубопроводах возникают сопротивления, как от трения о стенки трубы, так и от внутреннего трения между прилегающими слоями газа. При равномерном движении газа необходимая для преодоления работы трения работа получается за счет падения давления в трубопроводе, в направлении течения газа.

Только при очень малых скоростях и то главным образом в трубах малого диаметра, движение газа в трубопроводе может считаться совершающимся прямолинейными струями. В этом случае главным сопротивлением является трение о стенки и внутреннее трение, последнее является следствием того, что различные слои газа будут двигаться с различной, постепенно уменьшающейся по мере приближения к стенкам трубы скоростью.

В этом случае применим в известных пределах найденный в 1844 году Пуазейлем опытный закон, что *падение давления пропорционально первой степени скорости*. В 1860 г. Hagenbach вывел теорию этого явления и установил для цилиндрической трубы нижеследующее соотношение:

$$p_1 - p_2 = \frac{32 \eta l v}{d^3} \quad . \quad . \quad . \quad (140),$$

где:

- $p_1 - p_2$ — падение давления в кг./см²,
- l — длина трубопровода в метрах,
- d — диаметр трубопровода в метрах,

*) Schüle. Thermodynamik 2 изд. Стр. 332.

w — средняя скорость в метрах в секунду,

η — коэффициент вязкости.

Е Веcker *) для случая потока через узкие щели дает следующую формулу:

$$p_1 - p_2 = 12 \eta \frac{lw}{s^3} \dots \dots (141),$$

где s предположенная неизменной ширина щели в метрах.

Что касается коэффициента вязкости η , то по таблицам Landolt и Börnstein'a.

для воздуха

$$\eta = 1,75 \cdot 10^{-6} (1 + 0,003665 t) \dots \dots (142),$$

для пара

при $t = 20^\circ$ 100°C

$$\eta = 0,994 \cdot 10^{-6} \quad 1,345 \cdot 10^{-6}$$

Reynolds **) своими опытами доказал, что закон Пуазейля справедлив лишь до некоторой критической скорости, за которой падение давления выражается уже некоторой степенной функцией от скорости. В этом случае движение перестает совершаться прямолинейными струйками, а обращается в вихревое.

Для критической скорости при цилиндрической трубе Reynolds дает следующее выражение:

$$w_k = \frac{K \eta}{d \gamma} \dots \dots (143),$$

где:

$K = 20000$,

d = диаметру трубы в метрах,

γ = весу одного кубического метра жидкости в килограммах.

По Веcker'у для узких щелей, шириною s от 0,42 до 0,62 мм.

$$w_k = \frac{K_1 \eta}{2s \gamma} \dots \dots (144),$$

где для воздуха и воды $K_1 = \infty 27000$ при s в метрах.

*) Mitteilungen über Forschungsarbeiten, Berlin 1907. Heft 48.

**) Philos. Trans. of R. Society, London 1883 г. стр. 995.

Что касается пара, то при $s = 0,5$ мм. из опытов Вескерга можно заключить, что при значениях $K_1 = \infty 17000$ и ниже — безусловно применим закон Пуазейля; при значениях же K_1 выше 47000 — движение становится безусловно вихревым. Поэтому за среднее значение K_1 для пара, можно было бы принять

$$K_1 = \infty 25000.$$

Значений η для пара выше 100° также не имеется. Если бы можно было допустить линейное интерполирование, то для температур 200° и 300° получили бы

$t = 200^\circ$	300° C
$\eta = 1,65 \cdot 10^{-6}$	$2,0 \cdot 10^{-6}$

Из вышеизложенного следует, что обычной формой движения надо считать вихревое движение; в этом случае вопрос о работе на внутреннее трение отпадет по сравнению с работой на вихревые сопротивления.

Точный подсчет вихревых сопротивлений теоретически невозможен. Поэтому в дальнейшем главная цель будет заключаться в выводе возможно простой формулы, которая в связи с имеющимися опытными данными, давала бы возможность сравнительно легко найти вероятное падение давления.

Поверхность соприкосновения S' со стенками трубы на 1 килограмм протекающего газа (черт. 72) будет больше у труб малого диаметра и меньше у труб большого диаметра.

При диаметре трубы d и плотности газа γ длина l' , занимаемая одним килограммом газа в трубе найдется из условия, что

$$\frac{\pi d^2}{4} l' \gamma = 1,$$

откуда

$$l' = \frac{1}{\gamma \frac{\pi d^2}{4}};$$

площадь же соприкосновения S' будет:

$$S' = \pi d l' = \frac{4}{\gamma d} \text{ кв. метр.}$$

Представляя себе сопротивление движению газа в виде некоторой силы R , равномерно распределенной по всей поверхности S' , и действующей по направлению производящей, мы могли бы ее легко вычислить, если бы нам из опытов была известна величина сопротивления перемещению жидкости R' , приходящаяся на 1 кв. метр поверхности соприкосания. Тогда мы имели бы:

$$R = R' \cdot S'$$

или

$$R = \frac{4R'}{\gamma d}.$$

Работа этого сопротивления при перемещении 1 кг. газа вдоль всей длины трубы l будет:

$$L_R = Rl = \frac{4R'}{\gamma} \frac{l}{d} \quad \dots \quad (145).$$

При трубах не круглого сечения нужно $\frac{\pi d^2}{4}$ заменить через площадь поперечного сечения трубы F , а πd через периметр трубы U .

Тогда получим:

$$v' = \frac{1}{\gamma F},$$

$$S' = Uv' = \frac{1}{\gamma} \frac{U}{F},$$

а следовательно,

$$R = \frac{R' U}{\gamma F}$$

и

$$L_R = \frac{R' U}{\gamma F} l \quad \dots \quad (146);$$

откуда видим, что при той же площади поперечного сечения работа сопротивлений будет тем больше, чем больше периметр сечения.

При проточе пара через трубу давление упадет с p_1 на p_2 ; вместе с давлением изменится и объем, а потому в общем случае отдаваемая паром на преодоление сопротивлений работа будет зависеть от вида кривой изменения состояния пара при проточе. Другими словами от вида этой кривой будет зависеть величина $(p_1 - p_2)$. При незначительном падении давления вполне допустимо вовсе пренебречь работой расширения и принимать во внимание лишь работу полным давлением.

Обозначив средний удельный объем пара для давлений p_1 и p_2 через v , получим, что работа полным давлением на один килограмм пара будет

$$(p_1 - p_2) v = \frac{p_1 - p_2}{\gamma} = L_{\text{т}}$$

или

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \frac{4R' l}{\gamma d}$$

Откуда искомая величина падения давления получится равной:

при *круглом* поперечном сечении:

$$p_1 - p_2 = 4 R' \frac{l}{d},$$

при *некруглом* поперечном сечении:

$$p_1 - p_2 = R' \frac{U}{R} l.$$

Из этих выражений следует, что, при той же величине R' , падение давления прямо пропорционально длине трубы и обратно пропорционально диаметру или отношению $\frac{F}{U}$.

Для определения R' было произведено весьма большое число опытов. Эти опыты показали, что помимо степени шероховатости, т. е. природы и состояния поверхности труб, на величину R' влияют еще целый ряд причин и величина эта далеко не есть постоянная в обыкновенном смысле этого слова.

