

Я. Б. ЗЕЛЬДОВИЧ и А. С. КОМПАНЕЕЦ

ТЕОРИЯ ДЕТОНАЦИИ

*Допущено Министерством
высшего образования СССР
в качестве учебного пособия
для высших учебных заведений*

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
ТЕХНИКО-ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

МОСКВА 1955

Зельдович Яков Борисович и Компанеев Александр Соломонович.
Теория детонации.

Редактор *С. Н. Шустов.*

Техн. редактор *С. Н. Ахламов.*

Корректор *Г. Г. Желтова*

Сдано в набор 30/III 1955 г. Подписано к печати 6/VI 1955 г.
Бумага 84×108/32. Физ. печ. л. 8,38. Условн. печ. л. 13,74.
Уч.-изд. л. 14,13. Тираж 5 000 экз. Т-04904. Цена книги 5 руб. 75 коп.
Заказ № 899.

Государственное издательство технико-теоретической литературы.
Москва. Б. Калужская ул., 15.

16-я типография Главполиграфпрома Министерства культуры СССР.
Москва, Трёхпрудный пер., 9.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	5
-----------------------	---

ГЛАВА ПЕРВАЯ

ЭЛЕМЕНТЫ ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ

§ 1. Элементарная теория ударных волн	7
§ 2. Слабые ударные волны	17
§ 3. Ударные волны в идеальном газе	26
§ 4. Плоская одномерная задача	30
§ 5. Характеристики	36
§ 6. Случай $k=3$	45
§ 7. Центрально-симметричная задача	51

ГЛАВА ВТОРАЯ

РЕЖИМЫ ДЕТОНАЦИИ И ГОРЕНИЯ БЕЗ ПОТЕРЬ

§ 8. Детонационные волны	63
§ 9. Протекание химической реакции в детонационной волне	79
§ 10. Возможные режимы распространения химической реакции	89
§ 11. Горение с принудительной скоростью поджигания	101
§ 12. Стационарное горение в потоке	112

ГЛАВА ТРЕТЬЯ

ТЕОРИЯ ДЕТОНАЦИИ С ПОТЕРЯМИ И ПРЕДЕЛЫ ДЕТОНАЦИИ

§ 13. Влияние потерь на распространение детонации в трубе	124
§ 14. Количественный учёт влияния потерь на распространение детонации в трубе	135
§ 15. Общая задача о детонации с потерями. Тепловые и механические потери	151
§ 16. Спиновая детонация	159

- § 17. Детонация в шероховатых трубах 174
§ 18. Переход нормального горения в детонацию 179

ГЛАВА ЧЕТВЕРТАЯ

ДЕТОНАЦИЯ КОНДЕНСИРОВАННЫХ ВЗРЫВЧАТЫХ ВЕЩЕСТВ

- § 19. Общая характеристика детонации конденсированных
взрывчатых веществ 192
§ 20. Уточнённый расчёт уравнения состояния продуктов
взрыва 213

ГЛАВА ПЯТАЯ

ДВИЖЕНИЕ ПРОДУКТОВ ДЕТОНАЦИИ

- § 21. Некоторые плоские одномерные задачи о движении
продуктов детонации 232
§ 22. Стационарные двухмерные задачи о разлёте продук-
тов детонации 253
§ 23. Расходящаяся сферическая детонационная волна 261
-

ПРЕДИСЛОВИЕ

Теория детонации является одной из важнейших областей применения газовой динамики. Вскоре после того, как явление детонации было открыто, оно получило правильное объяснение, основанное на теории ударных волн. Согласно этому объяснению разогрев газа в ударной волне вызывает взрывную реакцию, энергия которой поддерживает распространение волны. Так была основана гидродинамическая теория детонации. Исходя из определённой гипотезы о движении продуктов детонации (гипотеза Чепмена—Жуге), гидродинамическая теория смогла объяснить фундаментальное свойство детонационной волны: постоянство её скорости при данном начальном состоянии взрывчатого вещества или смеси.

Следует отметить, что наряду с правильной гидродинамической теорией детонации долгое время имели хождение разные фантастические попытки объяснения детонации, основанные на неправильных представлениях о механизме передачи реакции. В настоящее время эти попытки оставлены.

Гидродинамическая теория детонации весьма успешно развивалась в Институте химической физики АН СССР. Благодаря работам этого института была теоретически обоснована гипотеза Чепмена—Жуге, согласно которой местная скорость звука в продуктах детонации по окончании реакции равна скорости детонации относительно продуктов реакции. Невозможность дозвукового режима

была показана уже давно, а невозможность сверхзвукового режима, как выяснилось, связана с условиями протекания реакции в детонационной волне.

В работах института получило объяснение интереснейшее явление спиновой детонации, которое наблюдается вблизи пределов детонации; были выяснены характер и условия перехода горения в детонацию, открыты необычные режимы распространения детонации в трубах с искусственной шероховатостью; объяснены тесные пределы распространения детонации в гладких трубах, выяснен ряд фактов, имеющих фундаментальное значение для теории детонации конденсированных взрывчатых веществ.

Настоящая книга является первым систематическим изложением теории детонации, основанным на работах Института химической физики. Это обуславливает, быть может, известную неполноту литературных ссылок.

Приносим благодарность И. Я. Шляпинтоху за подбор и изложение экспериментальных данных, использованных в книге, а также М. А. Садовскому и А. Я. Апиуну, сделавшим ряд критических замечаний по поводу изложения материала.

Я. Зельдович, А. Компанец

ГЛАВА ПЕРВАЯ

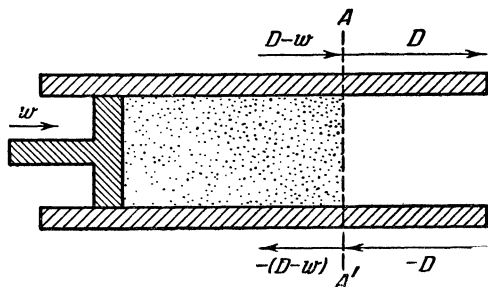
ЭЛЕМЕНТЫ ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ

§ 1. Элементарная теория ударных волн

Теория ударных волн является необходимым введением в теорию детонационных волн и вместе с тем представляет самостоятельный интерес для понимания механического действия взрыва.

На простом примере, основанном только на применении законов механики, можно получить основные уравнения теории ударных волн.

Пусть поршень равномерно вдвигается в цилиндр (фиг. 1) и сжимает впереди себя жидкость или газ. Любое возмуще-



Фиг. 1.

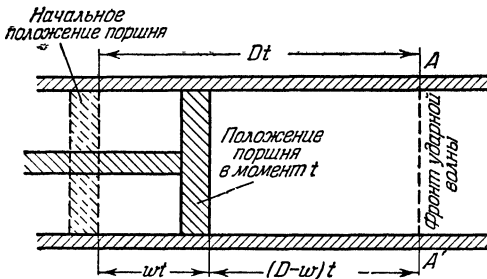
ние передаётся в веществе с конечной скоростью, поэтому впереди поршня должна образоваться конечная область сжатого вещества. На фиг. 1 эта область заключена между поршнем и поверхностью AA' .

По мере движения поршня эта поверхность будет перемещаться относительно газа с какой-то скоростью D .

Найдём выражения, связывающие скорость D со скоростью движения поршня и термодинамическими свойствами сжимаемого вещества.

Будем предполагать, что процесс сжатия происходит настолько быстро, что можно пренебречь теплопроводностью в газе, т. е. не надо учитывать передачу тепла от сжатого газа к несжатому и к стенкам цилиндра. Кроме того, не будем рассматривать внутреннее трение в газе. Это законно в том случае, когда цилиндр достаточно широк и влияние его стенок не сильно сказывается на движении основной массы газа.

Так как скорость поверхности AA' относительно стенок цилиндра мы обозначили D , то, если скорость поршня



Фиг. 2.

относительно цилиндра равна w , скорость поверхности AA' относительно поршня есть $D - w$. Пусть t — время, отсчитанное от начала сжатия, тогда общая длина столба вещества, сжатого поршнем, равна $(D - w)t$. Если Φ — сечение трубы, или, что всё равно, площадь поршня, то объём сжатого вещества равен $\Phi(D - w)t$. Первоначальный объём того же вещества равнялся ΦDt , так как поршень переместился относительно цилиндра и несжатого газа на расстояние wt (фиг. 2).

Обозначим первоначальную плотность вещества буквой ρ_0 , а плотность сжатого вещества — буквой ρ . Тогда масса вещества, сжатого поршнем за время t , равна $\rho\Phi(D - w)t$ и она же, очевидно, равна $\rho_0\Phi Dt$. Сокращая на Φt , запишем закон сохранения массы при сжатии:

$$\rho_0 D = \rho(D - w). \quad (1,1)$$

Сжатое вещество имеет скорость поршня ω , которая отнюдь не равна скорости перемещения границы сжатия AA' относительно несжатого вещества. Таким образом, переходя в сжатое состояние, масса $\rho_0 D \Phi t$ приобретает скорость ω . По второму закону Ньютона произведение массы на изменение скорости равно импульсу силы, т. е. произведению силы на время её действия. Обозначим буквой p давление в сжатом веществе, а буквой p_0 — давление в несжатом веществе. Тогда результирующая сила, действующая на вещество между поршнем и поверхностью AA' , равна $(p - p_0) \Phi$, а импульс за время t равен $(p - p_0) \Phi t$.

Отсюда получаем:

$$\rho_0 D \omega = p - p_0. \quad (1,2)$$

Из уравнений (1,1) и (1,2) можно выразить D и ω . Прежде всего из (1,1) следует, что

$$\omega = \frac{p - p_0}{\rho} D. \quad (1,3)$$

Так как плотность ρ больше плотности ρ_0 , из уравнения (1,3) видно, что D и ω направлены в одну сторону. Если бы поршень разрежал газ, т. е. двигался против стрелки на фиг. 1, ω и D имели бы противоположные направления. Этот случай требует особого рассмотрения, так как тогда меняется самый характер движения (см. § 2). Ему соответствует так называемая волна разрежения. Подставляя ω в (1,2), получим:

$$D^2 = \frac{\rho}{\rho_0} \frac{p - p_0}{p - p_0}, \quad (1,4)$$

$$\omega^2 = (p - p_0) \left(\frac{1}{\rho_0} - \frac{1}{\rho} \right). \quad (1,5)$$

Иногда удобно перейти от плотности к объёму единицы массы $v \equiv \frac{1}{\rho}$, тогда

$$D^2 = v_0^2 \frac{p - p_0}{v_0 - v}, \quad (1,6)$$

$$\omega^2 = (p - p_0) (v_0 - v). \quad (1,7)$$

Извлекая квадратные корни из этих равенств, надо выбирать одинаковые знаки D и ω .

Напишем теперь уравнение энергии.

Так как газ не отдаёт и не получает тепла, изменение его полной энергии должно равняться произведённой над

ним работе. Пусть E_0 — начальная внутренняя (как иногда говорят, *тепловая*) энергия единицы массы газа, а E — внутренняя энергия единицы массы сжатого газа. Кинетическая энергия единицы массы сжатого газа есть $\frac{\omega^2}{2}$. Но так как вся масса сжатого газа равна $\rho_0 D\Phi t$, полное изменение энергии газа при сжатии равно $\rho_0 D\Phi t \left(E + \frac{\omega^2}{2} - E_0 \right)$. Оно равно работе внешней силы, произведённой над газом за то же время t . Эту работу производит поршень, действуя на газ с силой $p\Phi$ на пути ωt .

Таким образом, уравнение энергии имеет следующий вид:

$$\rho_0 D \left(E + \frac{\omega^2}{2} - E_0 \right) = p\omega. \quad (1,8)$$

Выразим ω через D по формуле (1,3). Кроме того, удобнее вместо плотности ввести в уравнение удельный объём, выражая ω^2 по (1,7). Тогда получим:

$$E - E_0 = \frac{p + p_0}{2} (v_0 - v). \quad (1,9)$$

Примечательным является то обстоятельство, что изменение энергии газа пропорционально полусумме начального и конечного давления. Это обстоятельство весьма существенно при определении степени необратимости слабых ударных волн (см. § 2).

Вместо энергии часто пользуются так называемой *энтальпией* или *тепловой функцией*, связанной с энергией соотношением

$$H = E + pv. \quad (1,10)$$

Для изменения энтальпии имеем согласно (1,9) и (1,10) такое равенство:

$$H - H_0 = \frac{v + v_0}{2} (p - p_0). \quad (1,11)$$

Если термодинамические свойства вещества известны, то можно выразить энергию E как функцию давления и удельного объёма $E = E(p, v)$. Подставляя это выражение в (1,9), получим уравнение некоторой кривой в плоскости (p, v) . Эта кривая содержит начальный объём и начальное давление как параметры. Очевидно, что кривая всегда про-

ходит через точку p_0, v_0 , потому что подстановка $p = p_0$ и $v = v_0$ обращает (1,9) в тождество (см. также § 3; (3,8)). Эту кривую называют адиабатой Гюгонио. Она показывает, какие состояния могут получиться из данного исходного состояния p_0, v_0 путём однократного сжатия при переходе через поверхность AA' . На этой поверхности плотность и объём вещества претерпевают скачкообразное изменение. Такое сжатие называется ударным, а поверхность AA' есть ударная волна.

Не следует думать, что самый процесс сжатия в волне происходит по адиабате Гюгонио. Наоборот, сжимающийся ударно газ заведомо не проходит тот ряд состояний, который в (p, v) плоскости отвечает точкам, лежащим на адиабате Гюгонио (см. ниже). Адиабата Гюгонио даёт совокупность *всех возможных конечных состояний сжатия p, v при данных начальных p_0, v_0* .

Если разделить процесс ударного сжатия на два этапа: сначала от p_0 до p' и потом от p' до p , пуская волну со скачком давления $p-p'$ по веществу, уже сжатому волной со скачком давления $p'-p_0$, то начальным состоянием для второй волны будет состояние вещества p', v' , где v' —удельный объём после сжатия первой волной. Но адиабата Гюгонио, проведённая через точку p', v' , как начальное состояние не совпадает с адиабатой Гюгонио для начального состояния p_0, v_0 . Поэтому конечный объём после сжатия второй ударной волной, v'' , не равен, а вообще говоря, меньше, чем тот объём v , до которого сожмётся вещество, если по нему пройдёт однократная волна со скачком давления $p-p_0$.

Таким образом, ударное сжатие существенно отличается от изэнтропического*). При изэнтропическом сжатии конечное состояние совершенно не зависит от деления процесса на этапы, а определяется только начальным состоянием и полным изменением давления. Таким образом, изэнтропическое сжатие обратимо, а ударное—необратимо.

Уравнения (1,4), (1,5), (1,9) и (1,11) выведены без каких-либо допущений, о природе сжимаемого вещества.

*) Мы не будем называть сжатие при постоянной энтропии адиабатическим, чтобы не возникла путаница с адиабатой Гюгонио,

Прежде чем применять их к конкретным веществам, мы выведем их иным, несколько более общим способом.

Определим плотность потока некоторой величины как произведение плотности потока вещества на данную величину, отнесённую к единице массы. Сама плотность потока вещества равна произведению плотности ρ на скорость вещества. Это есть масса, переносимая за единицу времени через квадратный сантиметр поверхности, перпендикулярной к направлению скорости. Аналогичным способом определяется плотность потока количества движения. Именно, так как количество движения массы m есть произведение массы на скорость, количество движения единицы массы просто равно скорости. Но через квадратный сантиметр поверхности, перпендикулярной к направлению скорости, проходит за единицу времени число единиц массы, равное произведению скорости на плотность. Значит, эта масса переносит количество движения, равное произведению массы на квадрат скорости. И вообще для любой величины плотность потока равна произведению плотности потока вещества ρw на данную величину, отнесённую к единице массы.

Применим теперь понятие плотности потока к движению поверхности AA' . Дальше будет показано, что весьма близко от этой поверхности по обеим её сторонам можно провести такие две контрольные поверхности, что всё изменение плотности и скорости газа будет происходить в весьма узкой зоне между этими контрольными поверхностями. Если не рассматривать, как происходит само изменение величин от левой контрольной поверхности, помещаемой в сжатом веществе, до правой поверхности, помещаемой в несжатом веществе, то можно описывать весь процесс как распространение скачка величин плотности, давления и скорости. Этот скачок, как уже указывалось, называется ударной волной.

На фиг. 1 показан самый простой способ получения ударной волны. Но все относящиеся к волне уравнения можно вывести просто из законов сохранения массы, импульса и энергии, применяя их непосредственно к веществу, проходящему через контрольные поверхности по обе стороны скачка,

Назовём скорость волны, как и раньше, D . Удобно перейти к системе отсчёта (т. е. к системе координат), движущейся вместе с волной. Относительно такой системы скорость невозмущённого вещества равна $-D$ (фиг. 1, стрелки вниз), а скорость сжатого вещества $-(D-\omega)$. Поэтому поток вещества через правую контрольную поверхность равен $-\rho_0 D$, а через левую поверхность $-\rho(D-\omega)$. Приравнявая эти величины, вернёмся к уравнению (1,1)

$$\rho_0 D = \rho(D-\omega).$$

Поток количества движения справа равен $\rho_0 D \cdot D = \rho_0 D^2$, а слева $\rho(D-\omega)^2$. Следовательно, изменение количества движения между контрольными поверхностями за единицу времени равно разности этих величин. Но по второму закону Ньютона это должно равняться действующей силе, т. е. разности давлений слева и справа $p-p_0$. Таким образом, записанное относительно движущейся координатной системы уравнение (1,2) имеет вид

$$\rho_0 D^2 - \rho(D-\omega)^2 = p - p_0. \quad (1,12)$$

Легко видеть, что вместе с (1,1) оно вполне эквивалентно (1,2) и приводит к тем же уравнениям (1,4) и (1,5) для D и ω .

Уравнение (1,12) можно истолковать как сохранение величины $\rho_0 D^2 + p_0$ в ударной волне. По самому способу вывода этого уравнения видно, что его можно применить к любой контрольной поверхности независимо от того, как она расположена.

Аналогичными рассуждениями можно придти и к выражению закона сохранения энергии.

Исходя из определения потока энергии, мы видим, что справа втекает энергия, равная $\rho_0 D \left(E_0 + \frac{D^2}{2} \right)$, а слева вытекает $\rho(D-\omega) \left[E + \frac{(D-\omega)^2}{2} \right]$. Изменение энергии между поверхностями равно работе внешних сил. Работа, приходящаяся на единицу площади за единицу времени, равна произведению силы, приходящейся на единицу площади, т. е. давления, на перемещение за единицу времени, т. е. на скорость. Поэтому на правой контрольной поверхности получается $-\rho_0 D$, а на левой $\rho(D-\omega)$. Знак минус для работы справа означает, что работа совершается сжатым

веществом над несжатым. Таким образом, мы приходим к балансу энергии

$$\rho_0 D \left(E_0 + \frac{D^2}{2} \right) - \rho (D - \omega) \left[E + \frac{(D - \omega)^2}{2} \right] = p (D - \omega) - p_0 D. \quad (1,13)$$

Это уравнение равнозначно (1,8), в чём легко убедиться, если привлечь (1,1) и (1,2). Его, очевидно, можно истолковать как закон сохранения величины

$$E_0 + \frac{D^2}{2} + \frac{p_0}{\rho} = E + \frac{(D - \omega)^2}{2} + \frac{p}{\rho}. \quad (1,14)$$

Записанный через энтальпию, тот же закон сохранения выглядит так:

$$H_0 + \frac{D^2}{2} = H + \frac{(D - \omega)^2}{2}. \quad (1,15)$$

Отсюда легко вывести формулы (1,9) — (1,11).