1. R' возрастает со скоростью w и приблизительно пропорционально квадрату скорости. Из своих весьма тщательных опытов с воздухом Fritsche нашел, что R' пропорционально $w^{1,852}$. Так что для скорости w — R' будет, при

прочих одинаковых условиях, $\left(\frac{w}{w_0}\right)^{1,852}$ раз больше, чем для скорости w_0 .

2. R' возрастает приблизительно пропорционально удельному весу γ протекающего тела. Из опытов над воздухом при давлениях от 0,2 до 11 атм. Fritsche нашел, что R' для воздуха пропорционально $\gamma^{0,852}$.

3. Из лучших прежних опытов вытекает, что R' зависит также и от абсолютной величины диаметра трубы d и тем меньше, чем больше d . Lorenz из своих и прежних опытов нашел, что R' убывает пропорционально $d^{0,31}$. Fritsche же считает на основании всех до сих пор известных опытов эту степень равной 0,269.

Согласно сказанному нужно положить

$$4 R' = \frac{aw^{1,852} \gamma^{0,852}}{d^{0,269}},$$

где a коэффициент, зависящий от степени шероховатости поверхности труб.

Поэтому для падения давления получим:

$$p_1 - p_2 = \frac{aw^{1,852} \gamma^{0,852}}{d^{0,269}} \frac{l}{d}$$

или, переписав его в обычно принятом написании,

$$p_1 - p_2 = \left(\frac{a}{(\gamma w)^{0,148} d^{0,269}} \right) \frac{l}{d} \gamma w^3,$$

или положим:

$$\frac{a}{(\gamma w)^{0,148} d^{0,269}} = \beta \dots \dots \dots (147),$$

$$p_1 - p_2 = \beta \frac{l}{d} \gamma w^2 \dots \dots \dots (148) *).$$

Так как

$$p_1 - p_2 = 4 R' \frac{l}{d},$$

то

$$R' = \frac{\beta \gamma w^2}{4},$$

Если допустить ту же закономерность и для труб не кругового поперечного сечения, то соответствующие соотношения найдутся, подставив вместо d — $\frac{4 F}{U}$, а именно:

$$\beta = \frac{a}{(\gamma w)^{0,148}} \frac{1}{\left(\frac{4 F}{U}\right)^{0,269}} \dots \dots \dots (150).$$

и

$$p_1 - p_2 = \beta \frac{l}{\frac{4 F}{U}} \gamma w^2 \dots \dots \dots (151).$$

*) Из выражения (148) следует, что работа сопротивлений на элементе длины трубы dl будет равна

$$v \Delta p = \frac{\Delta p}{\gamma} = \beta \frac{dl}{d} w^2.$$

Чтобы придать выражению для работы то же написание, что и в формуле (51), умножим правую часть равенства на $2g$, тогда получим

$$dL_R = \beta \cdot 2g \frac{dl}{d} \frac{w^2}{2g}.$$

Положив

$$2g\beta = \zeta \dots \dots \dots (149),$$

получим

$$dL_R = \zeta \frac{dl}{d} \frac{w^2}{2g}.$$

Как видно из выражений (148) и (151), величина падения давления зависит от квадрата скорости, первой степени плотности и отношения $\frac{l}{d}$ или площади к периметру. Отклонения от этого входят в величину β , значения которой зависят от частных значений ω , γ и d или $\frac{4F}{U}$.

Подставив вместо скорости ω , равную ей величину $\frac{G_{сек.}}{F\gamma}$, мы можем падение давления выразить еще следующим образом:

$$P_1 - P_2 = \beta \frac{l}{d} \frac{G_{сек.}^2}{F^2 \gamma} \dots \dots \dots (152).$$

Для обычно применяемых в технике трубопроводов постоянную a по Fritsche (при метрах и ρ в г./см.³) можно принять равной

$$a = \frac{9,4}{10^8}.$$

Приводимая ниже таблица содержит значения $\beta \cdot 10^8$ для трубопровода диаметром или с отношением $\frac{4F}{U}$ равным от

Таблица значений $10^8 \beta$.

$\gamma \omega =$	5	10	20	40	60	80	100	150	200	400	800	
Диаметр трубопровода d в метрах или $\frac{4F}{U}$ в метрах.	0,002	39,4	35,6	32,0	28,8	27,3	26,0	25,2	23,8	23,2	20,6	18,6
	0,0056	30,0	27,1	24,4	22,1	20,8	19,9	19,3	18,2	17,4	15,7	14,2
	0,01	25,6	23,1	20,8	18,7	17,7	16,9	16,4	15,5	15,1	13,4	12,1
	0,02	21,2	19,1	17,2	15,5	14,7	14,0	13,6	12,8	12,6	11,1	10,0
	0,05	16,6	14,9	13,5	12,2	11,5	11,0	10,7	10,0	9,84	8,66	7,83
	0,10	13,8	12,4	11,2	10,1	9,55	9,13	8,84	8,34	8,17	7,20	6,50
	0,20	11,4	10,3	9,30	8,38	7,90	7,56	7,34	6,90	6,76	5,96	5,38
	0,40	9,50	8,55	7,72	6,95	6,56	6,28	6,09	5,74	5,62	4,95	4,47
	0,60	8,53	7,68	6,94	6,25	5,90	5,65	5,47	5,15	5,04	4,45	4,02

2 до 600 мм. и для произведений γw (количества пара, протекающего в секунду через 1 кв. м. поперечного сечения) от 5 до 800 кг./сек. м.². Для очень узких банялов можно руководствоваться также чертежом 73.

Если бы нужно было определить, какой диаметр должен иметь трубопровод, чтобы при заданном расходе пара $G_{сек.}$ падение давления не превзошло известной величины, то проще всего поступать так:

задаемся наперед некоторым примерным значением β , тогда из уравнения

$$p_1 - p_2 = \beta \frac{l}{d} \gamma \left(\frac{G_{сек.}}{\gamma \frac{\pi d^2}{4}} \right)^2$$

находим

$$d^5 = 1,6 \frac{\beta l G_{сек.}^2}{(p_1 - p_2) \gamma} \dots \dots \dots (153).$$

По найденному d можно вычислить более точное значение для β и вновь повторить вычисление.

Eberle нашел, что для насыщенного и перегретого пара

$$\beta = \frac{10,55}{10^8}$$

и не зависит от давления, скорости и перегрева, что находится в некотором противоречии с выводами Fritsche, сделанными на основании опытов над воздухом.

При опытах Eberle $\gamma w = 50$ в среднем, а диаметр $d = 0,07$ м.; для этих величин имели бы по Fritsche

$$\beta = \frac{9,4}{10^8 \cdot 50^{0,148} \cdot 0,07^{0,269}} = \frac{10,58}{10^8},$$

что отлично сходится с величиной β , найденной Eberle совершенно другим путем.

Приведенный выше способ расчета пригоден для скоростей, квадрат которых мал по сравнению с квадратом скорости звука в протекающем по трубопроводу теле. Так, например, для насыщенного пара скорость звука примерно равна 450 м.;

при скорости протока = 70 м./сек. отношение квадратов скоростей равно

$$\left(\frac{70}{450}\right)^2 = \approx \frac{1}{41},$$

т. е. будет еще мало.