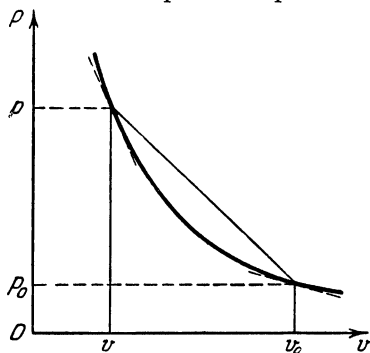
Уравнения (1,14), (1,15) были выведены в системе координат, движущейся вместе с волной. В такой системе движение стационарно. Но при стационарном движении должна выполняться теорема Бернулли, согласно которой сумма энтальпии и кинетической энергии, отнесённых к единице массы, сохраняется. Это и выражено уравнением (1,15). В неподвижной координатной системе ударная волна, конечно, не представляет стационарного движения, и применять к ней теорему Бернулли нельзя.

Вывод, основанный на рассмотрении потока через контрольные поверхности, позволяет несколько по-иному подойти к законам сохранения в ударной волне. Мы нигде не требовали, чтобы левая контрольная поверхность была помещена в сжатом веществе так далеко, что на ней давление и плотность принимали бы максимальные значения, характеризующие скачок. Наоборот, уравнения (1,1), (1,12), (1,13) можно применить к любой поверхности, расположенной в переходной области, и к неизменной правой поверхности в невозмущённой области, считая эти две поверхности контрольными. Но при этом p означает не статическое давление, определяемое только уравнением состояния, а некое динамическое давление, которое зависит от самого способа изменения состояния вещества при ударном сжатии, что характерно для необрати-

мых процессов. Механическое определение давления как силы, приходящейся на единицу площади и направленной перпендикулярно к поверхности, разумеется, сохраняет смысл и здесь, потому что с этим определением сила входит во второй закон Ньютона.

Итак, если придавать давлению p в уравнении (1,12) чисто механический смысл, то равенства (1,4), (1,5), (1,6), (1,7) имеют место для любой пары контрольных поверхностей. Но если

волна стационарна, как мы предполагали, то величина D —одна и та же для любой контрольной поверхности, поэтому объём в ударной волне линейно зависит от давления, убывая от начального значения v_0 до v (см. (1,6)). На (p, v) -диаграмме получается прямая, проходящая через данную точку p_0, v_0 . Но тогда выражение (1,9) для изменения



Фиг. 3.

энергии в ударной волне имеет простой геометрический смысл как площадь трапеции с основаниями p и p_0 и высотой $v_0 - v$ (фиг. 3). Поэтому, если понимать под p полное механическое давление, состоящее из статической и нестатической частей, то имеет место соотношение $dE = -pdv^*$.

Нестатическая часть давления происходит оттого, что объём и другие термодинамические величины меняются не бесконечно медленно, а с конечной скоростью. Тогда давление зависит не только от мгновенной величины объёма, но и от всего хода его изменения со временем. Так, если объём меняется не слишком быстро, давление зависит от его мгновенной величины и от скорости его

*) В книге Я. Б. Зельдовича, Теория ударных волн и введение в газовую динамику, Изд. АН СССР, 1946, на стр. 89 сказано, что в некоторых случаях давление p меняется не по прямой. При этом под p понимается только статическая часть давления, определяемая мгновенными значениями термодинамических величин

изменения. Кроме того, если давление нестатическое, то нельзя считать его не зависящим от ориентации поверхности, т. е. закон Паскаля не имеет места.

Но, каковы бы ни были необратимые процессы, сопровождающие распространение ударной волны, начальное и конечное состояния при данной скорости волны вполне определяют друг друга. Они связаны только законами сохранения.

Если ударная волна имеет малую амплитуду, т. е. если скачок плотности, давления и других величин мал по сравнению со значением этих величин в несжатом веществе, то кинетику процессов в переходной области можно изучать, используя понятия вязкости и теплопроводности. При этом оказывается, что ширина переходного слоя в газе значительно больше длины свободного пробега молекул; это и оправдывает применение макроскопических величин вязкости и теплопроводности. У сильных ударных волн весь скачок происходит на длине одного свободного пробега, так что с гидродинамической точки зрения он имеет нулевую ширину. Макроскопические уравнения имеют силу только тогда, когда на длине свободного пробега все средние величины меняются незначительно.

Но, каковы бы ни были механизмы необратимых процессов, управляющих давлением в стационарной ударной волне, результирующее давление всегда устанавливается таким, чтобы дать прямую на (p, v) -диаграмме. Это следует с необходимостью из законов сохранения вещества и количества движения.

На крайней контрольной поверхности, расположенной уже за волной, давление является чисто статическим, и можно говорить об энергии и об энтальпии как о функциях только p и v . Зная термодинамические свойства вещества, можно подставить эти функции в уравнения (1,9)—(1,11). Тогда на (p, v) -диаграмме, как уже говорилось, получится кривая, называемая адиабатой Гюгонио. Все точки кривой, лежащие при более высоких давлениях, чем p_0 , отвечают стационарным ударным волнам, возможным в веществе с данными исходными p_0 и v_0 .

Что касается проведённой на фиг. 3 хорды, то p на ней следует понимать как полное давление. Выделить его статическую часть в общем случае затруднительно.

§ 2. Слабые ударные волны

В этом параграфе будут рассмотрены как предельный случай ударные волны малой амплитуды, в которых относительное изменение давления невелико, $p - p_0 \ll p_0$, а также и $v_0 - v \ll v_0$. Для таких волн можно заменить все разности, входящие в уравнение (1,9), дифференциалами, а сумму $\frac{p + p_0}{2}$ заменить средним давлением, которое целесообразно снова обозначить буквой p . Тогда уравнение (1,9) получит вид $dE = -p dv$. Но в общем случае $dE = T dS - p dv$, где S — энтропия, откуда видно, что в ударных волнах достаточно малой амплитуды $dS = 0$, т. е. такие волны *изэнтропичны*.

На самом деле dS имеет третий порядок малости относительно скачка давления, $dS \sim (dp)^3$ *). Оценка dS производится ниже.

Кривую в плоскости (p, v) , отвечающую постоянной энтропии, мы всегда будем называть *изэнтропией* **).

Уравнение изэнтропии связывает p и v однозначной зависимостью. Поэтому выражение (1,6) для D^2 в предельном случае весьма слабых ударных волн должно быть переписано так:

$$D^2 = -v_0^2 \left(\frac{\partial p}{\partial v} \right)_S = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_S. \quad (2,1)$$

Но величина в правой части есть не что иное, как квадрат скорости звука в несжатом веществе c_0^2 . Поэтому скорость слабой ударной волны в пределе не зависит от её амплитуды.

Из уравнения (1,7) видно, что скорость частиц вещества w в слабой ударной волне является малой величиной первого порядка относительно величины скачка, потому что

$$p - p_0 = - \left(\frac{\partial p}{\partial v} \right)_S (v - v_0) = - \frac{c_0^2}{v_0^2} (v - v_0),$$

*) Зельдович Я. Б., Теория ударных волн и введение в газодинамику, Изд. Академии наук СССР, 1946.

***) Эту кривую обычно называют *адиабатой Пуассона*; мы применяем термин *изэнтропа*, чтобы не вызвать путаницы в употреблении терминов *адиабата Пуассона* и *адиабата Гюгонио*.

откуда

$$\omega = \frac{c_0}{v_0} (v_0 - v) = \frac{c_0}{\rho_0} (\rho - \rho_0). \quad (2,2)$$

Аналогичное выражение получается и для $p - p_0$, если выразить $v_0 - v$ через ω , а именно:

$$p - p_0 = \frac{c_0 \omega}{v_0}. \quad (2,3)$$

Мы могли бы писать в данном случае просто c , v и p вместо c_0 , v_0 и $p - p_0$, но сохраняем индекс 0 для единообразия с дальнейшими обозначениями. Заметим ещё раз, что соотношения (2,1), (2,2), (2,3) справедливы только для слабых волн.

Получим теперь выражение для D в слабой ударной волне в следующем приближении с точностью до членов первого порядка малости относительно скорости вещества включительно.

Проведём на фиг. 3 касательные к адиабате Гюгонио (они показаны пунктиром) в точках (p, v) и (p_0, v_0) . На малом участке кривую можно заменить параболой, расположенной симметрично относительно обеих точек, а для такой параболы наклон хорды равен полусумме наклонов касательных. Так как волна, по предположению, слабая, ей отвечает малый участок адиабаты и замена этого участка параболой законна. Следовательно,

$$\frac{p - p_0}{v_0 - v} = -\frac{1}{2} \left[\frac{\partial p}{\partial v} + \left(\frac{\partial p}{\partial v} \right)_0 \right].$$

Подставим теперь вместо $-\frac{\partial p}{\partial v}$ и $-\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_0$ их выражения через скорость звука: $\frac{c^2}{v^2}$ и $\frac{c_0^2}{v_0^2}$. Правую часть равенства представим теперь так:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2v_0^2} \left(c^2 \frac{v_0^2}{v^2} + c_0^2 \right) &= \frac{1}{2v_0^2} \left(c^2 \frac{D^2}{(D-w)^2} + c_0^2 \right) = \\ &= \frac{1}{2v_0^2} \left[\frac{(c+c_0)^2}{2} + \omega(c+c_0) \right]. \end{aligned}$$

При этом мы воспользовались тем обстоятельством, что разность $c^2 + c_0^2 - \frac{1}{2}(c+c_0)^2 = \frac{1}{2}(c-c_0)^2$ является малой

второго порядка, и тем, что ω — величина первого порядка малости, так что коэффициент при ней можно выбирать с точностью до малых того же порядка. Выражая левую часть исходного равенства как $\frac{D^2}{v_0^2}$ и извлекая квадратный корень, получаем с той же точностью:

$$D = \frac{c + c_0 + \omega^*}{2}. \quad (2,4)$$

Существенно, что при выводе этой формулы использовались только законы сохранения массы и количества движения.

Полученные здесь соотношения для слабых волн помогут нам понять, как образуются ударные волны конечной амплитуды. Для этого рассмотрим снова опыт с поршнем.

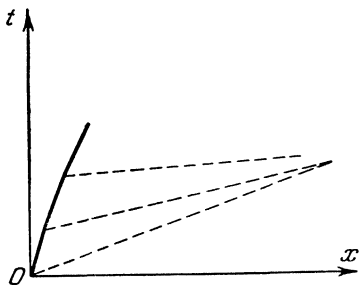
Пусть движение поршня ускоряется постепенно, начиная с весьма малой скорости ω , гораздо меньшей, чем скорость звука в невозмущённом веществе. В тот момент, когда поршень получил начальное приращение скорости ω , от него побежит очень слабая ударная волна со скоростью D , которая отличается от c_0 на величину порядка ω (см. (2,4)). Скорость этой волны относительно поршня будет $D - \omega$, так как поршень движется в том же направлении. Такую же скорость имеет волна относительно сжатого вещества.

Пусть движение поршня ускорится ещё раз на ω в ту же сторону. Тогда от него побежит ещё одна слабая ударная волна со скоростью D_1 относительно сжатого вещества. Эта вторая волна догонит первую волну, потому что скорость второй волны относительно первой есть $D_1 - (D - \omega) > \omega$. Знак неравенства поставлен для того, чтобы учесть, что в сжатом веществе скорость звука увеличивается по сравнению с несжатым веществом, так что $D_1 > D$. После того как обе волны сойдутся, они пойдут вместе как одна волна со скоростью, большей, чем D . Каждый раз, когда движение поршня будет ускоряться (при сжатии газа), от него пойдёт слабая ударная волна и сольётся со всеми волнами, испущенными раньше.

*) Это выражение отмечено Л. Д. Ландау при выводе предельного закона изменения амплитуды распространяющихся слабых волн. Прикладная математика и механика 9, 286 (1944).

Таким образом, в конце концов может получиться сколь угодно сильная ударная волна в зависимости от скорости, достигаемой поршнем. Она образуется тем ближе к поршню, чем быстрее происходит ускорение. Если представить себе, что поршень мгновенно получил конечную скорость ω , от него сразу побежит одна ударная волна конечной амплитуды, которую можно определить по формуле (1,7) и по адиабате Гюгонио.

Если отложить по абсциссе перемещение поршня, а по ординате—время, то ускоренное движение поршня изобразится кривой, вогнутой к оси абсцисс. На фиг. 4 мы провели её из начала координат соответственно начальному положению поршня.



Фиг. 4.

На этом графике скорость равна тангенсу угла наклона кривой к ординате, т. е. к оси времени. Для наглядности мы представили скорость поршня возрастающей не плавной, а небольшими конечными приращениями, так что путь поршня имеет на графике вид ломаной линии.

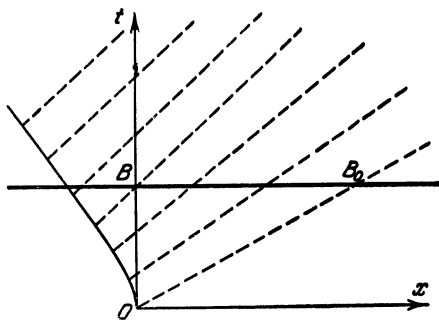
При каждом ускорении от поршня отделяются волны сжатия, распространение которых изображено пунктирными линиями. Наклон этих линий к ординате постепенно увеличивается, так как они бегут по веществу, уже ускоренному предыдущими волнами.

Вдоль каждой пунктирной линии распространяется возмущение, вызванное соответствующим ускорением поршня. В газовой динамике эти линии называются характеристиками.

Схождение характеристик, подобное тому, которое представлено на фиг. 4, указывает на тенденцию к образованию ударной волны. При «мгновенном» ускорении поршня характеристики пересекутся очень близко к началу, и получившаяся ударная волна будет стационарна, т. е. будет распространяться по веществу не деформируясь.

Совсем по-другому выглядит распространение волны, если поршень не сжимает, а разрежает вещество, т. е. движется влево (фиг. 5). В этом случае скорость первой волны расширения относительно вещества больше, чем скорость звука в невозмущённом веществе, потому что граница возмущения движется по невозмущённому веществу со скоростью c_0 направо, а возмущённое вещество движется вслед за поршнем налево. Возмущение, которое

побежит от поршня при дальнейшем ускорении в ту же сторону, не сможет поэтому догнать границу первого возмущения. Иными словами, наклон характеристик к оси ординат уменьшается по мере ускорения поршня. Поэтому на фиг. 5 характеристики нигде не пересекаются. Правее самой нижней характеристики вещество находится в покое, так как до него ещё не успело дойти начальное возмущение. Если движение поршня некоторое время ускорилось, а потом стало равномерным, то можно провести и самую верхнюю характеристику, выше которой вещество движется равномерно со скоростью поршня.



Фиг. 5.

Правее самой нижней характеристики вещество находится в покое, так как до него ещё не успело дойти начальное возмущение. Если движение поршня некоторое время ускорилось, а потом стало равномерным, то можно провести и самую верхнюю характеристику, выше которой вещество движется равномерно со скоростью поршня.

Проведём сечение B_0B (фиг. 5), отвечающее некоторому определённом моменту времени. Правее B_0 вещество покоится. Точка B отвечает пересечению с той характеристикой, которая проведена от поршня в момент его перехода к равномерному движению. Поэтому левее B вещество имеет постоянную скорость. Между B и B_0 находится волна разрежения.

Её правый край движется со скоростью c_0 относительно невозмущённого вещества, а левый край имеет относительно того же вещества меньшую скорость. Поэтому волна разрежения не может распространяться стационарно: ширина её растёт пропорционально времени.

При мгновенном ускорении поршня влево все характеристики вышли бы веером из начала, а волна разрежения начиналась бы с нулевой ширины (центрированная волна разрежения). Скорость левого края волны относительно разрежённого вещества равна скорости звука c в нём ($c < c_0$). Относительно невозмущённого вещества эта скорость равна $c_0 + w$, где w — скорость поршня. Поэтому ширина волны разрежения растёт со временем как $(c_0 - c + w)t$. Итак, скачкообразная ударная волна разрежения в газе невозможна.

В свою очередь w можно вычислить, если известно изменение плотности в волне разрежения. По формуле (2,2) имеем:

$$w = \int_{p_0}^p \frac{c \, dp}{\rho}, \quad (2,5)$$

потому что при выводе (2,2) мы не считали, что это равенство относится непременно к волне сжатия. А так как величины, стоящие под интегралом, при изэнтропическом процессе связаны однозначной зависимостью, скорость вещества в каждой точке относительно невозмущённого вещества определяется только изменением плотности в этой точке по отношению к плотности невозмущённого вещества.

Достаточно слабая ударная волна, как мы уже говорили, изэнтропична. Поэтому результаты, относящиеся к слабым ударным волнам, можно переносить на слабые волны разрежения. Но сложение слабых ударных волн следует производить по изэнтропе с помощью формулы (2,5).

Выведем теперь некоторые неравенства, относящиеся к ударным волнам.

Мы показали, что в слабых волнах изэнтропа приближённо совпадает с адиабатой Гюгонио. Проведём к ней касательные в точке (p_0, v_0) и в точке (p, v) . Наклон касательной к абсциссе в точке (p_0, v_0) равен $\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_0$, причём, если сравнить его с наклоном хорды, проведённой из (p_0, v_0) в (p, v) , непосредственно видно, что

$$-\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_0 < \frac{p - p_0}{v_0 - v}$$

Но $v_0^2 \left(\frac{\partial p}{\partial v} \right)_0$ равно квадрату скорости звука c_0^2 в невозмущённом веществе, а $v_0^2 \frac{p-p_0}{v_0-v}$ равно квадрату скорости ударной волны D^2 относительно невозмущённого вещества. Поэтому ударная волна распространяется со сверхзвуковой скоростью относительно несжатого вещества. В точке (p, v) соотношение между наклонами касательной и хорды обратное. Но $v^2 \frac{\partial p}{\partial v}$ есть квадрат скорости звука c^2 в сжатом газе, а $v^2 \frac{p-p_0}{v_0-v}$ есть $(D-w)^2$, т. е. квадрат скорости ударной волны относительно сжатого газа. Следовательно, относительно сжатого газа скорость ударной волны дозвуковая. Итак, мы получили два неравенства:

$$c > D - w, \quad c_0 < D. \quad (2,6)$$

Так как адиабата Гюгонио определяет ударную волну полностью, по ней можно вычислить изменение энтропии в слабой ударной волне следующим способом (пренебрегая изменением температуры):

$$T_0 \Delta S = E - E_0 + \int_{v_0}^v p \, dv = \frac{(p-p_0)(v_0-v)}{2} + \int_{v_0}^v p \, dv. \quad (2,7)$$

Но $v < v_0$, поэтому интеграл в правой части (2,7) отрицателен. Следовательно, ΔS положительно и равно площади сегмента между хордой и адиабатой, делённой на температуру. Так как высота сегмента малой дуги имеет второй порядок малости, мы тем самым доказали, что ΔS — малая третьего порядка относительно Δv или Δp . Итак,

$$S > S_0. \quad (2,8)$$

С этим неравенством весьма тесно связано утверждение, что $v < v_0$, известное под названием теоремы Цемплена.

В самом деле, неравенство (2,8) вытекает с необходимостью из второго начала термодинамики, потому что тепло никуда не отводится из сжимаемого вещества во внешнюю область. Но положительный знак ΔS связан с тем, что $v < v_0$. Поэтому в адиабате Гюгонио имеет

смысл только та ветвь, которая лежит выше точки (p_0, v_0) . Возможны только ударные волны сжатия.

Мы видим, что полное изменение энтропии в ударной волне может быть определено совершенно безотносительно к механизму необратимых процессов, происходящих в области скачка.

Можно ввести механическую меру необратимости ударной волны. Если представить себе обратимый изэнтропический переход от давления p_0 к давлению p , то скорость ударной волны, подобно скорости волны разрежения, выразится интегралом

$$\begin{aligned} \omega' &= \int_{p_0}^p c \frac{dp}{\rho} = \int_{v_0}^v \sqrt{\frac{\partial p}{\partial \rho}} \frac{d\rho}{\rho} = - \int_{v_0}^v \sqrt{-v^2 \frac{\partial p}{\partial v}} \frac{dv}{v} = \\ &= - \int_{v_0}^v \sqrt{-dp dv} = \int_{p_0}^p \sqrt{-\frac{\partial v}{\partial p}} dp; \end{aligned}$$

ω' есть скорость вещества в волне разрежения той же амплитуды давления, что и ударная волна. Эта скорость пропорциональна среднему значению корня из производной $\sqrt{-\frac{\partial v}{\partial p}}$, вычисленной по изэнтропе. Выражение для ω' надо сравнить с точным выражением для ω в ударной волне

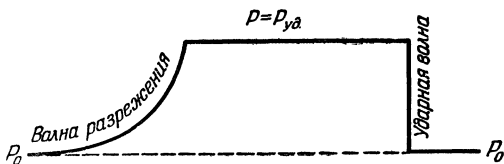
$$\begin{aligned} \omega &= \sqrt{-(p - p_0)(v - v_0)} = (p - p_0) \sqrt{-\frac{v - v_0}{p - p_0}} = \\ &= (p - p_0) \sqrt{-\frac{\partial v}{\partial p}}, \end{aligned}$$

причём мы воспользовались соотношением между разностью и средним значением производной. В точной формуле для ω давление определяется по адиабате Гюгонио, а в интеграле — по уравнению изэнтропы.

В слабых ударных волнах адиабата Гюгонио весьма близка к изэнтропе, для которой объём и давление связаны однозначной зависимостью $v_i = v_i(p)$. При этом $v_i(p)$, вычисленное по изэнтропе, отличается от вычисленного по адиабате на величину третьего порядка малости.

Знак разности $\omega - \omega'$ зависит от того, какие величины считаются совпадающими в конечном состоянии: если условиться, что ударное и изэнтропическое сжатия приводят вещество к одинаковому конечному объёму, то $\omega - \omega' > 0$, а если к одинаковому конечному давлению, то $\omega - \omega' < 0$. В этом можно убедиться путём разложения в ряд.

Пусть по веществу пробегает слабая ударная волна, сжимающая его от давления p_0 до давления p . От этого объём изменяется от v_0 до $v(p)$. Вслед за ударной волной идёт волна разрежения, возвращающая вещество к давлению p_0 , но уже по изэнтропе. Так как изэнтропа идёт менее круто, чем адиабата Гюгонио (см. (2,6)), для конечного объёма имеем неравенство $v_i(p_0) > v_0$. Ход изменения



Фиг. 6.

давления показан на фиг. 6. Неравенство между объёмами можно разъяснить следующим образом. Так как в ударной волне происходит необратимый процесс, часть её энергии должна быть затрачена на нагревание вещества. Но так как вещество вернулось к прежнему давлению, его объём должен стать больше первоначального (это имеет место

для огромного большинства веществ, потому что $\left(\frac{\partial v}{\partial S}\right)_p = \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p \cdot \frac{T}{c_p}$, а $\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p$ обычно > 0). В данном случае волна разрежения совпадает с ударной по амплитуде изменения давления, поэтому вещество получает в волне разрежения скорость ω' , которая по абсолютной величине больше ω . Следовательно, в веществе остаётся некоторое количество движения, направленное в сторону, обратную ударной волне, вещество начинает двигаться туда, откуда пришла ударная волна. Количество движения газа после

расширения и количество движения газа в волне, заключённой между двумя областями равного давления, непрерывно растут в противоположные стороны, но, разумеется, так, что суммарное количество движения сохраняется вследствие равенства начального и конечного давления.

Кинетическая энергия этого остающегося движения не входит в баланс полной энергии, потому что она пропорциональна квадрату скорости и является малой шестого порядка.

§ 3. Ударные волны в идеальном газе

В этом параграфе мы рассмотрим распространение ударных волн в идеальном газе с постоянной теплоёмкостью. В этом случае уравнение адиабаты Гюгонио получает простую форму и может быть записано в явном виде.

Известно, что предположение о постоянстве теплоёмкости газа справедливо только в более или менее широком интервале температуры. Одноатомные газы имеют действительно постоянную теплоёмкость $= \frac{3}{2}R$ на моль (R — газовая постоянная, равная $8,31 \cdot 10^7$ *эрг/моль·град*), начиная от конденсации и вплоть до температур порядка $10\,000^\circ$, при которых наступает ионизация.

Двухатомные газы имеют теплоёмкость $\frac{3}{2}R$ только при таких низких температурах, когда вращательные состояния ещё не возбуждены. Но все газы, кроме водорода, при атмосферном давлении конденсируются при более высоких температурах. Поэтому практически у двухатомных газов теплоёмкость равна $\frac{5}{2}R$ до тех температур, при которых возбуждаются колебания. Для кислорода это составляет 2000° , для азота — около 3000° , для водорода — около 5000° *).

У трёхатомных газов с линейной молекулой теплоёмкость, обусловленная переносным и вращательным движением молекул, равна $\frac{5}{2}R$, как и у двухатомных молекул. У треугольных молекул переносная и враща-

*) Так, при 2000° теплоёмкость водорода равна $6,23 \frac{R}{2}$, азота — $6,5 \frac{R}{2}$, кислорода — $7,0 \frac{R}{2}$.

тельная теплоёмкость составляет $3R$, так как треугольная молекула имеет три вращательные степени свободы, а на каждую степень свободы приходится теплоёмкость $\frac{1}{2}R$.

Итак, пусть теплоёмкость газа в ударной волне не изменяется, т. е. скачок температуры не превышает интервала постоянства теплоёмкости. Обозначим отношение $\frac{c_p}{c_v} \equiv k$. Тогда у одноатомного газа $k = \frac{5}{3}$, у двухатомного $k = \frac{7}{5}$, у трёхатомного с линейной молекулой $k = \frac{7}{5}$, у газа с треугольной молекулой $k = \frac{4}{3}$. Всюду колебания считаются невозбуждёнными. Тогда энергия газа равна

$$E = \frac{1}{k-1} p v, \quad (3,1)$$

а энтальпия равна

$$H = \frac{k}{k-1} p v. \quad (3,2)$$

Подставим (3,1) в (1,9) и выразим v через v_0 . После весьма несложных преобразований получится следующее равенство:

$$v = \frac{(k-1)p + (k+1)p_0}{(k+1)p + (k-1)p_0} v_0. \quad (3,3)$$

Если рассмотреть сначала слабые волны, т. е. положить $p - p_0 \ll p_0$, как это было сделано в § 2, то изменение объёма выразится через изменение давления так:

$$\frac{v_0 - v}{v_0} = k \frac{p - p_0}{p_0}.$$

Это соотношение отвечает изэнтропической зависимости объёма от давления, ибо уравнение изэнтропы для идеального газа с постоянной теплоёмкостью есть $p_0 v_0^k = p v^k$.

Особенно интересное следствие из уравнения (3,3) получается для весьма сильных ударных волн, когда $p \gg p_0$. Тогда, если можно пренебречь p_0 в (3,3), получаем предельный закон для весьма сильных волн:

$$v = \frac{k-1}{k+1} v_0. \quad (3,4)$$

Иными словами, сколь угодно сильная ударная волна не может сжать газ более, чем в $\frac{k+1}{k-1}$ раз. Например,

предельное сжатие одноатомного газа — четырёхкратное, двухатомного — шестикратное, трёхатомного с нелинейной молекулой — семикратное (без возбуждения колебаний).

В этом пункте особенно резко проявляется различие адиабаты Гюгонио и изэнтропы. В самом деле, на изэнтропе давление обращается в бесконечность при $v = 0$, а на адиабате Гюгонио — уже при $v = \frac{k-1}{k+1} v_0$, т. е. при конечном сжатии. Действительно, изэнтропа находится ниже адиабаты Гюгонио, если говорить о части кривой, лежащей со стороны высоких давлений, т. е. $p > p_0$.

В § 1 мы указали, что характерное отличие ударного сжатия от изэнтропического состоит в том, что объём в результате нескольких ударных сжатий зависит от того, в какой последовательности они происходили и как полное изменение давления распределилось по отдельным этапам сжатия; при изэнтропическом процессе конечный объём зависит только от полного изменения давления. Это различие удобно иллюстрировать на примере идеального газа.

Пусть конечное давление p весьма велико. Пуская ударную волну по газу один раз, мы сожмём его в $\frac{k+1}{k-1}$ раз. Но если разделить сжатие на две волны, из которых каждая сжимает в отношении $\frac{k+1}{k-1}$, мы получим результирующее сжатие в $\left(\frac{k+1}{k-1}\right)^2$ раз. Для этого достаточно, например, чтобы в каждой волне давление возрастало в отношении $\sqrt{\frac{p}{p_0}}$, если это отношение — ещё достаточно большое число.

Получим теперь некоторые другие соотношения, относящиеся к предельному случаю весьма сильных волн в идеальном газе.

В выражении (1,6) надо пренебречь p_0 по сравнению с p , а в знаменателе подставить $v = \frac{k-1}{k+1} v_0$. То же самое надо сделать с уравнением (1,7). Тогда предельные формулы для скорости волны и скорости вещества будут

выглядеть следующим образом:

$$D^2 = \frac{k+1}{2} p v_0, \quad (3,5)$$

$$\omega^2 = \frac{2}{k+1} p v_0. \quad (3,6)$$

Эти формулы можно ещё сопоставить с выражением для скорости звука в сжатом веществе: $c^2 = k p v$ или, если перейти к начальному объёму,

$$c^2 = k \frac{k-1}{k+1} p v_0. \quad (3,7)$$

Подчеркнём ещё раз, что формулы (3,5) — (3,7) справедливы только для *сильных* волн.

Легко видеть, что из этих соотношений вытекают те же неравенства, которые мы получили в § 2 для слабых волн. Именно неравенство $D > c_0$ видно уже из того, что $\frac{p}{p_0} \gg 1$. Другое неравенство (2,6) легко выводится, если учесть, что $k > 1$, и применить к коэффициентам равенств (3,5) — (3,7) несложные преобразования.

В таблице I, приведённой ниже, мы сопоставили предельные значения величин D^2 , ω^2 , c^2 в единицах $p v_0$, а также отношения $\frac{c}{D}$ и $\frac{\omega}{D}$ для идеальных газов, подчиняющихся закону равнораспределения.

Т а б л и ц а I

	D^2	ω^2	c^2	$\frac{c}{D}$	$\frac{\omega}{D}$
Одноатомные газы	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{12}$	0,56	$\frac{3}{4}$
Двухатомные »	$\frac{6}{5}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{7}{30}$	0,45	$\frac{5}{6}$
Трёхатомные »	$\frac{7}{6}$	$\frac{6}{7}$	$\frac{4}{21}$	0,41	$\frac{6}{7}$

Установим теперь, как повышается температура, если известно изменение плотности газа. Из (3,3) получаем относительное изменение давления

$$\frac{p}{p_0} = \frac{(k+1) v_0 - (k-1) v}{(k+1) v - (k-1) v_0}, \quad (3,8)$$

откуда

$$\frac{T}{T_0} = \frac{pv}{P_0 v_0} = \frac{k+1 - \frac{v}{v_0}(k-1)}{k+1 - \frac{v_0}{v}(k-1)}. \quad (3,9)$$

В предельном случае, когда $v = \frac{k-1}{k+1} v_0$, температура повышается в $\frac{k-1}{k+1} \frac{p}{P_0}$ раз, тогда как при изэнтропическом сжатии отношение температур равно, как известно,

$$\left(\frac{T}{T_0}\right)_{\text{изэнтр}} = \left(\frac{p}{P_0}\right)^{\frac{k-1}{k}},$$

что соответствует более медленному росту.

Например, если $\frac{p}{P_0} = 100$, то у двухатомного газа $\left(\frac{T}{T_0}\right)_{\text{ударн}} = 16,6$, $\left(\frac{T}{T_0}\right)_{\text{изэнтр}} = 3,72$. При $\frac{p}{P_0} = 10\,000$, $k = 7/5$, $\left(\frac{T}{T_0}\right)_{\text{ударн}} = 1660$, а $\left(\frac{T}{T_0}\right)_{\text{изэнтр}} = 13,9$ (последний случай носит характер только числовой иллюстрации, потому что температура не может возрасти в 1660 раз при постоянной теплоёмкости двухатомного газа).

Относительно большее повышение температуры при ударном сжатии по сравнению с изэнтропическим получается потому, что температура пропорциональна pv . При ударном сжатии p растёт, а v остаётся конечным; при изэнтропическом сжатии v стремится к нулю с ростом p , хотя и слабее, чем растёт p .

§ 4. Плоская одномерная задача

Мы выведем уравнения газовой динамики для некоторых простых, но весьма важных случаев. В этом параграфе будет рассмотрено одномерное плоское движение газа, т. е. такое движение, когда все величины одинаковы на плоскостях $x = \text{const}$ и зависят только от времени при заданном значении координаты x . При этом скорость направлена по x . Таким образом, $\omega_x = \omega = \omega(x, t)$, $p = p(x, t)$, $\rho = \rho(x, t)$, $\omega_y = 0$, $\omega_z = 0$. В § 7 мы получим уравнения для центрально-симметричной задачи.

Важно подчеркнуть различие между полной и частной производной в газовой динамике. Частная производная предполагает дифференцирование по времени при постоянном значении координаты точки, измеренной в неподвижной системе (так называемой эйлеровой координаты). Полная производная относится к данному элементу вещества и учитывает изменение, происходящее при перемещении этого элемента в пространстве со скоростью $w = \frac{dx}{dt}$. Поэтому полную производную иногда называют *субстанциальной*, т. е. связанной с веществом. Если $f(x, t)$ — некоторая функция координат и времени, то субстанциальная производная имеет следующее выражение:

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x} \frac{dx}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + w \frac{\partial f}{\partial x}.$$

С помощью субстанциальной производной можно записать закон сохранения массы некоего элемента вещества, ограничиваясь, как везде в этом параграфе, одномерным плоским движением. В этом случае масса элемента вещества пропорциональна выражению $\rho \delta x$, где ρ — плотность. Полная производная массы, очевидно, равна нулю:

$$\frac{d}{dt} \rho \delta x = \delta x \frac{d\rho}{dt} + \rho \frac{d\delta x}{dt} = \delta x \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + w \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) + \rho \frac{d\delta x}{dt}.$$

Преобразуем теперь производную $\frac{d\delta x}{dt}$. Величина δx означает разность координат двух соседних точек. Но производная разности равна разности производных, так что $\frac{d\delta x}{dt} = \delta \frac{dx}{dt} = \delta w$. Далее, δw означает разность скоростей двух материальных точек, взятую для определённого момента времени, а это есть не что иное, как частная производная скорости по x , умноженная на разность координат δx . Таким образом, $\frac{d\delta x}{dt} = \frac{\partial w}{\partial x} \delta x$. Сокращая теперь на δx , получим:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho w) = 0.$$

К этому уравнению можно придти и путём другого рассуждения. Будем исходить из определения потока вещества через единицу поверхности, равного, как известно, ρw .

Выделим элемент объёма, заключённый между двумя неподвижными плоскостями, отстоящими друг от друга на dx . Справа в этот объём втекает $\rho(x)\omega(x)$ граммов через единицу поверхности, а слева вытекает $\rho(x+dx) \times \omega(x+dx)$. Разность этих потоков должна равняться изменению массы в данном объёме, приходящемуся на единицу поверхности. Это изменение массы равно $\frac{\partial \rho}{\partial t} \delta x$.

Здесь берётся частная производная по времени, потому что объём не связан с определёнными частицами, а заключён между неподвижными поверхностями x и $x+dx$.

Разлагая выражение $\rho\omega$ по степеням dx и ограничиваясь первым членом разложения, имеем снова:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \rho\omega = 0.$$

Определим теперь силу, действующую на вещество, заключённое в слое толщины δx . δx — расстояние между близкими частицами вещества. Сила, отнесённая к единице поверхности слоя, равна разности давлений с обеих сторон $-p(x+\delta x) + p(x)$. Разлагая эту разность в ряд до первых степеней δx включительно, имеем:

$$-p(x+\delta x) + p(x) = -\frac{\partial p}{\partial x} \delta x.$$

С помощью субстанциальной производной очень легко записать второй закон Ньютона для вещества, заключённого в слое δx .

Полная производная количества движения частиц, заключённых в слое δx , должна равняться силе, приложенной к слою:

$$\frac{d}{dt} \rho\omega \delta x = -\frac{\partial p}{\partial x} \delta x.$$

Но по закону сохранения массы $\frac{d}{dt} \rho \delta x = 0$, так что

$$\rho \frac{d\omega}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial x}.$$

Если ещё воспользоваться выражением субстанциальной производной через частные производные $\frac{d\omega}{dt} = \frac{\partial \omega}{\partial t} + \omega \frac{\partial \omega}{\partial x}$, то вместе с уравнением сохранения массы получится система

из двух дифференциальных уравнений в частных производных:

$$\rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + w \frac{\partial w}{\partial x} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (4,1)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + w \frac{\partial \rho}{\partial x} + \rho \frac{\partial w}{\partial x} = 0. \quad (4,2)$$

Эти уравнения называются уравнениями Эйлера. Уравнение (4.1) легко получить и другим путём, рассматривая поток количества движения. Уравнение (4.2) называется уравнением непрерывности.

Система (4,1) — (4,2) ещё не является полной, так как два уравнения связывают три функции w , p и ρ . Чтобы получить третье уравнение, надо сделать некоторые допущения о переносе энергии в веществе. Кроме потока энергии, переносимой вместе с веществом, и работы сил давления в сплошной среде, возможен, вообще говоря, ещё и перенос энергии теплопроводностью. Но мы допустим, что движение вещества идёт настолько быстро, что теплопроводностью можно пренебречь.

Если пренебречь теплообменом, то производная полной энергии (тепловой, химической и кинетической) данного элемента вещества будет равна

$$\frac{d \delta \varepsilon}{dt} = - p (x + \delta x) w (x + \delta x) + p (x) w (x).$$

Здесь $\delta \varepsilon$ — энергия элемента вещества, а выражение справа означает полную работу, производимую над этим элементом силами давления со стороны других элементов в единицу времени. Единственный способ передачи энергии, по предположению, состоит в совершении работы одним слоем над другим.

Величину $\delta \varepsilon$ запишем как $\rho \left(E + \frac{w^2}{2} + \beta Q \right) \delta x$, где β — концентрация вещества, способного реагировать химически, Q — энергия, выделяемая на единицу массы прореагировавшего вещества, так что $\rho \beta Q \delta x$ — запас химической энергии, могущей выделиться.