Потеря в давлении при протоке через клапан.

Еверле из своих опытов нашел, что клапан того же диаметра, что и трубопровод, равноценен по представляемому сопротивлению трубопроводу в 16,4 метра длины. Таким образом при подсчете паропроводов нужно длину паропровода увеличить на 16,4 *n* метров, если число клапанов на нем равно *n*.

Подсчет паропроводов для заданного падения давления становится весьма простым, так как β может быть принято за постоянную величину. Так например:

1) пусть требуется найти диаметр паропровода при часовом расходе $G = 450$ килогр. перегретого пара давления 10 атм. абс. и температуре 300°C; длина трубопровода = 50 метр. и на нем имеется два клапана. Падение давления не должно быть более 0,2 кг./см².

Удельный вес пара $\gamma = 3,94$; расход пара в секунду

$$G_{сек.} = \frac{450}{3600} = \frac{1}{8} \text{ килогр.}$$

Расчетная длина трубопровода $l = 50 + 2 \cdot 16,4 = 82,8$ м.

При

$$\beta = \frac{10,5}{10^8}$$

получим:

$$d^5 = \frac{1,6 \cdot 10,5 \cdot 82,8}{0,2 \cdot 3,94 \cdot 8^2 \cdot 10^8} = \frac{27,6}{10^8} \text{ метров}^5.$$

или при d в сантиметрах:

$$d^5 = \frac{27,6}{10^8} 100^5 \text{ сантим.}^5 = 2760 \text{ сантим.}^5,$$

откуда

$$d = 4,88 \text{ см. или в круглых цифрах } 50 \text{ мм.}$$

Скорость пара при этом будет $w = 63,6 \text{ м./сек.}$

2) Если бы расход пара увеличился до 600 килогр./час. и пар был сухой насыщенный, то спрашивается, насколько в этом случае упадет давление?

При той же длине трубопровода и том же d падение давления, как известно, будет пропорционально $\frac{G^2_{\text{сек.}}}{\gamma}$. Для насыщенного пара давлением в 10 атм. $\gamma = 5,02$, а потому искомое падение давления будет.

$$p_1 - p_2 = 0,2 \left(\frac{600}{450} \right)^2 \frac{3,94}{5,02} = 0,2 \cdot 1,396 = 0,28 \text{ кг./см}^2.$$

§ 14. Кривые Фанно для трубы постоянного поперечного сечения.

Интегрирование уравнений движения пара в самом общем виде не представляется возможным. Только в случае цилиндрической трубы возможно, при любом законе трения, общее графическое решение этого вопроса при помощи *кривой Фанно для постоянных поперечных сечений*.

Выражение для полной энергии:

$$A \frac{w_x^2 - w_1^2}{2g} = i_1 - i_x \quad \dots \quad (154)$$

и условие сплошности

$$G v_x = f w_x \quad \dots \quad (155)$$

не содержат в себе ничего, что бы имело отношение к закону трения.

Если w_1 и i_1 для начального состояния известны, а также известны G и f , то, выбрав какое-нибудь значение для v_x , мы из уравнения (155) определим соответствующее w_x , а по уравнению (154) найдем и i_x , после чего по известным теперь i_x и v_x можем нанести соответствующую им точку

в тепловой диаграмме. Геометрическое место полученных таким образом точек будет некоторая кривая, которая может быть названа линией $\frac{G}{f} = Const.$ Понятно, что кривая эта не дает никаких указаний относительно пути, пройденного паром.

На черт. 74 построен ряд таких кривых при различной величине отношения $\frac{G}{f}$ для того же начального состояния $i_1 = 720$ кал.

Легко видеть, что линии $i = Const.$ суть вместе с тем и линии $w = Const.$ Толсто вычерченная линия соответствует $w = a_0$, где a_0 есть *везде одинаковая* скорость звука для соответствующего состояния пара (см. § 3 уравнение (70)).

Проведенные к кривым $\frac{G}{f} = Const.$ в точках пересечения этих кривых с линией $w = a_0$ касательные, как оказывается, будут все вертикальны, что показывает, что, начиная с этого места, кривые $\frac{G}{f}$ уклоняются влево. Так как *действительное* изменение состояния всегда сопровождается *увеличением энтропии*, то полученный результат еще раз показывает; что скорость течения в цилиндрической трубе не может превысить скорости звука.

Если мы находимся выше линии $w = a_0$, т. е. скорость течения менее скорости звука, то давление по направлению течения должно падать, если же мы находились бы ниже линии $w = a_0$, т. е. скорость течения была бы больше скорости звука, то движение должно было бы сопровождаться *повышением* давления, так как энтропия должна возрастать.

Построение кривой изменения давления в трубе с постоянным поперечным сечением при произвольном законе трения.

Для любой кривой $\frac{G}{f} = Const.$ работа трения между какими либо двумя точками A_1 и A_2 этой кривой (черт. 75)

изобразится в тепловых единицах площадью между этой кривой, крайними ординатами и осью энтропии, Для элементарного процесса BB_1 элементарная работа трения в тепловых единицах будет:

$$AdL_k = TdS = A\xi w^2 dl (*),$$

где w есть скорость в точке B , вычисляемая по перепаду тепла до этого места.

Откуда

$$l = \int_1^2 \frac{TdS}{A\xi w^2} \dots \dots \dots (156).$$

Подинтегральная функция, представляющая собой функцию от S , может быть построена графически и затем может быть произведено графическое интегрирование. В результате интегрирования получим ту длину по оси трубы l , на протяжении которой давление в трубе падает с p_1 до p_2 . Найдя целый ряд таких точек и соединив их согласной кривой, получим искомую кривую изменения давления.

На чертеже 76 представлены диаграммы изменения давления в трубопроводе диаметром в 100 мм. при насыщенном паре начального давления 10 атм. абс, и различных начальных скоростях w_1 .

Как видно, меньшим начальным скоростям соответствует и меньшее падение давления. При достаточной длине трубы наконец наступает скорость, равная скорости звука. Дальше этого понизить давление пара при заданном количестве протекающего пара нельзя. Для дальнейшего понижения давления остается только одно,—это уменьшить количество протекающего пара.

На чертеже 77 представлена зависимость количества протекающего пара от противодействия и длины трубы. Как

*) При трубе постоянного диаметра

$$\xi = \frac{\beta}{d} \dots \dots \dots (157)$$

где d диаметр трубы в метрах (см. § 13 уравнение (148)).

видно, количество протекающего пара убывает с увеличением длины трубы, т. е. с увеличением трения. Влияние противодействия на количество вытекающего пара имеет в общем тот же характер, как при истечения через простое отверстие $l=0$, только с увеличением длины трубы l максимальное G достигается при все меньших противодействиях. При противодействиях высших того, при котором наступает скорость звука, количество протекающего пара остается неизменным, как это показано на чертеже.

§ 15. Движение пара в криволинейных каналах лопаток. Результаты исследования опытным путем распределения давления внутри таких каналов.

Движение пара в лопатках значительно сложнее, чем в насадках, так как движение это вследствие кривизны лопаток всегда сопровождается вихревыми явлениями. Для исследования распределения давления в нормальных сечениях лопаток Stodola произвел ряд опытов, как с обыкновенными направляющими лопатками, так и с турбинными лопатками при скоростях протока пара через последние ниже и выше скорости звука.