Выражение работы в правой части надо разложить в ряд и ограничиться членами, линейными в δx , так что получится $-\delta x \frac{\partial}{\partial x} (\rho w)$. Так как $\rho \delta x$ — величина постоян-

ная (это использовано при дифференцировании члена химической энергии), мы можем представить левую часть равенства, т. е. $\frac{d\delta\varepsilon}{dt}$, как

$$\delta x \frac{\partial}{\partial t} \rho \left(E + \frac{w^2}{2} \right) + \delta x w \frac{\partial}{\partial x} \rho \left(E + \frac{w^2}{2} \right) + \rho \left(E + \frac{w^2}{2} \right) \frac{d\delta x}{dt} + \rho \delta x Q \frac{d\beta}{dt}.$$

Пользуясь соотношением $\frac{d\delta x}{dt} = \delta w$, получим после сокращения на δx , перехода от $\frac{\delta w}{\delta x}$ к $\frac{\partial w}{\partial x}$, и простой перегруппировки к уравнению, выражающему закон сохранения энергии:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\rho \left(E + \frac{w^2}{2} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\rho w \left(E + \frac{p}{\rho} + \frac{w^2}{2} \right) \right] = -\rho Q \frac{d\beta}{dt}. \quad (4,3)$$

И это уравнение можно вывести методом потоков. Изменение энергии в слое, заключённом между неподвижными поверхностями, помимо выделяющейся химической энергии, происходит за счёт разности между втекающим и вытекающим потоками энергии*)

$$\rho w \left(E + \frac{p}{\rho} + \frac{w^2}{2} \right) = \rho w \left(H + \frac{w^2}{2} \right).$$

Для полноты системы уравнений к полученным уравнениям надо ещё присоединить уравнение химической кинетики

$$\frac{d\beta}{dt} = f(\beta, p, \rho). \quad (4,4)$$

Теперь система (4,1)–(4,4) является полной. Уравнение (4,3) имеет несколько громоздкий вид. Оно значительно упрощается, если в системе не происходят необратимые химические реакции, т. е. если $\frac{d\beta}{dt} = 0$. Тогда закон сохранения энергии можно будет записать следующим образом:

$$\rho \left(\frac{dE}{dt} + \frac{d}{dt} \frac{w^2}{2} \right) = -\frac{\partial}{\partial x} (\rho w).$$

*) См. (1,8).

Полную производную скорости надо выразить по второму закону Ньютона через производную $-\frac{\partial p}{\partial x}$. Далее, вместо дифференциала энергии можно написать его выражение $dE = T dS - p dv$. Пользуясь тем, что $v = \frac{1}{\rho}$ и группируя члены, получим после использования уравнения неразрывности (4,2) условие постоянства энтропии элемента вещества при движении

$$\frac{dS}{dt} = \frac{\partial S}{\partial t} + w \frac{\partial S}{\partial x} = 0. \quad (4,5)$$

Здесь энтропия считается известной функцией p и v .

Итак, (4,3) приводится просто к уравнению изэнтропы. В частном случае, когда энтропия постоянна по всему объёму в начальный момент, она останется постоянной всё время, потому что её начальное значение согласно (4,5) сохраняется при движении. Иначе говоря,

$$S(p, v) = \text{const}, \quad (4,6)$$

что для идеального газа приводится к виду

$$p\rho^{-k} = \text{const}. \quad (4,7)$$

Уравнение (4,7) дополняет, таким образом, систему (4,1) — (4,2).

В настоящей главе будет рассмотрен только последний случай, когда $\frac{dS}{dt} = 0$. Выделение тепла при химической реакции относится к теории детонации и горения.

Переменность энтропии может возникнуть и за счёт образования ударных волн, где, как мы знаем, энтропия всегда возрастает. Но ударные волны не описываются дифференциальными уравнениями газовой динамики, а получаются из интегральных соотношений.

Выражение $-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}$, стоящее в правой части (4.1), если поделить это уравнение на ρ , при постоянной энтропии можно записать как $-\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_S \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x}$, потому что в изэнтропическом процессе давление и объём связаны однозначной зависимостью. Но величина $\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_S$ со-

гласно (2,1) равна квадрату скорости распространения слабых возмущений в данной точке вещества. Эта величина иначе называется локальной скоростью звука. В следующем параграфе мы покажем из уравнений газовой динамики, что $\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_S$ есть квадрат локальной скорости звука.

§ 5. Характеристики

Придадим теперь системе (4,1) — (4,2) такой вид, чтобы получились снова два уравнения первого порядка, но содержащие под знаком производной по x и по t одну и ту же величину каждое. Заменяя $\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_S$ через c^2 , умножая (4,2) на неопределённый коэффициент n и складывая оба уравнения, получим:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + n \frac{\partial \rho}{\partial t} + (\omega + n\rho) \frac{\partial \omega}{\partial x} + \left(\frac{c^2}{\rho} + n\omega\right) \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0.$$

Чтобы привести уравнения к требуемой форме, надо иметь производные по x и по t в комбинации $\frac{\partial \omega}{\partial x} + n \frac{\partial \rho}{\partial x}$, $\frac{\partial \omega}{\partial t} + n \frac{\partial \rho}{\partial t}$, а для этого достаточно наложить на n условие

$$\frac{\frac{c^2}{\rho} + n\omega}{\omega + n\rho} = n,$$

откуда

$$n = \pm \frac{c}{\rho}, \quad (5,1)$$

Подставляя эти значения n в дифференциальные уравнения, приводим их к виду

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{c}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t} + (\omega + c) \left(\frac{\partial \omega}{\partial x} + \frac{c}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) &= 0, \\ \frac{\partial \omega}{\partial t} - \frac{c}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t} + (\omega - c) \left(\frac{\partial \omega}{\partial x} - \frac{c}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) &= 0. \end{aligned}$$

Введём теперь функцию

$$u \equiv \int \frac{c \, d\rho}{\rho}, \quad (5,2)$$

где величина u однозначно связана с давлением, потому что энтропия постоянна. С помощью величины u система уравнений газовой динамики приводится к весьма симметричной форме

$$\frac{\partial}{\partial t}(\omega + u) + (\omega + c) \frac{\partial}{\partial x}(\omega + u) = 0, \quad (5,3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\omega - u) + (\omega - c) \frac{\partial}{\partial x}(\omega - u) = 0. \quad (5,4)$$

Во многих случаях система (5,3) — (5,4) имеет значительные преимущества перед исходной системой (4,1) — (4,2). Она описывает распространение двух величин: величины $J_+ \equiv \omega + u$ с мгновенной скоростью $\omega + c$ и величины $J_- \equiv \omega - u$ со скоростью $\omega - c$. Скоростью распространения некоторой величины J_+ в пространстве мы называем скорость перемещения точки, в которой сохраняется заданное постоянное значение J_+ . Эта скорость определяется условием $\frac{dJ_+}{dt} = \frac{\partial J_+}{\partial t} + \frac{\partial J_+}{\partial x} \frac{dx}{dt} = 0$ или

$$\frac{dx}{dt} = - \frac{\frac{\partial J_+}{\partial t}}{\frac{\partial J_+}{\partial x}}.$$

Но если величина J_+ удовлетворяет уравнению (5,3), то отношение частных производных в правой части последнего равенства определяется как $-(\omega + c)$. Поэтому постоянное значение величины J_+ перемещается в пространстве со скоростью $\omega + c$:

$$\left(\frac{dx}{dt} \right)_{J_+} = \omega + c. \quad (5,5)$$

Совершенно аналогично для J_- имеем:

$$\left(\frac{dx}{dt} \right)_{J_-} = \omega - c. \quad (5,6)$$

Величины $\omega + c$ и $\omega - c$ очень просто истолковать как скорости распространения звука в движущемся веществе. Если вещество движется направо со скоростью ω , то $\omega + c$ означает скорость распространения звуковой волны,

бегущей по веществу тоже направо, измеренную покоящимся наблюдателем; соответственно $\omega - c$ относится к волне, бегущей налево.

Пусть в начальный момент времени задано распределение величин ω и c в пространстве: $\omega = \omega(0, x)$, $c = c(0, x)$. Так как u согласно (5,2) определяется величиной c с точностью до постоянного слагаемого, мы имеем по заданию и $u = u(0, x)$. Следовательно, можно построить две кривые: $J_+(0, x) = \omega(0, x) + u(0, x)$ и $J_-(0, x) = \omega(0, x) - u(0, x)$. Но из уравнений (5,5) и (5,6) видно, что по этим кривым непосредственно строятся и кривые $J_+(\tau, x)$, $J_-(\tau, x)$, где τ — малый промежуток времени. Для этого достаточно перенести каждую точку начальной кривой на соответствующую ей величину $(\omega \pm c)\tau$. Таким способом по значениям $\omega(0, x)$, $c(0, x)$ можно найти $\omega(\tau, x)$, $c(\tau, x)$, затем путём нового переноса значений $J_+(2\tau, x)$, $J_-(2\tau, x)$ и т. д.

Перенос производится особенно просто, когда скорость вещества очень мала по сравнению со скоростью звука: $\omega \ll c$. Тогда можно считать скорость распространения любой величины постоянной и равной c . Это оправдывает определение c как скорости звука, причём (5,3) даёт волну, бегущую направо, а (5,4) — волну, бегущую налево. Перенос любой величины можно производить на конечную длину ct .

Уравнения (5,3) — (5,4) представляют два семейства кривых в плоскости (x, t) , вдоль которых функции $J_+ = \omega + u$, $J_- = \omega - u$ сохраняют постоянное значение. Наклон такой кривой в каждой точке равен скорости распространения соответствующей данной кривой величины J_+ , J_- . Это — те кривые, которые мы назвали в § 2 характеристиками. Если характеристики прямолинейны, как это имеет место на фиг. 4 и 5, то отвечающие им состояния распространяются с постоянной скоростью $\omega \pm c$.

Пусть одна из функций, например J_- , является постоянной величиной, $J_- = \text{const}$. Покажем, что распространение переменной величины J_+ не окажет на J_- никакого влияния.

В самом деле, при $J_- = \text{const}$ уравнение (5,4) удовлетворяется тождественно; значит, если J_- было постоянно в начальный момент времени, оно и останется постоянным,

Далее, имеем $\omega = J_- + u$ и $\omega = J_+ - u$, так что (5,3) приводится к виду

$$\frac{\partial J_+}{\partial t} + \left(c + \frac{J_+ + J_-}{2} \right) \frac{\partial J_+}{\partial x} = 0.$$

Скорость звука c однозначно связана с величиной u , как это уже указывалось уравнением (5,2). Так как $u = \frac{1}{2}(J_+ - J_-)$, уравнение для J_+ можно записать так:

$$\frac{\partial J_+}{\partial t} + f(J_+) \frac{\partial J_+}{\partial x} = 0.$$

Смысл $f(J_+)$ очевиден: это есть $\omega + c$, выраженное через искомую переменную величину J_+ и заданную постоянную величину J_- . Из уравнения для J_+ следует, что некоторое значение J_+ распространяется со скоростью

$$\frac{dx}{dt} = f(J_+). \quad (5,7)$$

Мы получили уравнение характеристики. Это соотношение очень просто интегрируется:

$$x - f(J_+)t = \varphi(J_+). \quad (5,8)$$

Здесь φ — произвольная функция, определяемая из начальных условий.

Найдя эту функцию, можно решить уравнение (5,8) относительно J_+ и выразить тем самым зависимость J_+ от x и t . Отсюда в свою очередь могут быть вычислены ω и u (или давление) через x и t .

Итак, мы показали, что уравнения газовой динамики допускают решение в виде волны, бегущей только в одну сторону. Несмотря на нелинейность уравнений, волна, бегущая вправо, не возбуждает волны, бегущей влево, если только эта последняя не возбуждена вначале; в противном случае обе волны, конечно, влияют друг на друга, как это будет показано на примере графического построения функций J_+ , J_- (см. ниже фиг. 7).

Значения величин J_+ , J_- влияют на скорости распространения $\omega + c$ и $\omega - c$ и только уже через скорости — на самые функции p , ρ , ω , u , c ,

Перепишем систему (5,3) — (5,4) для идеального газа. Тогда для функции u получится следующее уравнение:

$$u = \int c \frac{d\rho}{\rho} = \int cd \ln \rho = \int cd \ln c^{\frac{2}{k-1}} = \frac{2}{k-1} c. \quad (5,9)$$

Константа интегрирования не существенна, потому что u входит в уравнения только под знаком производной. Для двухатомного газа $u = 5c$.

Благодаря тому, что соотношение между u и c теперь линейно, графическое построение J_+ , J_- производится сравнительно просто. При $k = 7/5$ имеем выражение скоростей распространения через J_+ , J_- : $\omega + c = 0,6J_+ + 0,4J_-$, $\omega - c = 0,4J_+ + 0,6J_-$. Таким образом, ω и c исключаются из системы (5,3) — (5,4).

Легко указать способ, которым можно вызвать в газе возмущение, бегущее только в одну сторону, например такое, когда J_- постоянно, а J_+ перемененно. Пусть вещество находится в гладкой трубе, закрытой с двух сторон поршнями. Тогда левый поршень расположен левее всего вещества. Следовательно, исходящее от него возмущение может распространяться только вправо со скоростью c относительно вещества. Это справедливо при любом перемещении левого поршня: слева направо или справа налево. Уравнение характеристики, исходящей от поршня, всегда имеет вид

$$\frac{dx}{dt} = \omega + c.$$

Как только что было показано, если J_- постоянна вначале, переменность J_+ не затронет J_- . Исходящие от левого поршня J_+ -характеристики не будут возбуждать J_- -характеристик. Аналогично, движение одного правого поршня будет возбуждать одни J_- -характеристики, оставляя повсюду $J_+ = \text{const}$.

Пусть теперь в газ помещён небольшой индикатор давления, имеющий форму пластинки, чувствительной только с одной стороны. Предположим для определённости, что движется только левый поршень и бегут только J_+ -волны, т. е. J_- всюду постоянно. Обратим индикатор в сторону левого поршня, чувствительной стороной параллельно фронту волны. В момент падения волны на

индикатор J_- -характеристики ещё не успеют возбудиться: значение J_+ на характеристике, подошедшей к индикатору непосредственно после отражения, будет таким же, как в момент отражения. Но так как на приёмнике скорость должна равняться нулю, приходим к равенству

$$J_+ = \omega + u(p) = u(p_1).$$

Здесь ω и p — скорость и давление перед отражением, p_1 — давление после отражения. Именно это давление и регистрирует индикатор. Если поставить его параллельно стенке, он покажет давление p , а если обратить его чувствительной стороной влево, то он не будет реагировать на приход волны и пока волна не обогнёт его, показание останется равным p_0 , т. е. начальному давлению.

В опыте с двумя поршнями предполагалось, что поршни не имеют мгновенных ускорений в сторону газа. Только при этом не будут получаться ударные волны непосредственно вблизи поршней и будет существовать область, в которой выполняются уравнения (5,3) — (5,4).

Мы показали, что если $J_- = 0$ вначале, то распространение J_+ -волны не изменяет J_- . Если бегут ударные волны, то системой (5,3) — (5,4) нельзя пользоваться: в ударной волне изменяется энтропия, а функции ω , c терпят разрыв. Поэтому если направо бежит ударная волна, то вывод о постоянстве J_- не имеет строгой силы.

В пределе, когда ударные волны имеют весьма малую амплитуду, все следствия изэнтропических уравнений должны выполняться с соответствующей точностью: например, энтропия изменяется только на величину третьего порядка малости относительно скачка давления. Но оказывается, что и в ударных волнах конечной, хотя и не слишком большой амплитуды тоже с большой точностью удовлетворяются соотношения, справедливые, строго говоря, только в акустическом приближении.

Эти соотношения, как мы знаем, таковы:

(1) $S = \text{const}$ (энтропия постоянна),

(2) $\Delta\omega = \frac{2}{k-1} \Delta c$ (согласно (5,9) это равносильно $J_- = \text{const}$). Второе условие можно получить, если применить формулу (2,2) к идеальным газам. В самом деле, при постоянной энтропии скорость звука c в идеальном

газе пропорциональна $\rho^{\frac{k-1}{2}}$, потому что давление при изэнтропическом процессе зависит от плотности по закону ρ^k , а скорость звука равна $\sqrt{k \frac{p}{\rho}}$. Но тогда, при малых изменениях ρ , $\frac{\Delta c}{c_0} = \frac{k-1}{2} \frac{\Delta \rho}{\rho_0}$, а $\omega = \frac{c_0}{\rho_0} \Delta \rho$.

Утверждения, высказанные в (1) и (2), имеют такой смысл. Представим себе плавное движение поршня, сжимающего газ. При плавном сжатии вблизи поршня образуется неударная волна сжатия, которая вследствие своей изэнтропичности будет строго удовлетворять уравнениям (5,3) — (5,4), а следовательно, и соотношениям (1) и (2).

Эта волна не будет генерировать встречной волны. Но согласно § 2 на некотором расстоянии от поршня плавная волна преобразуется в ударную волну вследствие схождения характеристик (см. фиг. 4). Тогда условия (1) и (2), строго говоря, потеряют силу, и получится некоторая встречная волна разрежения. Но мы утверждаем, что эта встречная волна будет очень слабой, т. е. что условия (1) и (2) хорошо выполняются и в ударной волне конечной амплитуды.

Это можно показать на численном примере. Пусть $p = 2,5p_0$ и $k = 7/5$ (двухатомный газ). Вычислим скорость газа по точной теории ударных волн, т. е. из адиабаты Гюгонио, и по соотношениям (1) и (2). Сначала будем вычислять точно.

Сжатие в волне вычисляется по формуле (3,3):

$$v = v_0 \frac{2,5 \cdot 0,4 + 2,4}{2,4 \cdot 2,5 + 0,4} = 0,532 v_0.$$

Отсюда легко найти скорость из уравнения (1,5):

$$\omega = \sqrt{1,5p_0 \cdot 0,468v_0} = 0,838 \sqrt{p_0 v_0}.$$

Проверим теперь, что скорость ω , вычисленная по соотношению (2), очень близко совпадает с точным значением, найденным по адиабате Гюгонио. (1) и (2) должны выполняться одновременно, так что скорость звука надо находить по изэнтропе:

$$\frac{c}{c_0} = \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{\frac{k-1}{2}} = \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{k-1}{2k}} = 2,5^{1/7} = 1,140.$$

Но так как исходная скорость звука выражается через объём и давление несжатого газа по формуле

$$c_0 = \sqrt{1,4p_0v_0} = 1,182 \sqrt{p_0v_0},$$

получаем скорость из соотношения (2)

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{2}{k-1} c_0 \left[\left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{k-1}{2k}} - 1 \right] = \\ &= 5 \cdot 1,182 \sqrt{p_0v_0} \cdot 0,140 = 0,827 \sqrt{p_0v_0}. \end{aligned}$$

Таким образом, скорость, вычисленная по приближённым формулам, гораздо ближе к своему истинному значению, чем можно было бы ожидать по амплитуде давления. Следовательно, и величина $J_- = \omega - 5c = \omega - u$, где u определяется по (5,9), действительно мало меняется в ударной волне с амплитудой давления $p = 2,5p_0$, что и составляет смысл приближений (1) и (2).

С меньшей точностью выполняется другое соотношение, выведенное нами в § 2 для слабых ударных волн:

$$D = \frac{c + c_0 + \omega}{2}.$$

Именно, точное значение $D = 1,789$, а приближённое $D = 1,679$, но и здесь относительная ошибка много меньше, чем $\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 = 0,38$.

Рассмотренное здесь приближение называется квазиакустическим*). Многие задачи очень просто решаются в этом приближении.

Рассмотрим, например, такую задачу. Пусть двухатомный газ при давлении p_0 отделён заслонкой от такого же газа равной температуры, но при давлении $p > p_0$. Требуется узнать, с какой скоростью будет двигаться газ на первоначальной границе раздела, если убрать заслонку.

В газе, где было меньшее давление, пойдёт ударная волна, где было большее давление — пойдёт волна разре-

*) Станюкович К. П., Теория неустановившихся движений газа, Изд. Бюро Новой Техники, М., 1948, стр. 82.

жения. Давление и скорость газа на границе раздела, конечно, должны выравняться.

Так как газ первоначально имел всюду одинаковую температуру, первоначальная скорость звука по обе стороны заслонки была одинакова. Назовём её c_0 . После того как заслонка будет убрана, скорость звука в газе, имевшем меньшее давление, увеличится и по условию (2) будет равна $c_1 = c_0 + \frac{k-1}{2} \omega$. Она и должна возрасти, потому что ударная волна нагревает газ. Там, где было большее давление, скорость звука станет равной $c_2 = c_0 - \frac{k-1}{2} \omega$.

Существенное упрощение расчёта получается потому, что мы заменили ударную волну плавной волной сжатия с той же скоростью и поэтому рассматриваем её симметрично с волной разрежения. Вспомним теперь, что в этом приближении оба газа совершают изэнтропический процесс, так что

$$p_0 c_0^{\frac{2k}{k-1}} = p_1 c_1^{\frac{2k}{k-1}}, \quad p_0 c_0^{\frac{2k}{k-1}} = p_2 c_2^{\frac{2k}{k-1}}.$$

Подставляя сюда выражения для c_1 и c_2 , имеем:

$$p_1 = p_0 \left(1 + \frac{k-1}{2} \frac{\omega}{c_0} \right)^{\frac{2k}{k-1}}, \quad p_2 = p_0 \left(1 - \frac{k-1}{2} \frac{\omega}{c_0} \right)^{\frac{2k}{k-1}}.$$

Формула для p_1 даёт давление газа на поршень, сжимающий его со скоростью ω , формула для p_2 — давление на поршень, разрежающий газ со скоростью ω .

В этом случае, как и вообще в газодинамике, давление на поршни зависит не от их положения, а от их скорости, по крайней мере, до тех пор, пока не вернулись к поршням волны, отражённые с противоположной стороны. (При статическом сжатии предполагается, что поршни движутся столь медленно, что отражённые волны можно считать вернувшимися мгновенно, и давление на поршень зависит только от его положения.)

Интересующая нас скорость получается, если потребовать, как уже указывалось, равенства давлений: $p_1 = p_2$.

Тогда, извлекая корень, получим:

$$1 - \frac{k-1}{2} \frac{\omega}{c_0} = \left(\frac{p_0}{p} \right)^{\frac{k-1}{2k}} \left(1 + \frac{k-1}{2} \frac{\omega}{c_0} \right).$$

Следовательно, ω определяется из простого линейного уравнения

$$\omega = 5c_0 \frac{1,14-1}{1,14+1} = 0,385 \sqrt{p_0 v_0},$$

где мы поставили цифры для случая $p = 2,5p_0$. Точное значение ω для этого случая есть $\omega = 0,386 \sqrt{p_0 v_0}$.

§ 6. Случай $k=3$

Если можно положить $k=3$, получается особенно простое построение, k близко к трём, как мы увидим дальше, для продуктов детонации конденсированных взрывчатых веществ. При $k=3$ имеем: $\frac{2}{k-1} = 1$, $u = c$ и неизвестные в системе (5,3) — (5,4) полностью разделяются:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\omega + c) + (\omega + c) \frac{\partial}{\partial x} (\omega + c) = 0, \quad (6,1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\omega - c) + (\omega - c) \frac{\partial}{\partial x} (\omega - c) = 0. \quad (6,2)$$

Эта система была впервые получена К. П. Станюковичем.

В этой системе распространение волны $J_+ = \omega + c$ происходит совершенно независимо от волны $J_- = \omega - c$, как бы эти волны ни выглядели.

Мы видим, что характеристика для величины $J_+ = \omega + c$ сама отвечает скорости распространения $\omega + c$. Но вдоль характеристики J_+ сохраняется, следовательно, любое заданное значение, J_+ перемещается с постоянной скоростью, которая в момент $t + dt$ такая же, как в момент t . Аналогично ведут себя величина J_- и скорость её распространения. Но при постоянной скорости перемещение пропорционально времени, поэтому, зная $\omega + c$ и $\omega - c$ в начальный момент, мы можем построить их в произвольный момент, смещая каждую точку исходных кривых $\omega + c$, $\omega - c$ пропорционально её ординате.

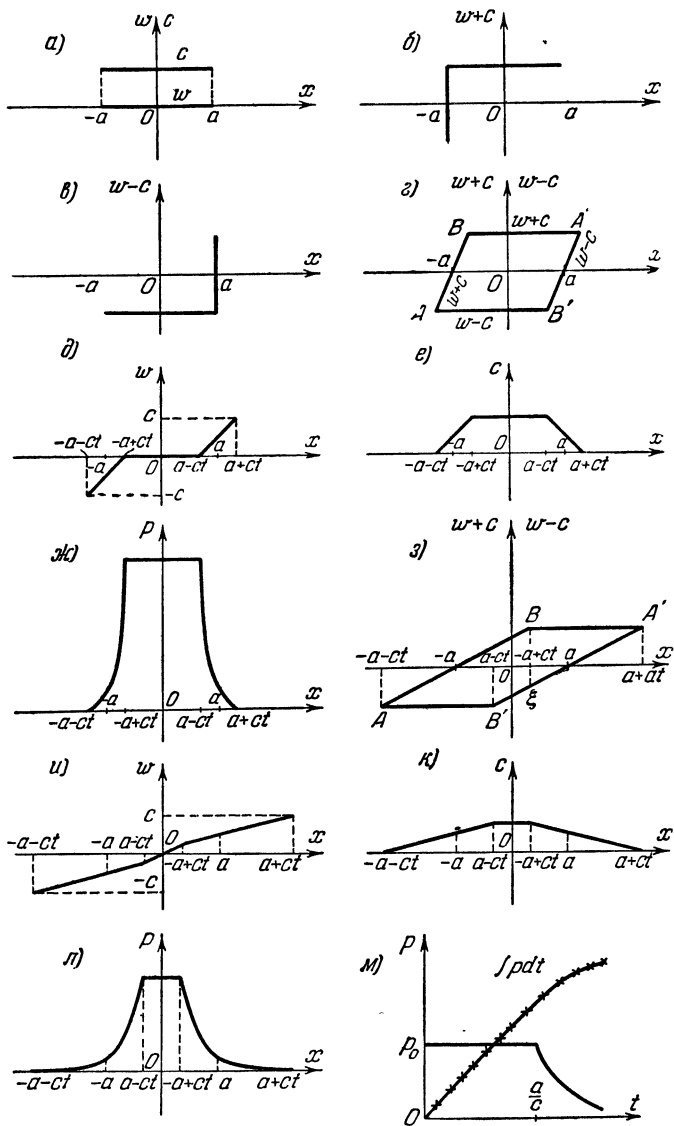
Заметим ещё, что в данном случае плотность ρ пропорциональна c ($c \sim \rho^{\frac{k-1}{2}}$), а давление пропорционально c^3 . Поэтому, зная распределение c , мы тем самым знаем и распределение давления.

Применим эти указания к решению следующей задачи. Пусть в начальный момент времени $t=0$ газ равномерной плотности ρ покоится на отрезке длиной $2a$. Поместим начало отсчёта x в середину отрезка. Тогда начальное распределение c , ω , $\omega+c$ и $\omega-c$ изобразится на фиг. 7 а, б и в. Мы воспользовались пропорциональностью c и ρ . Изображённое распределение давления можно получить, помещая сжатое вещество в длинную трубу и внезапно убирая заслонки с обеих сторон так, чтобы расширение происходило тоже по трубе, без разлёта в стороны. Можно также допустить, что мгновенно взорвалась и обратилась в газ равного объёма некоторая масса вещества, заключённого в трубу.

Мы замкнём $\omega+c$ и $\omega-c$ жирными линиями, такими же, какими изображены горизонтальные участки кривых. Тем самым будет устранена неопределённость, существующая в точках разрыва. Эта операция вполне естественна, так как всегда можно представить себе вертикальную линию как прямую очень большого наклона. Рассмотрим теперь распределение величин по прошествии времени t , меньшего, чем $\frac{a}{c}$. За такой промежуток времени возмущения, идущие по веществу от свободных краёв, не успеют встретиться. По доказанному, распределение $\omega+c$ и $\omega-c$ будет изображаться кривыми, абсциссы которых смещены по отношению к начальным кривым на величины $(\omega+c)t$ и $(\omega-c)t$ (фиг. 7, г). На этой фигуре $\omega+c$ представлено ломаной линией ABA' , а $\omega-c$ — ломаной линией $AB'A'$.

Распределение скоростей ω изобразится полусуммой ординат верхней и нижней половины параллелограмма, ABA' и $AB'A'$ (фиг. 7, д). Распределение величины c даётся разностью ординат (7, е). Так как давление пропорционально c^3 , его легко получить из фиг. 7, е пересчётом. Распределение давлений изображено на фиг. 7, ж.

Точке a , имеющей ординату $\frac{c}{2}$, отвечает давление,



Фиг. 7.

которое в восемь раз меньше, чем давление в невозмущённой области.

Между $a - ct$ и $a + ct$, а также между $-(a + ct)$ и $-(a - ct)$ находятся области волн разрежения. Между $a - ct$ и $-(a - ct)$ находится первоначальное вещество, до которого ещё не дошло возмущение, начавшееся с краёв.

Допустим теперь, что $t > \frac{a}{c}$. Распределение $\omega + c, \omega - c$ изображено на фиг. 7, з. В точках $-a + ct, a - ct$ распределение скорости будет иметь излом, а скорость будет отлична от нуля везде, кроме самой середины (фиг. 7, и). Распределение c , т. е. полуразности ординат ABA' и $AB'A'$, представлено на фиг. 7, к. Между $-a + ct$ и $a - ct$ снова получится горизонтальный участок ломаной, но теперь уже переменной во времени высоты. Заметим, что законность нашего построения при $t > \frac{a}{c}$ определена тем, что волны разрежения, бегущие справа и слева, теперь совершенно независимы согласно исходной системе (6,1) — (6,2).

Определим высоту горизонтального участка кривой c . Из подобия треугольников

$[(a, 0), (a + ct, 0), A'C]$ и $[(a, 0), (ct - a, 0), (ct - a, \xi)]$ на фиг. 7, з заключаем, что ордината точки $-a + ct$ равна $\xi = -\left(\frac{2a}{t} - c\right)$. Образуя полуразность ординаты точки B , т. е. c , и точки $-a + ct$, т. е. ξ , получаем значение скорости звука, равное $\frac{a}{t}$ на горизонтальном уча-

стке. Это справедливо только после момента $t = \frac{a}{c}$. Давление в этой области убывает при $t > \frac{a}{c}$ обратно пропорционально кубу времени. Распределение давления в пространстве изображено на фиг. 7, л.

Картина всё время остаётся симметричной относительно средней точки $x = 0$, в которой скорость равна нулю. Если поместить в этой точке абсолютно жёсткую стенку, то по обе стороны от неё движение вещества совершенно не изменится. Следовательно, наше рассмотрение полностью относится и к тому случаю, когда из трубы убрана только одна заслонка и расширение происходит в одну сторону: надо рассматривать половины всех фигур 7, а — л.

На фиг. 7, *м* показано давление на стенку как функция времени. До момента $t = \frac{a}{c}$ давление постоянно, а потом падает, как $\left(\frac{a}{ct}\right)^3$. Импульс, переданный стенке, равен $\int_0^t p dt$, т. е. сначала он растёт пропорционально времени, а потом только как $p_0 \left[\frac{3a}{2c} - \frac{1}{2t^2} \left(\frac{a}{c}\right)^3 \right]$ (кривая с крестиками на фиг. 7, *м*). Полный переданный импульс, таким образом, равен $\frac{3ap_0}{2c}$. За то время, пока давление было постоянно, передаётся импульс $\frac{ap_0}{c}$, т. е. две трети всего переданного импульса.

Изложенный метод применим безусловно ко всем задачам о расширении в пустоту первоначально сжатого вещества с $k=3$. Но есть и такие начальные распределения, когда могут возникнуть трудности. Покажем это на следующем примере.

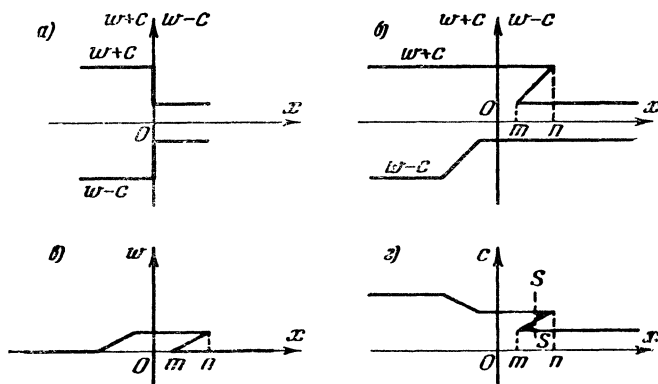
Пусть заслонка в длинной трубе разделяет вещество с $k=3$, сжатое до разной степени плотности, так что слева от заслонки плотность выше, чем справа от неё. На фиг. 8, *а* показано соответствующее начальное распределение $\omega + c$ и $\omega - c$. Так как скорость в начальный момент равна нулю, распределение c совпадает с верхней кривой фиг. 8, *а*.

Фиг. 8, *б* отвечает более позднему моменту t . Из неё однозначно определяются все состояния левее точки m и правее точки n . c и ω между этими точками оказываются трёхзначными функциями координаты (фиг. 8, *в* и *г*).

Этот результат, конечно, не имеет физического смысла и указывает на то, что между точками m и n нельзя пользоваться уравнениями газовой динамики. На самом деле показанный на фиг. 8, *а* скачок плотности и давления распространяется как совокупность ударной волны в области меньшего давления и волны разрежения в области большего давления*). Это обычно имеет место, если задан разрыв в начальных условиях.

*) Зельдович Я. Б., Теория ударных волн и введение в газодинамику, Изд. Академии наук СССР, 1946, § 12, стр. 109.

Положение ударной волны между m и n при не очень большой амплитуде разрыва можно определить из условия сохранения вещества. Надо учесть то обстоятельство, что плотность ρ пропорциональна c и что мерой массы вещества является просто площадь кривой на фиг. 8, г. Поэтому, если провести сечение $s-s$ так, чтобы заштри-



Фиг 8.

хованные треугольники были равны, закон сохранения массы будет выполнен, если фронт ударной волны проходит по $s-s$. При этом существенно, чтобы ударная волна была слабой, потому что в сильной волне изменяется энтропия и конечное состояние не удовлетворяет тому же соотношению $p = A\rho^3$, что и начальное (например, закон пропорциональности может иметь различные коэффициенты A по обе стороны разрыва). При большом изменении энтропии в ударной волне нельзя считать площадь кривой мерой массы вещества.

Таким образом, уравнения газовой динамики сами указывают на необходимость возникновения ударных волн. Поэтому ударные волны были раньше предсказаны и изучены теоретически, чем обнаружены экспериментально *).

*) Зельдович Я. Б., Теория ударных волн и введение в газодинамику, Изд. Академии наук СССР, 1946, § 10, стр. 73.

§ 7. Центральнo-симметричная задача

Получим теперь уравнения газовой динамики для центрально-симметричного движения. В этом случае скорость будет иметь только радиальную компоненту $w_r = w(r, t)$, другие величины зависят тоже только от r и t .

Выведем уравнение сохранения для массы, заключённой в бесконечно малом объёме между двумя концентрическими сферами радиусов r и $r + \delta r$, внутри конуса с вершиной в начале координат, вырезающего телесный угол $d\Omega$. Заметим, что толщина слоя, связанного с одними и теми же частицами, δr — величина переменная, а элемент телесного угла благодаря радиальности движения не меняется. Это отражено в различных символах бесконечно малых величин — δ и d . Масса, находящаяся в выбранном объёме, равна $\rho r^2 \delta r d\Omega$. Итак,

$$\frac{d}{dt} (\rho r^2 \delta r d\Omega) = 0.$$

Раскрывая субстанциальную производную, получим:

$$\delta r \left(r^2 \frac{\partial \rho}{\partial t} + w \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho) \right) + \rho r^2 \frac{d \delta r}{dt} = 0.$$

Но $\frac{d \delta r}{dt} = \delta \frac{dr}{dt} = \delta w$, поэтому после деления на δr приходим к уравнению сохранения вещества для центрально-симметричного движения (вместо $\frac{\delta w}{\delta r}$ пишем $\frac{\partial w}{\partial r}$)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho w) = 0. \quad (7,1)$$

Количество движения, заключённого в этом объёме, равно $\rho r^2 \delta r d\Omega w$. Полная производная по времени от этой величины равна равнодействующей сил давления на вещество в объёме. Легко видеть, что эта производная должна равняться $-r^2 \delta r d\Omega \frac{\partial p}{\partial r}$, т. е. величине объёма, умноженной на градиент давления, взятый с обратным знаком.

На фиг. 9 показаны некоторые составляющие равнодействующей силы, приложенной к объёму. На часть

вается весьма существенным. Например, если снова ввести u по формуле (5,2) и разделить производные от $\omega + c$ и $\omega - c$, то вместо уравнений (5,3) и (5,4) тем же способом получится другая система:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\omega + u) + (\omega + c) \frac{\partial}{\partial r}(\omega + u) + \frac{2\omega c}{r} = 0, \quad (7,4)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\omega - u) + (\omega - c) \frac{\partial}{\partial r}(\omega - u) - \frac{2\omega c}{r} = 0. \quad (7,5)$$

Характеристики можно определить, как и раньше, уравнениями

$$\frac{dr}{dt} = \omega \pm c, \quad (7,6)$$

но их уже нельзя трактовать как линии, по которым распространяются постоянные значения $\omega \pm u$, потому что отношения частных производных $\omega \pm u$ теперь уже не равны $\omega \pm c$.

Но характеристики сохраняют обобщённый смысл, который можно усмотреть из выражения полной производной $\omega \pm u$ по времени, взятой вдоль соответствующей характеристики:

$$\frac{d}{dt}(\omega \pm u) = \frac{\partial}{\partial t}(\omega \pm u) + \frac{dr}{dt} \cdot \frac{\partial}{\partial r}(\omega \pm u).$$

Если подставить сюда $\frac{dr}{dt}$ из определения характеристики (7,6) и воспользоваться (7,4) — (7,5), получится:

$$\frac{d}{dt}(\omega \pm u) = \mp \frac{2\omega c}{r}. \quad (7,7)$$

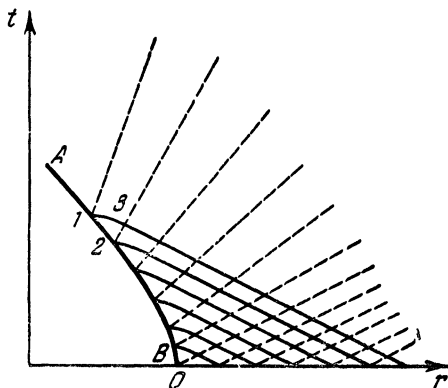
Это значит, что изменения всех величин вдоль характеристик определяются только самими этими величинами на характеристиках, но не производными от величин.

Покажем смысл этого утверждения на примере следующего графического построения.

Пусть, например, заданы ω и c из некоторой кривой AB в плоскости r, t (фиг. 10). В каждой точке этой кривой можно построить начальные бесконечно малые отрезки характеристик. Одно семейство показано сплошными линиями, а другое — пунктиром. Если кривые обоих семейств проведены достаточно густо, они пересекутся

в первый раз весьма близко от начальной кривой AB и их отрезки можно будет считать прямыми. Для каких-нибудь точек 1 и 3 и 2 и 3 легко найти соответствующие приращения $dt_{3,1}$ и $dt_{3,2}$ непосредственно из чертежа. По этим приращениям времени определяются приращения $\omega + u$ и $\omega - u$ вдоль характеристик: $d(\omega + u) = -\frac{2\omega_1 c_1}{r_1} dt_{3,1}$ и $d(\omega - u) = \frac{2\omega_2 c_2}{r_2} dt_{3,2}$.