Приспособление, которым пользовался Stodola, представлено на черт. 68 и было описано нами уже выше.

Обыкновенные направляющие лопатки.

На черт. 78 представлен ход изменения давления в направляющих лопатках обыкновенной формы, т. е. когда отношение $p_1 : p_2$ меньше критического. Римскими цифрами означены нормальные сечения.

Как видно, в этих сечениях давление не всюду одинаково, а у вогнутой стороны давления, хотя и немного, но выше, чем у выпуклой стороны. В конечном сечении (47) лопатки A давление становится, как и должно быть, равным противодействию. В лопатке B у выходной кромки наблюдается не-

который избыток давления, что вероятнее всего объясняется недостаточно точной установкой отверстия манометра при измерении давления, так как известно, что при отношении давлений ниже критического давление в устье не может быть больше противодавления. Этим также решается вопрос о том, может ли повышение давления на выпуклой стороне влиять на расход пара. Как видно, не может, так как давление это при выходе становится равным противодавлению.

Несколько иная картина получается, когда истечение происходит не в свободное пространство, а в турбинные лопатки. Как видно из чертежа 79, пар в этом случае расширяется до давления низшего, чем противодавление, не смотря на то, что ширина зазора была всего 3 мм. и что зазор был с двух сторон открыт. Зазор таким образом образует как бы расширение канала, чем вызывается понижение давления и присасывание лопаток.

Нанесенные на чертежах сплошными линиями сечения с надписями : 0,1; 0,2; 0,3; . . . означают сечения со всюду одинаковым давлением, соответственно равным 0,1; 0,2; и т. д. атм.

Лопатки активных турбин.

При активных турбинах нужно различать два случая, а именно: проходит ли пар через лопатки при скорости большей скорости звука или меньшей. В первом случае промежуток между лопатками обыкновенно имеет форму канала с постоянным поперечным сечением (черт. 80). Давление пара в конце канала будет возрастать и только в выходном сечении лопатки вновь упадет до противодавления. Кроме того в том же нормальном сечении давление у вогнутой стенки будет больше, чем у выпуклой. Чтобы уменьшить могущие возникнуть вихревые движения были предложены лопатки, представленные на чертеже 81.

На черт. 82 лопатки изготовлены из обыкновенного листового материала. Канал в этом случае будет расширяться к середине высоты лопаток и весьма вероятно, что струя

пара уже в *A* отделится от стенок, чем создадутся условия, особенно благоприятные для образования возмущений; между тем, как это ни странно, но данным практикой оказывается, что потери в этих лопатках по крайней мере при давлениях менее 2 атм. меньше, чем при лопатках, представленных на черт. 80; лопатки же по черт. 81 оказываются совершенно неудовлетворительными.

При проточе пара через лопатки при скорости меньшей скорости звука необходимо иметь в виду, что при постоянном сечении канала движение будет сопровождаться понижением давления, а потому, если желательно иметь давление при выходе из направляющих лопаток не большим, а равным противодействию, то канал между лопатками необходимо устраивать с постоянно возрастающим поперечным сечением, как это указывалось при рассмотрении движения в цилиндрических трубах.

На черт. 83 схематически представлено устройство турбины «Elektra» с одной ступенью в давлении и четырьмя ступенями в скорости. Каждый направляющий канал имеет на всем своем протяжении постоянное поперечное сечение. Давление пара при выходе из насадки почти равнялось противодействию в холодильнике. На черт. 84 показан ход изменения давления при работе турбины с перегрузкой. По оси абсцисс отложены пути пройденные паром, а по оси ординат—давления. Толстыми черточками обозначены места прохода через лопатки. Как видно из чертежа, давление на вогнутой стороне канала всегда выше, чем на выпуклой и пока скорость пара превосходит скорость звука давление в направляющих каналах повышается и обратно—при скорости меньшей скорости звука—(2 и 3 направляющий аппарат) постепенно убывает по направлению движения пара, как это и следует по теории.

Изменение давления в обыкновенных лопатках в случае скорости, большей скорости звука, и в случае насадки с неполным расширением представлено на черт. 70.

Из трех лопаток только средняя получала пар полностью.

Как видно из чертежа, давление внутри этой лопатки на вогнутой стороне доходило до 7,5 кг./см². абс. и только в устье лопатки выравнивалось до противодавления. Подсчет скоростей дал скорость на вогнутой поверхности ≈ 310 м./сек., а на выпуклой — ≈ 610 м./сек. При адиабатическом расширении скорость при выходе из насадки была бы около 800 м./сек. Таким образом мы имеем, что вследствие уплотнения пара скорость пара на вогнутой стороне почти вдвое меньше, чем на выпуклой. Эта значительная разность скоростей несомненно должна вызвать образование весьма значительных вихревых движений во всей массе пара и в этом, вероятно, и нужно искать *главную причину потерь в лопатках*, откуда в свою очередь следует, что во избежание чрезмерного уплотнения пара, кривизну лопаток следовало бы соразмерять со скоростью пара.

§ 16. Потеря скорости направляемых по каналам газов и паров от трения о поверхности каналов.

Струя пара или газа, выходящая из насадки с некоторою скоростью w_1 (черт. 85) и протекающая затем через какой-либо прямолинейный канал, сообщающийся в обоих концах с окружающей средой, будет постепенно терять часть своей скорости вследствие трения о стенки канала, так что скорость струи w_2 при выходе из канала будет меньше скорости w_1 при входе.

Отношение $\frac{w_2}{w_1} = \psi$ называется *коэффициентом скорости*.

Потеря кинетической энергии на 1 кг. газа или пара будет:

$$\frac{w_1^2 - w_2^2}{2g} = (1 - \psi^2) \frac{w_1^2}{2g} \dots \dots (158).$$

Если длина канала достаточно велика по сравнению с поперечным сечением канала, т. е. струя будет иметь время хорошо промешаться, то и закон сопротивления от трения будет тот же, что и для замкнутого трубопровода. При криволи-

нейной форме канала, как, например, каналы между турбинными лопатками, к сопротивлению от трения присоединяется еще сопротивление от смены направления движения. Оставляя последнее сопротивление в стороне, можно и к этим каналам применять нижеследующие выводы.