По этим двум линейным уравнениям находятся $d\omega$ и du в точке 3 и аналогично во всём ряду точек, ближайших к AB . По (5,9) можно найти c во всех этих



Фиг. 10.

точках и путём такой же операции перейти к следующему ряду точек пересечения. Так, шаг за шагом определяются и состояния в точках, весьма удалённых от исходной кривой.

Если в какую-нибудь точку r в момент t ни одна характеристика ещё не дошла, то можно утверждать, что на эту точку ещё никак не повлияло исходное возмущение. В сферическом случае нельзя просто говорить, что состояния распространяются по характеристикам, потому что вдоль характеристик величины меняются. Но, имея сетку характеристик, только по их расположению и наклону можно узнать изменения величин вдоль них. В этом смысле и следует понимать распространение «вдоль характеристик» в сферическом случае.

Рассмотрим теперь простые примеры. Пусть прежде всего $\omega \ll c$, что, как известно, соответствует акустическому приближению. Тогда в уравнении (7,6) можно положить:

$$\frac{dr}{dt} \approx \pm c \approx \pm c_0,$$

так как отклонение c от c_0 , т. е. различие скорости звука в возмущённом и невозмущённом веществе, одного порядка с ω . В этом приближении оба семейства характеристик следует считать прямолинейными и писать их уравнения в виде $r = r_0 + c_0 t$. Иными словами, состояния *распространяются* с постоянной скоростью вдоль прямолинейных характеристик постоянного наклона.

Мы указывали, что это *распространение* в сферическом случае имеет несколько условный характер, так как величины изменяются вдоль характеристик.

Перепишем уравнения (7,4) — (7,5) в акустическом приближении:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\omega + u) + c_0 \frac{\partial}{\partial r} (\omega + u) + \frac{2\omega c_0}{r} = 0, \quad (7,8)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\omega - u) - c_0 \frac{\partial}{\partial r} (\omega - u) - \frac{2\omega c_0}{r} = 0. \quad (7,9)$$

Складывая их, получим:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = -c_0 \frac{\partial u}{\partial r}. \quad (7,10)$$

Последнее равенство непосредственно следует и из уравнений Эйлера (7,2), если подставить в них вместо производной $\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r}$ приближённое выражение $c_0 \frac{\partial u}{\partial r}$ (см. (5,2)) и пренебречь квадратичным членом $\omega \frac{\partial \omega}{\partial r}$.

Будем искать решение системы (7,8) — (7,9) в таком виде:

$$u = \frac{1}{r} \dot{f} \left(t - \frac{r}{c_0} \right), \quad (7,11)$$

где точка означает производную по времени, которая для аргумента $t - \frac{r}{c_0}$ совпадает с производной от функции f

по её аргументу. С помощью (7,10) отсюда находим:

$$\omega = \frac{c_0}{r^2} \dot{f} + \frac{1}{r} \ddot{f}. \quad (7,12)$$

Подставляя выражения (7,11) и (7,12) в исходную систему (7,8) — (7,9), легко убедиться, что все уравнения удовлетворяются. Функции f и \dot{f} постоянны вдоль характеристик первого семейства $r = r_0 + c_0 t$, так что изменение u и ω определяется факторами $\frac{1}{r}$ и $\frac{1}{r^2}$.

Второе решение системы отличается от первого знаком в аргументе произвольной функции:

$$u = \frac{1}{r} \dot{g} \left(t + \frac{r}{c_0} \right), \quad (7,13)$$

$$\omega = -\frac{c_0}{r^2} \dot{g} \left(t + \frac{r}{c_0} \right) + \frac{1}{r} \ddot{g} \left(t + \frac{r}{c_0} \right). \quad (7,14)$$

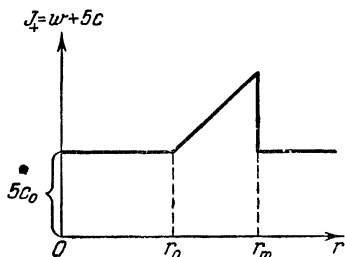
Если даны начальные распределения величин $u(0, r)$ и $\omega(0, r)$ в пространстве, то мы можем узнать функции f и g , полагая в них $t=0$ и составляя линейные комбинации решений (7,11), (7,12), (7,13) и (7,14). Решая получившиеся уравнения относительно f и g и затем возвращаясь к аргументам $t \mp \frac{r}{c_0}$, мы получим искомое решение системы. Иногда надо учитывать краевые условия; например, на твёрдой стенке скорость газа ω должна равняться нулю при всех значениях r, t .

Покажем теперь, как применять в акустическом приближении метод характеристик.

Рассмотрим расходящуюся сферическую волну малой амплитуды в воздухе. В этом случае, как мы знаем, $u = 5c$. Малость амплитуды гарантирует нам выполнение неравенства $\omega \ll c$ и постоянство наклона характеристик. Если в начальный момент присутствует только расходящаяся волна, то условие отсутствия сходящейся волны выглядит так: $J_- = \omega - 5c = -5c_0$, откуда получаем начальное распределение J_+ в пространстве: $J_+ = \omega + 5c = y(r)$. Допустим, что $y(r)$ — линейная функция r , как показано на фиг. 11.

При $r < r_0$, $J_+ = 5c_0$, при $r_m \geq r \geq r_1$, $J_+ = A(r - r_0) + 5c_0$, при $r > r_m$, $J_+ = 5c_0$. Максимальное значение $A(r_m - r_1)$

всё ещё гораздо меньше c_0 . За не очень большие промежутки времени сходящаяся волна не успеет возбудиться, и мы положим, что $J_- = -5c_0$ в течение всего времени. Но тогда скорость равна $\omega = \frac{J_+ - 5c_0}{2}$. Это выражение для скорости надо подставить в уравнение (7,7) для изменения



Фиг. 11.

J_+ вдоль характеристик. Если заменить в этом уравнении dt на $\frac{dr}{c_0}$ согласно (7,6) и основному неравенству акустического приближения, то (7,7) переписется так:

$$\frac{dJ_+}{dr} = -\frac{2\omega}{r}.$$

Подставляя значение $J_+ = 2\omega + 5c_0$ в последнее уравнение, получим:

$$\omega = \frac{F}{2r},$$

$$c = c_0 - \frac{F}{10r}.$$

Здесь F — постоянная для каждой характеристики величина.

Эту величину определяем из начальных условий. Пусть данная характеристика вышла в момент $t=0$ из точки $r = r_0 + r_1$. В этой точке $\omega = \frac{Ar_1}{2}$, откуда $F = Ar_1(r_0 + r_1)$. То же значение F получится и из рассмотрения c . Итак,

$$\omega = \frac{Ar_1(r_0 + r_1)}{2r},$$

$$c = c_0 - \frac{Ar_1(r_0 + r_1)}{10r},$$

Но уравнение характеристики первого семейства, вышедшей из точки $r = r_0 + r_1$, есть

$$r = r_0 + r_1 + ct.$$

Исключая отсюда r_1 , получим поле ω и c в зависимости от координат и времени:

$$\omega = \frac{A(r - r_0 - c_0 t)(r - c_0 t)}{2r},$$

$$c = c_0 - \frac{A(r - r_0 - c_0 t)(r - c_0 t)}{10r}.$$

Эти выражения справедливы только для значений r , меньших, чем $r_m + c_0 t$, потому что дальше волна ещё не успела распространиться. Из выражения для c видно, что позади волны образуется зона разрежения. Действительно, если взять, например, $r = r_0$, то при $t > \frac{r_0}{c_0}$ добавка к c_0 станет отрицательной. Плоская акустическая волна не обладает таким свойством и распространяется не деформируясь.

Рассмотрим теперь распространение весьма сильной сферической волны в газе.

Предположим, что в некоторой небольшой области в газе выделилась, например, в результате взрыва очень большая энергия E . Эта энергия распределится в сферической волне сжатия, которая будет распространяться от места взрыва. Если выделившаяся энергия достаточно велика, то в течение известного промежутка времени начальная тепловая энергия, заключавшаяся в газе до сжатия, будет пренебрежимо мала по сравнению с энергией, приносимой волной. Начальным давлением газа тоже можно пренебречь, потому что давление пропорционально плотности энергии.

Тогда, как мы видели в § 3, сжатие на фронте ударной волны стремится к постоянному пределу. В двухатомном газе, в частности в воздухе, сжатие в очень сильной ударной волне шестикратно. Иными словами, плотность во фронте ударной волны будет находиться в постоянном отношении к плотности несжатого вещества. Волна будет определяться двумя параметрами: начальной энергией E и начальной плотностью ρ_0 .

Сопоставим между собой две волны: одну, отвечающую начальной энергии E и начальной плотности ρ_0 , и другую с энергией $a^{-1}E$ и начальной плотностью $b^{-1}\rho_0$. Оказывается, что если надлежащим образом изменить масштаб координаты и времени для второй волны, распределение всех величин в пространстве и во времени в обеих волнах будет совершенно одинаково.

Чтобы убедиться в этом, рассмотрим сначала выражение полной энергии волны, которая при распространении сохраняется:

$$E = \int_0^{r_0} \left(\rho \frac{w^2}{2} + \frac{p}{k-1} \right) dV. \quad (7,15)$$

Здесь первое слагаемое под интегралом есть плотность кинетической энергии, а второе слагаемое — плотность тепловой энергии (см. (3,1)), r_0 — радиус волны. Подставим в (7,15) $E = aE'$, $\rho_0 = b\rho'_0$ и определим такое изменение масштабов длины и времени $r = ar'$, $t = \beta t'$, при котором уравнение (7,15), записанное через штрихованные величины, будет иметь такой же вид, как и записанное через старые величины. Заметим прежде всего, что соотношение между плотностью кинетической и тепловой энергии должно остаться прежним в любой точке пространства и для каждого момента времени. Так как плотность кинетической энергии получит сомножитель $\frac{ba^2}{\beta^2}$, то и давление должно получить тот же сомножитель. Элемент объёма dV умножится на a^3 . Отсюда имеем условие, связывающее a , b , α и β :

$$a = \frac{b\alpha^5}{\beta^2}.$$

Поэтому, если взять все величины для некоторого момента t в точке r , то они будут одинаковы для обеих волн, если только для них одинаково отношение

$$\zeta = r \left(\frac{\rho_0}{Et^2} \right)^{1/5}. \quad (7,16)$$

Следовательно, любая физическая величина может зависеть от E и ρ_0 только в комбинации, входящей в величину ζ , и не может зависеть от E и ρ_0 как-либо иначе,

Такое движение газа называется автомодельным, т. е. самоподобным.

Мы покажем, что удобно искать скорость, плотность и давление в следующем виде:

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{4}{5(k+1)} \frac{r}{t} W(\zeta); & \rho &= \frac{k+1}{k-1} \rho_0 P(\zeta), \\ p &= \frac{8\rho_0}{25(k+1)} \frac{r^2}{t^2} \Pi(\zeta). \end{aligned} \quad (7,17)$$

Эти выражения содержат E и ρ_0 только через ζ . Положение фронта ударной волны определяется некоторым постоянным значением $\zeta = \zeta_0$. Способ вычисления постоянной величины ζ_0 будет указан ниже. Найдём теперь, какие значения принимают функции W , P и Π при $\zeta = \zeta_0$. Непосредственно видно, что $P(\zeta_0)$ равно единице, потому что плотность на фронте ударной волны в $\frac{k+1}{k-1}$ раз больше, чем ρ_0 . Далее, согласно (3,6) имеем соотношение между $W(\zeta_0)$ и $\Pi(\zeta_0)$:

$$[W(\zeta_0)]^2 = \Pi(\zeta_0).$$

Покажем теперь, что $\Pi(\zeta_0) = 1$.

Радиус ударной волны, выраженный через ζ_0 , равен

$$r_0 = \zeta_0 \left(\frac{Et^2}{\rho_0} \right)^{1/5},$$

откуда находим скорость ударной волны:

$$D = \frac{dr_0}{dt} = \frac{2}{5} \zeta_0 \left(\frac{E}{\rho_0} \right)^{1/5} t^{-3/5} = \frac{2}{5} \frac{r_0}{t}. \quad (7,18)$$

Следовательно, скорость волны убывает со временем как $t^{-3/5}$. Для сильной ударной волны имеем согласно (3,5) и (3,6) соотношение

$$\omega_0 = \frac{2}{k+1} D = \frac{4}{5(k+1)} \frac{r_0}{t},$$

где индекс 0 означает, что ω берётся на фронте, т. е. $\omega_0 = \frac{4}{5(k+1)} \frac{r_0}{t} W(\zeta_0)$. Сокращая на $\frac{4r_0}{5(k+1)t}$, получаем отсюда:

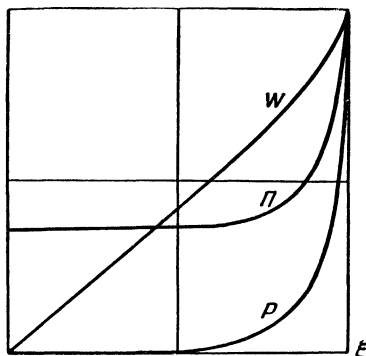
$$W(\zeta_0) = 1, \quad \Pi(\zeta_0) = 1.$$

Таким образом, найдены начальные условия, которым удовлетворяют функции W , P и Π .

Полная система уравнений поставленной задачи состоит из (7,1), (7,2) и условия постоянства энтропии в расширяющемся газе, т. е. (4,5). Энтропию надо взять в виде $S = \ln \frac{P}{\rho^k}$ ($\frac{P}{\rho^k} = \text{const}$ есть уравнение изэнтропы). Если подставить в эту систему выражения (7,17), то получится три обыкновенных дифференциальных уравнения для неизвестных функций W , P , Π . Выписывать эту систему обыкновенных уравнений мы не будем. Отметим только то весьма важное обстоятельство, что эта система приводится к виду, содержащему ζ только через отношение $\frac{d\zeta}{\zeta}$. Это отношение можно записать и в виде $d \left(\ln \frac{\zeta}{\zeta_0} \right)$ и считать, что вместо ζ в уравнение входит величина

$$\xi \equiv \frac{\zeta}{\zeta_0}.$$

Но тогда начальные условия для функций W , P и Π будут относиться к точке $\xi=1$. Следовательно, система уравнений и начальные условия для всех величин будут



Фиг. 12.

содержать только отвлечённые числа, не зависящие ни от чего, кроме природы газа, т. е. числа k . Эти уравнения при данных начальных условиях могут быть проинтегрированы раз и навсегда для всех достаточно сильных сфе-

рических волн. Если подставить решение в выражение полной энергии (7,15) и произвести интегрирование, то определится и постоянная ζ_0 . Для двухатомного газа, т. е. $k=7/5$, она равна 1,033. На фиг. 12 приведены графики функций $W(\xi)$, $P(\xi)$ и $\Pi(\xi)$ в зависимости от величины отношения $\xi = \frac{\zeta}{\zeta_0} = \frac{r}{r_0} \left(k = \frac{7}{5} \right)$. Все функции отнесены к их значениям на фронте волны и положено $\zeta_0 = 1$. Любопытно, что давление в центре составляет конечную часть от давления на фронте волны, тогда как плотность в центре обращается в нуль. Следовательно, в центре температура весьма высока (формально—обращается в бесконечность). Сильная концентрация плотности к краю, т. е. к фронту ударной волны, связана с тем обстоятельством, что вещество, до сжатия равномерно заполнявшее область, занимаемую волной, сжимается на фронте шестикратно и поэтому должно собираться вблизи фронта.

Излагаемое здесь решение было найдено Л. И. Седовым*).

*) С е д о в Л. И., Методы подобия и размерности в механике, Гостехиздат М., 1954; Л а н д а у Л. Д. и Л и ф ш и ц Е. М., Механика сплошных сред, Гостехиздат, М., 1953.

ГЛАВА ВТОРАЯ

РЕЖИМЫ ДЕТОНАЦИИ И ГОРЕНИЯ БЕЗ ПОТЕРЬ

§ 8. Детонационные волны

Известно, что во взрывчатых газовых смесях, например в *гремучей смеси* водорода и кислорода или в смеси водорода с хлором, могут распространяться волны химической реакции. Их наблюдают, вызывая реакции в длинных трубках.

Здесь возможны два существенно различных режима распространения реакции. Если реакция вызвана небольшим местным нагреванием или слабой электрической искрой, то наблюдается режим медленного горения. Он имеет стационарный характер и распространяется от открытого конца трубки. Так как скорость медленного горения составляет 1—2 м в секунду, все изменения давления, связанные с нагреванием, сильно опережают фронт пламени (они распространяются со скоростью звука) и выравниваются с окружающим давлением через открытый конец трубки. В трубке с закрытыми концами давление должно нарастать при распространении пламени, и поэтому не может быть стационарного режима. В этом случае давление хотя и растёт по мере горения, но в каждый данный момент почти одинаково в различных местах сосуда.

Если же реакция вызвана в одном конце трубки взрывом какого-либо заряда взрывчатого вещества, то наблюдается существенно иной режим распространения, характеризующийся очень большой скоростью (2—3 км в секунду) в газах и связанный с очень большим местным повышением давления.

Это явление весьма быстрого распространения взрывной химической реакции носит название детонации.

Детонация возникает также самопроизвольно при распространении пламени в весьма длинных трубках (см. § 16).

В газе, находящемся впереди фронта реакции, не происходит возмущения до тех пор, пока волна не дойдёт до него, так как распространение происходит быстрее звука.

Детонация дробит стенки сосуда, в котором она распространяется. Для распространения детонации безразлично, идёт ли она к закрытому или к открытому концу трубки: при сверхзвуковой скорости не имеет значения то, что находится впереди волны.

Детонация может распространяться не только в газах, но и в конденсированных телах, где скорость её достигает 8 км/сек. Более сложный вопрос о детонации твёрдых и жидких взрывчатых веществ (ВВ) будет рассмотрен в §§ 17 и 18, а здесь мы займёмся только детонацией газов.

Опыт показывает, что скорость детонации определённой газовой смеси в достаточно широкой гладкой трубке совсем не зависит от диаметра трубки и практически не зависит от начального давления и начальной температуры смеси при всех тех температурах, когда ещё можно осуществить детонационный режим, если только скорость реакции в начальном состоянии была исчезающе мала.

Скорость детонации в широких гладких трубках зависит только от теплоты реакции и от состава смеси.

Объяснение явления детонации заключается в следующем. Фронт детонационной волны представляет собой сильную ударную волну, которая нагревает газ до весьма высокой температуры. При такой температуре химическая реакция протекает бурно, выделяя со взрывом теплоту в некоторой зоне за фронтом. Позади этой зоны находятся постепенно расширяющиеся продукты реакции.

Энергия химической реакции идёт на поддержание ударной волны: мы видели, что энергия ударной волны непрерывно расходуется на необратимое нагревание сжимаемого вещества. Поэтому стационарная ударная волна не может существовать без внешнего источника энергии. До сих пор мы предполагали, что таким внешним источником является поршень, толкающий газ. В детонацион-

ной волне энергия выделяется при химическом превращении. Кроме поддержания волны, эта энергия идёт и на нагревание продуктов реакции.

До сих пор, рассматривая ударные волны, мы считали их скорости, или, что то же самое, их амплитуды, постоянными. Но если ударная волна была вызвана определённым конечным импульсом, её можно считать стационарной только на достаточно малом отрезке пути, на котором кинетическая энергия вещества не успевает заметным образом израсходоваться на необратимое нагревание. Чтобы избежать рассмотрения нестационарности волны за конечные промежутки времени, мы и рассматривали *поршни*.

Но скорость поршня произвольна, поэтому мы и считали, что ударная волна определяется одним параметром, который можно задавать свободно. Таким параметром мог являться скачок давления или скорость волны. В отличие от ударной волны в каждой данной смеси возможен только один определённый режим распространения детонации. Детонация может распространяться на сколь угодно длинном пути с постоянной скоростью и постоянным давлением в волне, так как энергия химической реакции заключена в среде и только освобождается детонацией.

В настоящем параграфе мы исследуем тот режим, который устанавливается при распространении детонации в газах.

Покажем прежде всего, что при скорости детонационной волны 2—3 км/сек температура во фронте ударной волны повышается достаточно, чтобы вызвать взрывное протекание реакции.

Ширина фронта сильной ударной волны не превышает длины одного свободного пробега *). Но осуществление химической реакции требует очень большого числа столкновений, потому что весьма небольшая часть столкновений оказывается химически эффективной. Поэтому зона реакции гораздо шире фронта ударной волны, поджигающей газ, и можно чётко разграничить области, где газ уже сжат, но ещё не начал реагировать и где реакция в основном уже протекла.

*) Зельдович Я. Б., Теория ударных волн и введение в газодинамику, Изд. Академии наук СССР, 1946.

В соответствии с этим проведём три контрольные поверхности: одну впереди фронта, где находится невозмущённое вещество, другую непосредственно за фронтом, где вещество уже сжато, но реакция ещё не началась, и третью там, где реакция уже закончилась.

Обозначим все величины, относящиеся к этим поверхностям, соответственно индексами 0, 1, 2. Тогда, полагая сначала скорость детонации D заданной, можно определить состояние I по состоянию 0.

Считая теплоёмкость смеси приближённо постоянной и не зависящей от температуры смеси, мы запишем энтальпию начального состояния как

$$H_0 = \frac{k}{k-1} p_0 v_0 + Q = c_p T + Q,$$

где Q — химическая энергия.

Энтальпия непосредственно за фронтом, где реакция ещё не началась, пишется так:

$$H = \frac{k}{k-1} p_1 v_1 + Q = c_p T_1 + Q.$$

В выражении разности энтальпий Q , разумеется, сократится, и мы получим известное из теории ударных волн уравнение (см. (1,11))

$$\Delta H = c_p \Delta T = \frac{(v_1 + v_0)(p_1 - p_0)}{2}.$$

В сильной ударной волне объём сжатого газа находится, как мы знаем, в определённом отношении к объёму несжатого газа:

$$v_1 = \frac{k-1}{k+1} v_0.$$

Наконец, скорость ударной волны выражается формулой

$$D^2 = v_0^2 \frac{p_1 - p_0}{v_0 - v_1}.$$

Выражая отсюда $p_1 - p_0$ и подставляя в выражение для ΔH , имеем:

$$c_p \Delta T = \frac{D^2}{2} \left[1 - \left(\frac{v_1}{v_0} \right)^2 \right] = \frac{D^2}{2} \left[1 - \left(\frac{k-1}{k+1} \right)^2 \right].$$

Возьмём для примера детонацию гремучей смеси $2\text{H}_2 + \text{O}_2$, идущую со скоростью $D = 2800$ м/сек. Молярная теплоёмкость водорода c_v между 400 и 2000°K почти постоянна и не намного больше $\frac{5}{2}R$. Это связано с тем, что молекула водорода имеет очень большой колебательный квант и при 2000°K ещё близка к твёрдому ротатору: её колебания не возбуждены. Кислород при 2000°K имеет молярную теплоёмкость около $3,25R$. Мы примем в среднем для смеси $c_v = 3R$, $c_p = 4R$ на моль. Средний молекулярный вес смеси $2\text{H}_2 + \text{O}_2$ равен $\frac{2 \cdot 2 + 32}{3} = 12$, а R в механических единицах равно $8,3 \cdot 10^7$ эрг/град. Принимая эти числа, мы получим $\Delta T = 1500^\circ$, так что температура за фронтом ударной волны близка к 1800°K , если температура начальной смеси была около 300°K . При 1800°K гремучая смесь реагирует весьма быстро.

Покажем теперь, что существует устойчивый стационарный режим детонации, и вычислим соответствующую ему скорость детонации по известному уравнению состояния продуктов реакции и заданной теплоте реакции.

Практически это вычисление можно провести до конца только в двух предельных крайних случаях: 1) для идеальных газов, когда всё давление теплового происхождения и уравнение состояния имеет вид $pv = RT$, и 2) когда почти всё давление обусловлено упругими силами между молекулами, что имеет место для конденсированных взрывчатых веществ с плотностью заряжания (т. е. с начальной насыпной плотностью) около $1,5$ г/см³ и выше. Для промежуточных случаев существуют только более или менее удовлетворительные интерполяции.

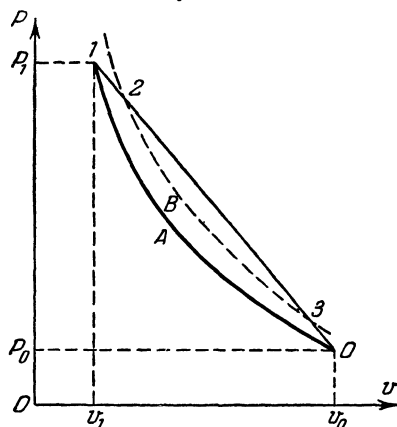
Для простоты расчётных формул мы будем в этом параграфе, кроме того, считать теплоёмкость газа постоянной в ходе реакции, т. е. не зависящей от температуры и состава газа. Иными словами, число молекул будет считаться постоянным и теплоёмкость, приходящаяся на одну молекулу, тоже будет считаться неизменной. Все эти упрощения не носят принципиального характера.

Уже указывалось, что мы будем рассматривать устойчивый стационарный режим, который должен иметь место в зоне протекания химической реакции, для того чтобы обеспечить постоянную скорость детонации.

При стационарном движении газа соотношение

$$D^2 = v_0^2 \frac{p - p_0}{v_0 - v}$$

должно выполняться для любой контрольной поверхности, проведённой внутри зоны протекания реакции, потому что процесс не может быть стационарным, если скорость его распространения различна в разных точках. Поэтому скорость распространения D одинакова для всех контрольных поверхностей. Это соотношение выведено, как мы знаем, только из законов сохранения массы и количества движения, а поэтому никак не зависит ни от энер-



Фиг. 13.

гии реакции, ни от свойств реагирующих веществ или продуктов реакции. Если изобразить процессы, происходящие в детонационной волне, имеющей данную скорость D , на (p, v) -диаграмме, то все они будут отвечать точкам прямой, выражаемой уравнением

$$p = p_0 + \frac{D^2}{v_0^2} (v_0 - v).$$

Эта прямая называется прямой Михельсона*). Состояние I (фиг. 13) непосредственно позади фронта ударной

*) Михельсон В. А., Собрание сочинений, т. 1, стр. 114, Изд. «Новый агроном», М., 1930.

волны достигается из состояния O скачкообразно. Этот переход происходит на длине одного свободного пробега, поэтому не надо думать, что вещество проходит состояния, отвечающие прямой OI . Переход из точки O в точку I описывается адиабатой Гюгонио OAI . За фронтом ударной волны, т. е. за контрольной поверхностью I , начинается химическая реакция и происходит выделение тепла. Если построить адиабату Гюгонио, соответствующую промежуточному состоянию, то она должна лежать выше адиабаты OAI , так как на (p, v) -диаграмме ей должны соответствовать точки с более высоким значением энтальпии. Эта адиабата изображена пунктиром.

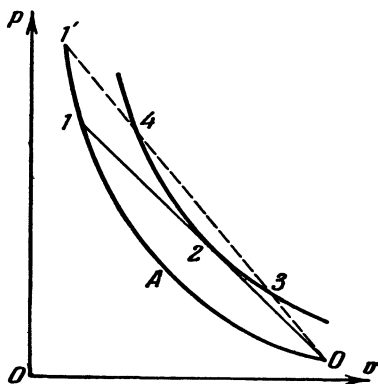
Но, с другой стороны, состояние должно изменяться вдоль прямой OI . Чтобы попасть на пунктирную адиабату, надо перемещаться от точки I вправо; химическая реакция и выделение тепла за фронтом ударной волны сопровождаются разрежением—уменьшением плотности и давления.

Рассмотрим теперь адиабату, отвечающую полному выделению теплоты химической реакции Q . Докажем, что при свободном распространении детонационной волны без дополнительного сжатия сзади или искусственного поджигания впереди фронта эта последняя *должна касаться прямой OI* .

Прежде чем доказывать это утверждение, мы рассмотрим некоторые вытекающие из него следствия. Тем самым доказательство очень упростится.

Изобразим совместно адиабату OAI и адиабату 324 , отвечающую полному выделению тепла на фиг. 14.

Уравнение этой адиабаты получится, если учесть, что энтальпия состояния, отвечающего полному выделению энергии, уже не зависит явно от химической энер-



Фиг. 14:

гии Q . В общем виде, выражая эту энтальпию через p , v , мы получим:

$$H(p, v) - H(p_0, v_0) = \frac{1}{2}(p - p_0)(v_0 + v). \quad (8,1)$$

Это уравнение особенно просто выглядит для газа с теплоёмкостью, не зависящей от температуры, потому что тогда энтальпия выражается следующим образом (см. (3,2)):

$$H = \frac{k}{k-1}pv,$$

$$H_0 = \frac{k_0}{k_0-1}p_0v_0 + Q.$$

При подстановке этих выражений в (8,1) получается уравнение искомой адиабаты.

Это уравнение справедливо для всех её точек, но если интересоваться специально теми точками, которые близки к упомянутой точке касания, то давлением и температурой исходного газа p_0 , T_0 в (8,1) можно пренебречь по сравнению с теми же величинами для точки касания; тогда

$$\frac{k}{k-1}pv - Q = \frac{1}{2}p(v_0 + v);$$

решая это уравнение относительно p , имеем:

$$p = \frac{2Q}{\frac{k+1}{k-1}v - v_0}.$$

Аналогичное уравнение для адиабаты $0A1$ есть

$$p = \frac{2k_0p_0v_0}{(k_0+1)v - (k_0-1)v_0}.$$

Сравнивая числители этих выражений, мы видим, что кривая для полного выделения энергии лежит гораздо выше кривой $0A1$, так как Q гораздо больше начальной энтальпии. Пересечение кривых*) отвечало бы таким

*) Пересечение имело бы место при выполнении неравенства $\frac{k_0-1}{k_0+1} < \frac{k-1}{k+1}$. Ему отвечала бы такая температура в исходном

давлениям, которые в детонационной волне не наблюдаются.

На фиг. 14 видно прежде всего, что скорость, отвечающая прямой 01 , вообще наименьшая из возможных, имеющих общую точку с адиабатой 423 . Всякая другая прямая $0341'$, пересекающая обе адиабаты, имеет больший наклон и отвечает поэтому большей скорости*). Между тем, стационарный процесс, отвечающий расширению по прямой 10 должен приводить вещество в состояние, которому соответствует полное выделение тепла, просто в силу определения этого последнего состояния.

Итак, скорость детонации является минимальной из всех возможных при стационарных режимах распространения химической реакции ударной волной.

Состояние реагирующей смеси меняется вдоль прямой 01 непрерывным образом. Состав смеси в каждой точке определяется из уравнений химической кинетики. Так как реакция протекает необратимо, энтропия всей реагирующей смеси возрастает необратимым образом и достигает максимума на прямой 01 в точке касания 2 , отвечающей полному выделению тепла. Существенно, что настоящий максимум достигается именно на этой прямой, касающейся верхней адиабаты, а не пересекающейся с ней, как, например, в точке 4 прямой 034 (фиг. 14).

В самом деле, вблизи точки касания прямая отстоит от кривой на бесконечно малые второго порядка. Поэтому энтропия не только принимает наибольшее значение в точке 2 , но меняется при бесконечно малом смещении первого порядка вдоль касательной на малую второго порядка, ибо при таком смещении состояние изменится соответственно количеству выделившегося тепла. При изменении состояния вдоль прямой количество тепла от-

веществе, что повышение давления вследствие диссоциации превосходило бы повышение давления от реакции. В качестве k_0 и k здесь принимаются некоторые эффективные величины, определяемые по уравнению $E = \frac{pv}{k-1}$.

*) По уравнению (1,6) $\rho_0^2 D^2$ равно взятому с обратным знаком тангенсу угла наклона прямой, проведенной на (p, v) -диаграмме через состояния (p_0, v_0) и (p, v) .

личается от количества тепла при изменении состояния вдоль кривой на малую второго порядка вблизи точки касания. Заметим ещё, что на верхней адиабате $dQ = TdS$, ибо реакция там закончилась, а в ходе реакции $dQ < TdS$. Следовательно, если $dS = 0$ на прямой около точки касания, то $dS = 0$ и в окрестности этой точки. Это и доказывает, что при перемещении вдоль прямой 120 в точке 2 достигается максимум. Если сравнить изменение энтропии вдоль прямой 1'4 и изменение вдоль 12, то легко видеть, что вблизи точки 4 энтропия имеет наибольшее значение на отрезке 1'4, но это не есть максимум. Действительно, при подходе к точке 4 энергия, а следовательно, и энтропия меняются на малые величины первого порядка относительно смещения по прямой 1'4.

Итак, при малом смещении вдоль прямой 021 энтропия не меняется около точки касания, а поэтому вблизи той же точки на адиабате 423 она тоже не меняется. Следовательно, на малом участке вблизи точки касания *адиабата Гюгонио совпадает с изэнтропой*. Так как эта адиабата отвечает полному выделению тепла, можно сказать, что в точке 2 адиабата Гюгонио совпадает с изэнтропой продуктов реакции.

Отсюда легко вывести ещё одно важное свойство скорости детонации D . Условие касания записывается, очевидно, так:

$$\frac{p_2 - p_0}{v_0 - v_2} = - \left(\frac{dp}{dv} \right)_2.$$

Производная, взятая вдоль адиабаты, совпадает вблизи точки касания согласно только что сказанному с изэнтропической производной:

$$\left(\frac{dp}{dv} \right)_2 = \left(\frac{\partial p}{\partial v} \right)_S.$$

Далее, по построению прямой 01 имеем выражение для скорости детонации D :

$$D = v_0 \sqrt{\frac{p_1 - p_0}{v_0 - v_1}} = v_0 \sqrt{\frac{p_2 - p_0}{v_0 - v_2}} = v_0 \sqrt{- \left(\frac{\partial p}{\partial v} \right)_S}.$$

Пользуясь уравнением сохранения массы (1,1), исключаем из последнего равенства v_0 :

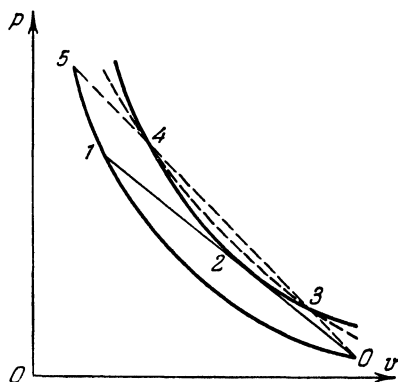
$$v_0 = \frac{D}{D-\omega} v;$$

здесь ω означает скорость вещества в точке 2.

Поэтому получается:

$$D - \omega = v_2 \sqrt{\frac{p_2 - p_0}{v_0 - v_2}} = v_2 \sqrt{-\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_S} = \sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_S}. \quad (8,2)$$

Правая часть последнего равенства есть не что иное, как скорость звука в продуктах реакции, равная, как мы знаем,



Фиг. 15.

изэнтропической производной давления по плотности. Итак, *скорость детонации относительно продуктов реакции, $D - \omega$, равна местной скорости звука в продуктах реакции.*

Теперь мы сможем показать, почему стационарный режим *должен* отвечать прямой 01 , касающейся верхней адиабаты в точке 2*). Для этого рассмотрим два близких режима 3 и 4 (фиг. 15), отвечающих одной и той же скорости распространения D' , так как они лежат на одной

*) Эта точка называется точкой Чепмена—Жуге, ибо эти авторы впервые предположили, что $D - \omega$ равняется местной скорости звука в продуктах реакции.

прямой 034. Режим 114 описывает несколько *пересжатую* детонационную волну, потому что $p_1 > p_2$, а режим 3 — *недожатую* волну ($p_3 < p_2$), причём скорость D' обеих этих волн больше D .

Запишем условия сохранения массы для обоих режимов:

$$\frac{D'}{v_0} = \frac{D' - \omega_3}{v_3}; \quad \frac{D'}{v_0} = \frac{D' - \omega_4}{v_4}.$$

Отсюда следует, что

$$\frac{D' - \omega_3}{v_3} = \frac{D' - \omega_4}{v_4}. \quad (8,3)$$

Условие (8,3) можно истолковать как закон сохранения вещества в ударной волне, бегущей по продуктам реакции, находящимся в состоянии 3. Эта волна должна переводить состояние 3 скачком в состояние 4.

Но для скорости распространения имеем соотношение

$$D'^2 = \frac{p_4 - p_3}{v_3 - v_4} = \frac{p_3 - p_0}{v_0 - v_3};$$

отсюда следует, что эта волна будет распространяться относительно неподвижного вещества с той же скоростью, что и волна, переводящая вещество в состояние 3; вследствие этого в целом получится стационарный режим. Скорость ударной волны относительно вещества 3 равна $D' - \omega_3$, а относительно вещества 4 равна $D' - \omega_4$; это и выражено условием (8,3).

Такая ударная волна отвечает скачку в веществе постоянного состава, к которому относится верхняя адиабата (сплошная кривая на фиг. 15). Но если написать уравнение сохранения энергии для ударной волны 34, то ей будет соответствовать своя адиабата (пунктирная кривая). Эта адиабата имеет две общие точки, 3 и 4, с адиабатой, относящейся к начальному объёму v_0 , построенной для полного выделения энергии.

Существенно, однако, что и эта пунктирная адиабата обращена выпуклостью вниз. Поэтому в точке 4 она идёт круче прямой 34. В разделе об ударных волнах было показано, что большая крутизна кривой в точке 4 отвечает дозвуковому характеру распространения ударной волны относительно сжатого вещества (см. (2,6)).

Итак, если представить себе режим детонации, имеющей скорость D' и переводящей вещество в состояние полного выгорания 4, то оказывается, что всякая звуковая волна, идущая по продуктам реакции, догонит фронт волны, потому что скорость звука $c_4 > D' - w_4$. Наоборот, на участке 43 звуковая волна не догонит фронта, так как $c_3 < D' - w_3$. Итак, скорость *пересжатой* детонационной волны меньше местной скорости звука в продуктах реакции, а скорость *недожатой* волны больше местной скорости звука. В точке касания 2, где c_3 сливается с c_4 , $D - w = c$.

Звуковая волна, посланная по сжатому веществу, должна нагнать состояние 4. Но вслед за детонационной волной по продуктам реакции распространяется волна разрежения, потому что детонационная волна уносит с собой вещество и в этом смысле подобна поршню, вытягиваемому из цилиндра. Скорость волны разрежения относительно вещества равна местной скорости звука и таким образом больше, чем скорость распространения состояния 4, поэтому волна разрежения должна перегнать состояние 4.

Но если рассматривать стационарный режим, то надо потребовать, чтобы впереди состояния 4, т. е. в зоне реакции, состояние было стационарным. Волна разрежения нестационарна (см. § 2), ей не могут отвечать никакие точки прямой 034. Следовательно, нестационарный процесс в волне разрежения должен повлиять на течение химической реакции, и последнее не может быть стационарным, вопреки предположению и тому, что действительно наблюдается на опыте. Итак, стационарный режим детонации, при котором химическая реакция заканчивается в состоянии 4, гидродинамически невозможен.