В § 13 мы имели, что работа трения L_R в призматическом канале на один килограмм газа или пара равна

$$L_R = \frac{R'}{\gamma} \frac{U}{F} l.$$

Работа эта на элементе длины канала dl будет:

$$dL_R = \frac{R'}{\gamma} \frac{U}{F} dl.$$

Но $R' = \frac{1}{4} \beta \gamma w^2$,

а потому

$$dL_R = \frac{1}{4} \beta \frac{U}{F} w^2 dl.$$

Коэффициент β относится к кг./см.², здесь же нужно брать кг./м.², поэтому получим

$$dL_R = 10000 \frac{\beta}{4} \frac{U}{F} w^2 dl. \quad (159).$$

Работа трения, приходящаяся на элемент массы m , вес которого равен mg , будет

$$10000 \frac{\beta}{4} \frac{U}{F} w^2 mg dl.$$

Величина силы, которая должна действовать на элемент массы m , чтобы в элемент времени dt уменьшить скорость на dw будет:

$$-m \frac{dw}{dt}.$$

Работа этой силы на пути dl будет:

$$-m \frac{dw}{dt} dl$$

или

$$- m w d w,$$

так как $\frac{dl}{dt} = w.$

Поэтому имеем:

$$10000 \frac{\beta}{4} \frac{U}{F} w^2 mg dl = - m w d w$$

или

$$\frac{dw}{w} = - 10000 \beta \frac{U}{4F} g dl \dots (160).$$

При сравнительно незначительном изменении w , β можно считать на всем протяжении канала постоянным, а также можно ввести в расчет среднее значение для $\frac{U}{4F}$. Тогда, интегрируя уравнение (160), получим

$$\log \frac{w_2}{w_1} = \log \psi = - 0,4343 \cdot 10000 \beta g \frac{U}{4F} l \dots (161).$$

Для кругового сечения

$$\frac{U}{4F} = \frac{1}{d},$$

а потому

$$\log \psi = - 4343 \beta g \frac{l}{d} \dots (161 a).$$

Для прямоугольного сечения со средней длиной сторон a и b :

$$\frac{U}{F} = \frac{2(a+b)}{4ab} = \frac{a+b}{2ab},$$

а потому

$$\log \psi = - 4343 \beta g \frac{a+b}{2ab} l \dots (161 b).$$

Из выражения (161) видно, что ψ будет тем меньше, а потери скорости, значит, тем больше, чем больше будет отношение длины канала к среднему диаметру или к среднему значению $\frac{4F}{U}$. Абсолютная длина канала сама по себе

не имеет значения. При одинаковой длине потеря скорости в узком канале будет больше, чем в широком, как и следовало ожидать.

β надо брать или из таблицы в § 13, или с чертежа 73.

Поскольку β зависит от величины $\frac{4F}{U}$ и γw , по столько ψ находится в некоторой зависимости от абсолютных размеров канала.

Пример 1. Водяной пар давлением в 8,0 и 0,1 атм. абс. протекает через цилиндрическую или слегка коническую трубу при начальной скорости $w_1 = 200$ м/сек. Диаметр трубы $d = 20$ мм. Длина трубы = $5d$.

Спрашивается чему равны ψ и w_2 ?

Имеем для:

$p =$	8	1	0,1 атм.
$\gamma =$	4,08	0,58	0,066 кг/м ³ .
$\gamma w =$	816	116	13,2
$10^8 \beta =$	10	13,3	18
$\log \psi =$	-0,0213	-0,0283	-0,0383
$\psi =$	0,952	0,937	0,916
$w_2 =$	190,4	187,4	183,2 м/сек.

Наибольшая потеря, следовательно, будет при паре наименьшего удельного веса; объясняется это тем, что при малых значениях γw , т. е. при малых количествах протекающего через единицу сечения пара, коэффициент потери β имеет большую величину.

При одинаковом состоянии пара, следовательно, потери в той же трубе при больших скоростях будут меньше, так как большим значениям γw соответствуют меньшие значения β . Что это действительно так, подтверждается и непосредственными опытами.

Пример 2. Чем теснее расположены лопатки, через промежутки между которыми должен протекать пар, тем потеря от трения больше. Поэтому, чтобы избежать чрезмерных потерь, нельзя промежутки между лопатками делать меньше известной величины. Требуется определить ширину

этого промежутка для лопаток длиной (по радиусу) $a = 30$ мм., при длине промежутка (канала) $l = 35$ мм. (см. черт. 86).

а) для пара значительной плотности и большой скорости, напр. $\gamma w = 800$,

б) для пара малой плотности и при малой скорости, напр. $\gamma w = 5$.

Обозначив псевдную ширину промежутка через e получим

$$\frac{U}{4F} = \frac{a+e}{2ae} = \frac{1}{2e} \left(1 + \frac{e}{a} \right);$$

$$\frac{4F}{U} = \frac{2e}{1 + \frac{e}{a}};$$

$$\log \psi = -4343 \beta g \frac{U}{4F} l.$$

Поэтому будем иметь для

1000 $e =$	1	2	5	10	15 мм.
1000 $\frac{4F}{U} =$	2	3,75	8,6	15	20 мм.
$10^8 \beta =$	18,6	16	14,5	11	10 (для $\gamma w = 800$)
$10^8 \beta =$	39,4	33	26,5	23	21,2 (для $\gamma w = 5$)
$\frac{U}{4F} l =$	17,5	9,3	4,07	2,33	1,75
$\log \psi =$	-0,1388	-0,0635	-0,0251	-0,0109	-0,00746 ($\gamma w = 800$)
$\psi =$	0,727	0,864	0,944	0,975	0,983
$\log \psi =$	-0,2938	-0,1207	-0,0452	-0,0228	-0,0158 ($\gamma w = 5$)
$\psi =$	0,508	0,757	0,901	0,949	0,964

Найденные значения ψ нанесены на черт. 86. Как видно, ψ становится $< 0,95$ при $\gamma w = 800$, начиная от ширины канала в 5 мм. и ниже, а при $\gamma w = 5$ при ширине канала в 10 мм. Поэтому, если желательно, чтобы потеря энергии была не более 10%, т. е. $(1 - \psi^2)$ было не $> 0,10$, то при паре большого давления и умеренной скорости ширина канала не должна быть менее 5 мм., а при паре малого давления и большой скорости — менее 10 мм.

При той же форме канала в случае пара низкого давления и малой скорости потеря получается наибольшей.

§ 17. Определение коэффициента скорости ψ опытным путем.

Для определения величины коэффициента ψ был произведен ряд испытаний инженером Кооб.*). Метод заключался в следующем:

На диске, соединенном с динамометром, укреплялись испытываемые лопатки, на которые направлялась струя пара из насадки.

Обозначив: теоретическую скорость выхода пара из насадки через c_0 , через φ и ψ коэффициенты скорости в насадке и лопатках, через β_1 и β_2 углы входа и выхода из лопаток, через α_1 угол выхода пара из насадки и через r радиус диска на середине длины лопаток, получим (черт. 87), что момент силы, стремящейся повернуть диск будет

$$M = G \frac{r}{g} \varphi c_0 (\cos \beta_1 + \psi \cos \beta_2) \quad (162),$$

где G —секундный расход пара через насадку.

Определив помощью динамометра величину M , в диск вставлялась вторая серия лопаток, отличавшаяся от первой только тем, что угол выхода из лопаток β_2 (черт. 88) был сделан равным 90° .

Так как $\cos 90^\circ = 0$, то для момента мы будем иметь:

$$M_1 = G \frac{r}{g} \varphi c_0 \cos \beta_1 \quad (163).$$

Из этого выражения найдется φ , а затем из уравнения (162)— ψ .

Результаты этих испытаний показали, что коэффициент ψ весьма сильно зависит от угла отклонения струи $= 180^\circ - (\beta_1 + \beta_2)$ (черт. 89), как это видно из черт. 91. Чем этот угол больше, тем значение ψ меньше.

На том же чертеже 91 показано влияние удара пара при входе в лопатки на величину коэффициента ψ при различных

* См. Г. И. Дюс-Ульский. Паровые турбины. Выпуск II.

значениях ударного угла ($\beta_1 - \alpha_1$). Как видно из этого чертежа, удар пара о рабочую поверхность лопатки имеет значительно меньшее влияние на ψ , чем удар о спинку лопатки (ударный угол со знаком (—)).

Зависимость ψ от ширины лопаток при различных значениях угла отклонения струн представлена на черт. 92. Как видно, наимыгоднейшая ширина лопаток возрастает с увеличением угла отклонения струн и лежит между 10 мм. и 25 мм. Объяснить себе это можно тем, что при больших значениях угла отклонения струн и малой ширине лопатки струя пара не в состоянии принять правильное направление при выходе из лопатки.

Влияние шага лопаток t (черт. 94) на значение ψ для разных профилей характеризуется кривыми, подобными приведенный на черт. 93.

Причина падения значения ψ при малых значениях t были уже выяснены в § 16. При больших значениях $t - \psi$, очевидно, падает вследствие того, что часть пара при протеке через лопатки мало изменяет свое направление движения.

Присутствие бандажей, как и следовало ожидать, значительно повышает значение ψ .

P. Wagner в своем сочинении «Der Wirkungsgrad von Dampfturbinen—Beschleunigungen» дает для ψ графическую зависимость, представленную на черт. 95. По оси абсцисс здесь отложены тангенсы выходных углов в $\%$ от радиуса.

Кривая эта вычерчена в предположении, что

$$p = \infty 2 \text{ атм. абс.}$$

$$\text{Степень сухости } x = 1.$$

$$\text{Перепад тепла} = \infty 40 \text{ кал.}$$

$$\text{Ширина лопаток } b = 20 \text{ мм.}$$

$$\text{Шаг лопаток } t = \frac{2}{3} b.$$

$$\text{Осевой зазор} = 4 \text{ мм.}$$

$$\text{Радиальный зазор} = 3 \text{ мм.}$$

Насадки расположены вплотную друг к другу на протяжении 50% окружности.

Найденная опытным путем зависимость значения коэффициента ψ от угла отклонения струи и ширины лопаток представлена графически еще на черт. 96. Кривая *a* относится к лопаткам шириною 16 мм., кривая *b*—к лопаткам шириною—20 мм., а кривая *c*—к лопаткам шириною—25 мм. При расчетах лучше всего пользоваться этими кривыми.

Что касается формы лопаток, то нельзя не согласиться с Wagner'ом, что симметричная форма лопаток, представленная на черт. 97, является невыгодной по двум причинам:

1) вследствие безударного входа потребуются сравнительно большое время, пока отклонение коснется слоев пара, наиболее отдаленных от рабочей поверхности лопатки, а потому наибольшее сжатие струи произойдет во второй половине канала между лопатками;

2) если кривизна канала будет доведена до самой выходной кромки, то в выходном сечении пар все еще будет иметь повышенное вследствие сжатия давление, а потому направленные струи при выходе, отклонятся от правильного и условия входа пара в следующие лопатки ухудшатся.

Чтобы избежать этих недостатков на практике обычно применяют следующие меры, как показано на чертеже 98.

1) Увеличивают раскрытие лопаток при входе на некоторый угол δ (на черт. 98 угол $\delta = \approx 14^\circ$). Хотя в этом случае пар будет входить в лопатки с некоторым ударом, но особенного вреда от этого нельзя ожидать, так как только ближайшие к лопатке слои пара будут испытывать несколько более сильное отклонение, которое постепенно будет уменьшаться для более отстоящих слоев;

2) удлиняют профиль при выходе так, чтобы на некотором протяжении получился канал с параллельными стенками.

§ 18. Удар пара.

На представленные на черт. 99 диаграммы изменения давления мы ссылались уже раньше. Диаграммы эти сняты при различных противодавлениях, причем изменение противодавления достигалось большим или меньшим прикрытием

елиннета, установленного на паростводной трубе в холодильнике. Как видно из диаграмм, давление сначала падает, как при свободном расширении, а затем вновь более или менее резко поднимается.

Особенно бросается в глаза резкий под'ем давления на диаграмме *E*, где на протяжении всего каких либо трех миллиметров давление поднимается на $1\frac{1}{2}$ атмосферы. Stodola об'ясняет это резкое повышение давления ударом, заключающемся в том, что частицы пара, движущиеся с большой скоростью, встречаются с сравнительно медленно движущейся массой пара, отчего происходит удар и уплотнение массы движущегося пара, т. е. повышение давления. Теория удара пара была выведена Riemanп'ом и будет рассмотрена нами ниже.

Подобные удары пара будут всегда происходить, если насадка имеет уширение большее, чем то, которое соответствует заданному начальному и конечному давлению пара.

Появляющиеся при малых противодавлениях колебания в давлении суть начинающиеся и быстро поглощаемые трением звуковые колебания. Как видно из диаграмм, место начала под'ема давления, а также и положение звуковых волн меняются уже при небольшом изменении начальных условий (например кривая *H*). Допущенное во время этих опытов небольшое изменение начального состояния пара перед насадкой об'ясняется тем, что целью этих опытов было лишь определение хода явления.

Так как при турбинах весьма часто одной и той же насадке приходится работать при различных противодавлениях, то немаловажным является вопрос, на какое противодействие следует конструировать такую насадку.

Из опытов Christlein'a, а также Büchner'a следует, что коэффициент скорости ϕ значительно быстрее падает с увеличением противодействия за величину конечного давления, на которую рассчитано выходное сечение насадки, т. е. когда мы имеем дело с ударом пара, — чем когда выходное сечение меньше нормального, т. е. когда происходит дополнительное расширение в зазоре. То-же следует и из представленной на

черт. 100 диаграммы, даваемой Moueg ¹⁾). На этой диаграмме по оси абсцисс отложено процентное отклонение отношения $F_{max} : F_{min}$ от нормального значения, а по оси ординат соответствующее процентное уменьшение коэффициента скорости ϕ .

Таким образом, согласно с действительной практикой, выгоднее насадку устраивать с меньшим расширением, чем это соответствовало бы наименьшему противодействию.

К теории удара пара.

Пусть C на черт. 101 изображает собою неподвижную в пространстве плоскость удара. Пусть скорость пара до удара $= w_1$, а давление и удельный объем соответственно — p_1, v_1 и пусть эти величины после удара будут: w_2, p_2 и v_2 .

Мы предположим трубу цилиндрической, но при бесконечно узкой зоне удара все вышесказанное применимо и к конической трубе.

Если мы выделим около C бесконечно малый элемент $A_1 B_1$, то теория Riemann'a заключается в простом применении к этому элементу закона количества движения.

Приращение количества движения массы элемента, переместившегося в элемент времени dt в положение $A_2 B_2$ будет:

$$\left(\frac{fw_2 dt}{gv_2} \right) w_2 - \left(\frac{fw_1 dt}{gv_1} \right) w_1 = f (p_1 - p_2) dt$$

или

$$\frac{w_2^2}{v_2} - \frac{w_1^2}{v_1} = g (p_1 - p_2) \dots (164).$$

Из условия сплошности имеем:

$$\frac{w_1}{v_1} = \frac{w_2}{v_2} \dots (165).$$

¹⁾ См. Zeitschrift für das Gesamte Turbinenwesen 1911, стр. 244.

Уравнение же для полной энергии, при отсутствии сообщения тела нвне, дает

$$\frac{w_2^2}{2g} - \frac{w_1^2}{2g} = \frac{i_1 - i_2}{A} \dots \dots (166).$$

По этим трем уравнениям можно по заданным w_1 , p_1 и v_1 определить w_2 , p_2 и v_2 , что при парах, однако, можно выполнить только целым рядом попыток. Однако, и в этом случае дело может быть значительно упрощено, если обратить внимание на то, что значения p , v , удовлетворяющие уравнениям (165) и (166) лежат на кривой Фанно, которую можно наперед вычертить. Теперь остается только посмотреть какое из этих совместных значений p и v удовлетворяет уравнению (164). Это значение и будет значение этих величин для состояния пара после удара.

§ 19. Графическое определение состояния пара в конце насадки после имевшего место удара.

Если известна величина противодавления в конце насадки, то мы можем непосредственно определить состояние пара в конце насадки, не прибегая к подробному рассмотрению всего хода явления при ударе.

Если начальная скорость $w_1 = 0$, то для конечного сечения насадки мы будем иметь:

$$A \frac{w_2^2}{2g} = i_1 - i_2 \dots \dots (167),$$

$$Gv_2 = f_2 w_2 \dots \dots (168).$$

Если мы теперь построим кривую Фанно F для G и f_2 (черт. 102) и найдем точку пересечения этой кривой с линией заданного p_2 , то эта точка и представит собою искомое состояние пара в конце насадки, так как точки кривой F удовлетворяют все уравнениям (167) и (168).

Найдя эту точку и определив для нея i_2 , искомую скорость выхода пара w_2 определим из уравнения (167).

Мягкие пара перед насадкой.

Если пар перед насадкой подвергается мягкой, то начальные состояния пара все будут лежать на линии $i_1 = \text{Const.}$ (на черт. 102 $i_1 = 670$ б. в.). Если теперь определить величину критического давления, а затем и количество G протекающего пара в случае адиабатического расширения до самого узкого сечения, то можно помощью этих весов G построить ряд кривых Фанно для выходного сечения f_2 насадки.

Кривые эти построены на черт. 102 и точки пересечения их $B_2, C_2, D_2 \dots$ с линией принятого постоянным противо-давления p_2 определяют нам соответствующее состояние пара при выходе из насадки.

Найденные таким образом скорости истечения нанесены на черт. 103. Чертеж этот дает возможность вывести следующее весьма важное заключение, что *количество пара, вытекающего через насадку в секунду, почти в точности пропорционально начальному давлению.*

§ 20. Звуковые колебания при истечении через конические насадки.

При истечении через коническую насадку происходят совершенно такие же явления, как и при истечении через простое отверстие. На чертежах 104 и 105 представлен ход изменения давления при различных противо-давлениях. Диаграмма B (черт. 105) соответствует противо-давлению, как раз равному давлению пара в конце насадки, вследствие чего давление в струе остается постоянным. Линия D на этом же чертеже получена при значительном избытке противо-давления над давлением в конце насадки, избытке столь большом, что под'ем давления начинается еще в самой насадке, что вероятно вместе с тем и объясняет малое развитие колебаний в этом случае по сравнению со случаем, представленным на черт. 104.

Из хода кривых давлений видно также, что противо-давление не влияет на ход изменения давления внутри насадки и что внутри насадки колебаний не возникает.

Из этих опытов можно вывести следующее заключение, что пар прежде всего расширяется в насадке почти адиабатически независимо от противодействия. Если истечение совершается в пространство, в котором давление равно давлению в устье насадки, то давление в струе совершенно не меняется. Если противодействие выше, то возникают звуковые колебания подобно тому, как и при простых отверстиях; если противодействие выше, то получается удар пара, сопровождаемый более или менее ярко выраженными колебаниями. Если колебания будут происходить также и внутри насадки, то можно предполагать, что в этом месте струя отделяется от стенок. Обратное, отсутствие всяких колебаний давления на линии расширения служит дальнейшим доказательством того, что струя заполняет сечение полностью.

§ 21. Сжатие струи.

Сжатие струи происходит всякий раз, когда отверстие имеет острые входные кромки. С этим явлением мы встречались уже несколько раз, но оно особенно резко бросается в глаза в случае цилиндрической трубы, представленной на черт. 106, на котором изображен как ход изменения давления, так и предположительный вид струи при входе.

Полученный ход изменения давления может быть объяснен нижеследующим образом.

Струя сначала имеет конически сходящуюся форму, затем переходит в конически расходящуюся и, наконец, в *B* в цилиндрическую форму. Вследствие этого сначала в струе должно происходить падение давления. При давлении около 5,6 атмосфер скорость становится равной скорости звука, струя переходит в конически расширяющуюся форму и скорость продолжает возрастать. В точке *A* происходит удар пара, скорость начинает убывать, а давление должно возрастать. Наконец в *B* струя заполняет все сечение и дальнейшее движение, как совершающееся в цилиндрической трубе при скорости, меньшей скорости звука, будет сопровождаться понижением давления.

Приложение.

Скорость звука.

Если мы нарушим равновесие в какой-либо точке однородной газовой массы, то, как известно, это нарушенное равновесие будет распространяться дальше и, наконец, достигнув нашего уха, воспримется им в виде звука. Далее известно, что при звуке мы не ощущаем движения массы воздуха, но за то происходит изменение давления, которое при сильном звуке может достигнуть весьма большой величины. Такое изменение давления означает собою скопление частиц газа в данном месте. Такое скопление при отсутствии движения всей массы газа в совокупности должно, очевидно, вести за собою разрежение в другом месте газовой массы. Отсюда следует, что звук есть ничто иное, как ряд следующих одно за другим сгущений и разрежений газовой среды, исходящих от источника звука. Скорость распространения этих поперечных сгущений и разрежений и называется скоростью звука.

Принимая во внимание далее, что звук значительно ослабевает с расстоянием и что при спокойном состоянии газовой массы направление не играет никакой роли, заключаем, что распространение вышеуказанных колебаний происходит шарообразно, при чем, очевидно, все точки одного и того же шарового слоя бесконечно малой толщины находятся в каждый данный момент в одном и том же состоянии, т. е. в этом шаровом слое не может происходить ни передачи звука (по поверхности шара), ни передачи теплоты между отдельными частицами слоя. Скорость распространения звука будет, следовательно, перпендикулярна в этим шаровым слоям, т. е. перпендикулярна к поверхности волн (под поверхностью разумеемся поверхность вокруг источника звука, все точки которой находятся в одном и том же состоянии), а такие колебания, как известно, называются *продольными*. Таким образом звуковые колебания суть колебания *продольные*.

Перейдем теперь к рассмотрению скорости распространения звука в цилиндрической трубе постоянного поперечного сечения R , при чем предположим, что труба эта абсолютно непроницаема, как для тепла, так и для звука. Все эти предположения не суть произвольные, но вполне согласуются с тем, что было сказано выше. Действительно при более или менее значительном расстоянии от источника звука параллельные слои в нашей трубе суть ничто иное, как части шаровых слоев; между частицами же того же бесконечно тонкого слоя, как известно, не происходит ни отдачи тепла, ни передачи звука (по поверхности слоя). Таким образом, очевидно, что мы будем иметь дело с адиабатическим изменением состояния газа.

Пусть (черт. 107) ось x совпадает с осью трубы и с направлением скорости звука w .

От скорости звука w надо отличать скорость колебательного движения u частиц газовой массы, относительно которой также примем, что ее положительное направление совпадает с положительным направлением оси x .

Рассмотрим колебательное состояние частиц слоя, отстоящих при равновесном положении от начала координат на расстоянии x и отшедших от этого равновесного положения в рассматриваемый момент t на величину ξ .

Тогда мы будем иметь следующее выражение для скорости и ускорения колебательного движения

$$u = \frac{\partial \xi}{\partial t} ; \quad \frac{du}{dt} = \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} .$$

Теперь рассмотрим элементарный слой ab толщиной dx в момент равновесного положения. Силы, действующие на этот слой будут: по направлению оси x —давления на концевые площади слоя и только, так как силы, действующие на боковую поверхность слоя или вовсе отсутствуют, или они перпендикулярны к оси x —ов, ибо частицы каждой волновой поверхности, пересекающей данный элемент, находятся в одном и том же состоянии.

Если давление в данный момент на единицу поверхности в сечении a есть p , то давление в тот же момент в сечении b будет:

$$p + \frac{\partial p}{\partial x} dx$$

Если далее плотность газа $= \gamma = \frac{1}{v}$, то уравнение движения, следовательно, будет:

$$pF - \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} dx \right) F = \frac{F dx}{gv} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$$

или

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{1}{gv} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} \quad (169)$$

Рассмотрим теперь сечение c , находящееся в равновесном положении в расстоянии $x + \delta x$ от начала координат. В момент времени $t + dt$ давление в этом сечении и отстояние от равновесного положения этого сечения соответственно будут:

$$p + \frac{\partial p}{\partial x} \delta x + \frac{\partial p}{\partial t} dt \text{ и } \xi + \frac{\partial \xi}{\partial x} \delta x + \frac{\partial \xi}{\partial t} dt:$$

Если теперь выбрать $\delta x = w dt$, то очевидно, что в момент времени $t + dt$ в сечении c' должно существовать совершенно то же состояние, что в сечении a' в момент t , т. е. должно быть:

$$p + \frac{\partial p}{\partial x} w dt + \frac{\partial p}{\partial t} dt = p,$$

$$\xi + \frac{\partial \xi}{\partial x} w dt + \frac{\partial \xi}{\partial t} dt = \xi,$$

откуда

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -w \frac{\partial p}{\partial x} \text{ и } \frac{\partial \xi}{\partial t} = -w \frac{\partial \xi}{\partial x} \quad (170),$$

откуда в связи с уравнением (169) имеем:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{w}{gv} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = -\frac{w^2}{gv} \frac{\partial^2 \xi}{\partial x \cdot \partial t} \quad (171).$$

Теперь далее:

В равновесном положении объем элемента ab равняется

$$V = Fdx$$

В момент t сечение a переместилось на расстояние ξ в a' ,

а сечение b переместится на расстояние $\left(\xi + \frac{\partial \xi}{\partial x} dx\right)$.

Поэтому изменение объема элемента в момент t будет

$$V' - V = F\left(\xi + \frac{\partial \xi}{\partial x} dx\right) - F\xi = F \frac{\partial \xi}{\partial x} dx = V \frac{\partial \xi}{\partial x},$$

откуда

$$V' = V\left(1 + \frac{\partial \xi}{\partial x}\right).$$

Изменение объема V' в следующей затем элемент времени dt будет:

$$\frac{\partial V'}{\partial t} = V \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2},$$

откуда

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x \cdot \partial t} = \frac{\partial V'}{\partial t} \frac{1}{V} = \frac{\partial v}{\partial t} \frac{1}{v} \dots \dots \dots (172)$$

где v есть удельный объем.

Из уравнений (171) и (172) имеем:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = - \frac{w^2}{gv^2} \frac{\partial v}{\partial t} \dots \dots \dots (173),$$

откуда

$$w^2 = -gv^2 \frac{\frac{\partial p}{\partial t}}{\frac{\partial v}{\partial t}} = -gv^2 \frac{\frac{\partial p}{\partial t} dt}{\frac{\partial v}{\partial t} dt} = -gv^2 \frac{dp}{dv} \dots (174),$$

где $\frac{dp}{dv}$ надо определять из уравнения адиабатического изменения состояния, т. е. звуковые колебания быстро следуют одно за другим и, следовательно, о передаче (подводе или отводе) теплоты во время одного колебания не может быть и речи.

Для адиабатического изменения состояния имеем:

$$pv^k = \text{Const};$$

где

$$k = \frac{C_p}{C_v};$$

откуда

$$v^k dp = -k v^{k-1} p dv$$

или

$$\frac{dp}{p} = -\frac{k dv}{v}$$

Подставив это значение для $\frac{dp}{p}$ в уравнение (174), получим

окончательно для скорости звука в газах (и парах) ниже-
следующее выражение:

$$w = \sqrt{gkp} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (175)$$

О Г Л А В Л Е Н И Е .

	стр.
§ 1. Истечение через короткие цилиндрические насадки	1
§ 2. Установившееся движение газа в каналах переменного сечения в простейшем случае, т. е. когда нет сопротивлений и процесс адиабатический.	14
§ 3. Общий случай установившегося движения идеальных газов.	20
§ 4. «Перепад давления» при адиабатическом истечении без трения.	47
§ 5. Насадка Де-Лавала. Случай адиабатического истечения без трения.	51
§ 6. Истечение при наличии трения.	53
§ 7. Работа трения и потеря кинетической энергии по объемной и энтропийной диаграммам	55
Зависимость между коэффициентом потери энергии ζ_1 , относенным к действительной выходной скорости, и показателем k —адиабаты и n —политропы.	57
§ 8. Опыты для определения потерь в насадках.	59
§ 9. Графическое определение размеров насадок.	
А. Обыкновенный метод.	75
В. Метод v^2	81
§ 10. Определение размеров насадок на основании опытов Christlein'a.	84
§ 11. Насадки с неполным расширением. Расширение в зазоре.	87
§ 12. Построение кривой давления в насадке при G меньшем G_{max}	91
§ 13. Потеря давления в трубопроводах.	92
Потеря давления при протекании через клапан.	101
§ 14. Кривые Фанно для трубы постоянного поперечного сечения. Построение кривой изменения давления в трубе с постоянным поперечным сечением при произвольном законе трения.	102
§ 15. Движение пара в криволинейных каналах лопаток. Результаты исследования опытным путем распределения давления внутри таких каналов.	105
§ 16. Потеря скорости направляемых по каналам газов и паров от трения о поверхности каналов.	108

	стр.
§ 17. Определение коэффициента скорости ϕ опытным путем. . .	113
§ 18. Удар пара.	115
§ 19. Графическое определение состояния пара в конце насадки после имевшего место удара.	118
Мягкие пара перед насадкой.	119
§ 20. Звуковые колебания при истечении через конические насадки.	119
§ 21. Сжатие струи	120

ПРИЛОЖЕНИЕ.

Скорость звука.	121
-------------------------	-----