Ещё проще объяснить невозможность стационарного распространения состояния 3*). Для этого достаточно

*) Абрамович Г. Н. и Вулис Л. А., К механике распространения детонации и горения, ДАН 55, 111, 1947; Зельдович Я. Б., Теория горения и детонации газов, Изд. Академии наук СССР, 1944; Зельдович Я. Б., К теории распространения детонации в газообразных системах, ЖЭТФ 10, 542, 1940. Зельдович Я. Б., О распределении давления и скорости в продуктах детонационного взрыва, в частности при сферическом распространении детонационной волны, ЖЭТФ 12, 389, 1942

вспомнить, что состояние в зоне реакции после скачка $0I$ (фиг. 14) меняется от точки 1 и ниже непрерывно по уравнениям химической кинетики, а на участке прямой между точками 4 и 3 реакция должна была бы выделить энергию, бо́льшую, чем максимальная, что, очевидно, невозможно.

Состояние не может меняться и скачком от 4 до 3, ибо это отвечало бы скачкообразной волне разрежения, которая, как мы знаем, не может быть стационарной.

Итак, ни состояние 3, ни состояние 4 не могут отвечать стационарному режиму детонации. Осуществляется только состояние 2 с минимальной скоростью детонации D^*). Волна разрежения в продуктах реакции идёт как раз вслед за состоянием 2, не нагоняя его и не отставая от него: мы показали, что в состоянии 2 скорость волны разрежения, равная местной скорости звука c , совпадает со скоростью детонационной волны D — w относительно прореагировавшего вещества.

В то же время в состоянии 2 прекращается выделение химической энергии, так что вещество проходит от состояния 1 только состояния, энергетически возможные.

Следует отметить, что режим 4 невозможен только в свободной детонационной волне, сзади которой следует волна разрежения. Если не давать образовываться волне разрежения, поджимая вещество сзади, то вполне может осуществиться, и действительно осуществляется, режим типа 4, о чём будет сказано ниже. Режим типа 3 тоже можно получить при искусственном поджигании газа, возбуждая, например, химическую реакцию в исходном состоянии последовательностью слабых электрических искр.

Заметим ещё, что на верхней адиабате энтропия имеет минимум в точке 2. Но это никак не может служить объяснением для отбора скорости детонации по так называемому *принципу наименьшего возрастания энтропии* Оствальда, так как сам этот принцип для сильно необратимых процессов неправилен.

Применим наши основные уравнения детонации к случаю распространения детонации в идеальном газе

*) Ближе подошёл к объяснению выбора точки 2 также А. А. Гриб. См. Гриб А. А., О распространении плоской ударной волны при обыкновенном взрыве у плоской стенки, Прикладная математика и механика 8, 169, 1944.

с постоянной теплоёмкостью продуктов взрыва. Мы пренебрежём, кроме того, начальным давлением газа p_0 по сравнению с давлением p_2 и начальной тепловой частью энтальпии $\frac{k_0}{k_0-1} p_0 v_0$ по сравнению с конечной энтальпией $\frac{k}{k-1} p_2 v_2$. Мы удержим в формулах только химическую начальную энтальпию. Тогда получим следующую систему уравнений:

$$\frac{k}{k-1} p_2 v_2 - Q = \frac{v_0 + v_2}{2} p_2, \quad (8,4)$$

$$D^2 = v_0^2 \frac{p_2}{v_0 - v_2} = k v_0^2 \frac{p_2}{v_2}. \quad (8,5)$$

В последнее равенство подставлено значение изэнтропической производной для идеальных газов $\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_S = -\frac{k p}{v}$. Таким образом, из условия касания мы получаем, что

$$v_2 = \frac{k}{k+1} v_0. \quad (8,6)$$

У двухатомных газов с возбуждённой колебательной степенью свободы $k = \frac{9}{7}$, так что $v_2 = \frac{9}{16} v_0 = 0,5625 v_0$. Обычно v_2 составляет от 0,55 до 0,58 v_0 . Из уравнения (8,4) для энтальпии получаем после простых переделок:

$$p v_0 = 2(k-1) Q. \quad (8,7)$$

Подставляя, наконец, выражения (8,6) и (8,7) в (8,5), получим окончательную формулу для скорости детонации

$$D = \sqrt{2(k^2 - 1) Q}. \quad (8,8)$$

В согласии с опытом скорость детонации зависит только от теплоты реакции на грамм смеси и не зависит от её начальной плотности. Последнее обстоятельство связано с видом выражения энтальпии для идеальных газов $H_2 = \frac{k}{k-1} p_2 v_2$.

Скорость детонации конденсированных веществ в отличие от скорости детонации газов существенно зависит от плотности заряжания. Поэтому всякая теория детонации конденсированных взрывчатых веществ должна исхо-

дить из более сложного выражения для энтальпии, чем $H = \frac{k}{k-1} p v$, если ставится задача определения зависимости D от плотности заряжания (см. ниже §§ 17 и 18).

Кинетическая энергия продуктов детонации, отнесённая к единице массы, равна $\frac{\omega^2}{2}$. Но $\omega^2 = p(v_0 - v_2)$. Подставляя сюда найденные выражения v_2 через v_0 и $p v$ через Q , находим, что кинетическая энергия связана с теплотой реакции соотношением

$$\frac{\omega^2}{2} = \frac{k-1}{k+1} Q. \quad (8,9)$$

Выбирая снова $k = \frac{9}{7}$, имеем $\frac{\omega^2}{2} = \frac{Q}{8}$.

Сравним теперь давление в детонационной волне с тем давлением, которое развилось бы при взрыве данного вещества в замкнутом начальном объёме, например в прочной стальной бомбе. В этом случае имеем, снова пренебрегая тепловой частью начальной энтальпии:

$$E' = \frac{1}{k-1} p' v_0 = Q, \quad p' v_0 = (k-1) Q.$$

Отсюда

$$\frac{p'}{p} = 2.$$

Таким образом, давление в детонационной волне превышает давление при взрыве в два раза.

Сравним таким же образом температуры при взрыве и при детонации. Температура при взрыве T' в том же приближении, что и p' , равна $\frac{Q}{c_v}$, где c_v — теплоёмкость продуктов взрыва.

Температура при детонации равна

$$T = \frac{1}{k-1} p v_2 = \frac{k}{k^2-1} \frac{p v_0}{c_v} = \frac{2k(k-1)}{(k^2-1)} \frac{Q}{c_v} = \frac{2k}{k+1} \frac{Q}{c_v}.$$

Отсюда

$$\frac{T'}{T} = \frac{2k}{k+1}.$$

Это отношение весьма близко к единице. В нашем примере

$$k = \frac{9}{7}, \quad T' = \frac{9}{8} T.$$

§ 9. Протекание химической реакции в детонационной волне

Рассмотрим теперь процессы, происходящие в стационарной детонационной волне в связи с кинетикой химической реакции, выделяющей тепло. В настоящем параграфе мы допустим, что детонация идёт без потерь на трение о стенки трубы и на теплоотдачу в стенки. Для простоты примем, кроме того, что уравнения химической кинетики можно записать с помощью одной переменной и в качестве такой переменной выберем весовую концентрацию вещества, способного реагировать в данной смеси.

Все те смеси, в которых можно осуществить детонацию, обладают значительной энергией активации—порядка нескольких десятков килокалорий на моль. Между тем, отношение числа тех столкновений между молекулами газа, при которых осуществляется реакция, к полному числу столкновений в основном опреде-

ляется множителем $e^{-\frac{A}{RT}}$, где A —энергия активации, $R=8,3 \cdot 10^7$ эрг/моль·град. Выбирая для примера $A=40$ ккал/моль и температуру $T=2000^\circ$ К, получим, что химически эффективна только часть столкновений, равная $e^{-10}=0,5 \cdot 10^{-4}$.

Мы уже знаем, что ширина фронта сильной ударной волны сравнима с одной длиной свободного пробега газовой молекулы, поэтому нельзя применять гидродинамику к самой области разрыва, а надо ограничиться рассмотрением контрольных поверхностей, находящихся вне разрыва.

Ширину детонационной волны легко оценить из простых физических соображений. Она должна иметь тот же порядок величины, что и скорость волны относительно вещества, умноженная на время τ , необходимое для реакции.

Скорость волны относительно сжатого вещества, как мы уже знаем, имеет порядок скорости звука, или, что то же самое, порядок тепловой скорости молекул. Если помножить эту скорость на время τ , необходимое для реакции, то получится путь, который молекула проходит за время, необходимое для химической реакции.

Допустим, что из n столкновений химически эффективно одно. Тогда ширина детонационной волны порядка ln , где l —свободный пробег.

В нашей оценке $n \sim 2 \cdot 10^4$, так что ширина детонационной волны намного больше длины свободного пробега. Следовательно, к веществу в зоне реакции можно применять уравнения гидродинамики.

В то же время законно пренебречь процессами переноса типа диффузии и теплопроводности, потому что за время n столкновений они дают смещение переносимой величины (тепла или активных атомов и радикалов) на длину порядка $l\sqrt{n}$, а это при большом n гораздо меньше, чем ln .

Итак, процессы, происходящие в детонационной волне, описываются уравнениями газодинамики совместно с уравнениями химической кинетики.

Так как мы рассматриваем в этом параграфе детонацию без потерь, уравнения гидродинамики сводятся просто к выражению законов сохранения массы, количества движения и энергии, причём эти законы можно применять к любой контрольной поверхности внутри детонационной волны.

Первые два закона сохранения приводят, как мы в своём месте показывали подробно (см. начало § 8), к уравнению для скорости волны, которое мы запишем так:

$$p = \frac{D^2}{v_0^2} (v_0 - v) \quad (9,1)$$

(начальным давлением мы для простоты пренебрегли).

В стационарном режиме D постоянно во всех точках волны, так что p и v связаны линейной зависимостью и состояние изменяется вдоль прямой.

Пусть в какой-то точке волны весовая концентрация непрореагировавших молекул β . Тогда химическая энергия на единицу массы равна βQ , а энтальпия есть

$$H = \frac{k}{k-1} pv + \beta Q. \quad (9,2)$$

Пренебрегая тепловой частью начальной энтальпии, запишем закон сохранения энергии для любой контроль-

ной поверхности так:

$$\frac{k}{k-1} p v + (\beta - 1) Q = \frac{1}{2} p (v_0 + v). \quad (9,3)$$

Из уравнений (9,1) – (9,3) мы можем выразить p , v и T через химическую постоянную β . После элементарных преобразований имеем для давления и удельного объёма:

$$p = \frac{D^2}{v_0(k+1)} \left[1 \pm \sqrt{1 - \frac{2(k^2-1)Q(1-\beta)}{D^2}} \right], \quad (9,4)$$

$$v = \frac{v_0}{k+1} \left[1 \mp \sqrt{1 - \frac{2(k^2-1)Q(1-\beta)}{D^2}} \right]. \quad (9,5)$$

В этих формулах верхние знаки относятся к верхним пересечениям прямых $p = \frac{D^2}{v\beta}(v_0 - v)$ с адиабатами Гюгонио для данных β , а нижние знаки — к нижним пересечениям. Иначе говоря, верхние знаки отвечают пересеченным детонационным волнам, а нижние знаки — недосеченным.

Из этих формул следует, что для каждой данной концентрации прореагировавшего вещества $1 - \beta$ имеется минимальная скорость детонации, определяемая из условия, что подкоренное выражение неотрицательно. Считая, что реакция заканчивается, когда β обратится в нуль, найдём эту минимальную скорость:

$$D_{\min} = \sqrt{2(k^2 - 1)Q}.$$

По уравнениям (9,4), (9,5) можно начертить для случая детонации в газе всю систему адиабат, отвечающих частичному или полному выделению энергии, если задаться скоростью D .

Обратимся теперь к зависимости всех величин от времени. Она определяется уравнением химической кинетики. Когда ход реакции можно описать с помощью одной химической переменной β , уравнение химической кинетики имеет вид

$$\frac{d\beta}{dt} = -\beta^m f(p, T).$$

Показатель степени связан с так называемым порядком реакции. Например, для бимолекулярных реакций $m = 2$. Функция $f(p, T)$ пропорциональна множителю $p^{m-1} e^{-\frac{A}{T}}$.

Если подставить значения p и T в функцию $f(p, T)$, то получится уравнение для одной только переменной, имеющее вид

$$\frac{d\beta}{dt} = -\varphi(\beta), \quad (9,6)$$

где $\varphi(\beta)$ — некоторая сложная функция, вполне определённая для каждой газовой реакции.

На фронте волны естественно положить $t = 0$, т. е. отсчитывать время от момента прохождения фронта или от начала реакции. Тогда для β имеем начальное условие $\beta(t=0) = 1$, и решение уравнения (9,6) сводится к квадратуре $t = \int_{\beta}^1 \frac{d\beta}{\varphi(\beta)}$. Таким образом, все переменные можно выразить через t .

Аналогичным свойством обладает реакция в теплоизолированной системе, например в калориметрической бомбе. Там температура пропорциональна выделившейся энергии (в том же предположении о постоянстве теплоёмкости): $T = T_0 + \frac{Q(1-\beta)}{c_v}$, а давление определяется из уравнения состояния. Поэтому и в теплоизолированной системе уравнение химической кинетики сводится к виду (9,6), но с другой функцией в правой части. Во всяком случае, качественный вид уравнения (9,6) будет в обоих случаях одинаков.

Рассмотрим поведение функции $\varphi(\beta)$ вблизи фронта ударной волны, где прореагировала ещё малая доля вещества. Наиболее быстро изменяется множитель $e^{-\frac{A}{RT}}$. Он меняет самый порядок величины, когда T повышается на малую долю по сравнению с T' , определённой для самого фронта волны. Поэтому можно всё изменение экспоненциальной функции описать с помощью разложения в ряд показателя, заменяя $\frac{A}{RT}$ на $\frac{A}{RT'} - \frac{A(T-T')}{R(T')^2}$.

Энергия активации A велика по сравнению с RT' , поэтому не имело бы смысла разлагать и самую функцию $e^{-\frac{A}{RT'} + \frac{A(T-T')}{RT'^2}}$ (этим был бы охвачен весьма малый интервал изменения T). Здесь удобнее выразить $T - T'$ через

величину $1 - \beta$, так как вблизи фронта волны $T - T' = - \left(\frac{dT}{d\beta} \right)_{\beta=1} (1 - \beta)$. После этой замены приведём уравнение (9,6) вблизи фронта к следующему виду:

$$\frac{d\beta}{dt} = -\varphi(1) e^{-\frac{A}{(T')^2} \left(\frac{dT}{d\beta} \right)_{\beta=1} (1-\beta)}. \quad (9,7)$$

Производную $\frac{dT}{d\beta}$ можно вычислить по уравнениям (9,4) — (9,5). Приводить её выражение мы не будем.

Ниже будет показано, что уравнение (9,7) определяет основную часть протекания реакции в волне.

Удобно проследить за ходом изменения величин в детонационной волне, пользуясь дифференциальными соотношениями. Для этого продифференцируем уравнения (9,1) и (9,3) по концентрации:

$$\begin{aligned} \frac{dp}{d\beta} + \frac{D^2}{v_0^2} \frac{dv}{d\beta} &= 0, \\ \left(\frac{k+1}{2(k-1)} v - \frac{1}{2} v_0 \right) \frac{dp}{d\beta} + \frac{k+1}{2(k-1)} \cdot \frac{dv}{d\beta} &= -Q. \end{aligned}$$

Из этих двух уравнений выразим величину $\frac{dv}{d\beta}$, заменив, кроме того, p по уравнению (9,1). Тогда получим:

$$\frac{dv}{d\beta} = \frac{v_0^2 (k^2 - 1) Q}{[(k+1)v - kv_0] D^2}. \quad (9,8)$$

На фронте волны $\beta = 1$, а по мере протекания реакции β уменьшается, так что $d\beta < 0$. Это выражено и в уравнении кинетики. Знаменатель дроби в правой части (9,8) отрицателен, потому что на фронте волны $v = \frac{k_0 - 1}{k_0 + 1} v_0$ и при всех возможных значениях k и $k_0 v (k+1) > v_0 k$. Поэтому $dv > 0$; иными словами, сразу за фронтом детонационной волны начинается расширение вещества*).

Давление за фронтом волны монотонно уменьшается, потому что $dp = -\frac{D^2}{v_0^2} dv$. В отличие от плотности и давления температура сначала увеличивается за счёт выде-

*) Здесь имеются в виду скачкообразный фронт ударной волны и расширение в ходе химической реакции, которое не надо смешивать с изэнтропическим расширением в волне разрежения.

ления химической энергии, а потом начинает уменьшаться благодаря тому, что расширение становится преобладающим фактором.

Изменение температуры легко проследить, если записать уравнение сохранения энергии через температуру:

$$c_p T = (1 - \beta) Q + \frac{1}{2} p (v_0 + v).$$

Продифференцируем это уравнение по удельному объёму v и заменим $\frac{d\beta}{dv}$ по (9,8). Тогда получим:

$$c_p \frac{dT}{dv} = \frac{D^2}{v_0^2} \frac{k}{k-1} (v_0 - 2v). \quad (9,9)$$

На ударном фронте правая часть уравнения положительна, так что температура возрастает, пока $v < \frac{1}{2} v_0$. Но в ходе реакции, ещё до окончания её, v становится больше чем $\frac{1}{2} v_0$, температура достигает максимума и после этого уменьшается. Как было указано, температура уменьшается потому, что расширение продуктов реакции не компенсируется тепловыделением. Из уравнения (9,8) видно, что v должно оставаться меньшим, чем $\frac{v_0 k}{k+1}$, в противном случае изменение $d\beta$ получило бы положительный знак, что невозможно, так как реакция необратима и при отсутствии потерь доходит до конца; поэтому $d\beta$ всё время отрицательно, пока β не обращается в нуль.

Из неравенства

$$v \leq \frac{k}{k+1} v_0 \quad (9,10)$$

следует, что $v_0 - v \geq kv$, так что по уравнению (9,1) непосредственно видно неравенство для D^2 :

$$D^2 \leq kv_0^2 \frac{p}{v}. \quad (9,11)$$

Но мы знаем, что

$$\frac{D}{v_0} = \frac{D-w}{v},$$

а второй сомножитель в правой части (9,11) заменяется через местную скорость звука:

$$\frac{c}{v} = \sqrt{k \frac{p}{v}}.$$

Здесь c относится к данным p , T и β .

Итак, исходя из представлений химической кинетики, мы показали, что в детонационной волне всегда

$$D \leq \omega + c. \quad (9,12)$$

Впереди фронта, где $\omega = 0$, имеет место известное неравенство

$$D > c_0,$$

где c_0 — скорость звука в невозмущённом веществе.

Это, как мы уже знаем из теории ударных волн, связано с самим представлением об ударной волне и необходимо для её устойчивости.

Относительно сжатого вещества скорость ударной волны, наоборот, меньше скорости звука. Неравенство вида (9,12) имеет место уже непосредственно за фронтом ударной волны, где химическая реакция ещё не началась. Из (9,12) следует, что это же неравенство имеет силу и в ходе реакции по всей ширине фронта детонационной волны.

Применим неравенство (9,12) к состоянию $\beta = 0$, когда реакция окончилась. Тогда видно, что все точки адиабаты $\beta = 0$ лежат на (p, v) -диаграмме выше точки касания, потому что в этой точке $D = \omega + c$, а выше неё выполнено неравенство (9,11). Тем самым мы исключили ту часть адиабаты $\beta = 0$, которая лежит ниже точки касания.

Если вещество за фронтом волны сжимается поршнем, имеющим скорость вещества ω при $\beta = 0$, то соответствующий режим стационарен при любом $D > D_{\min}$, а в точке $\beta = 0$ осуществляется состояние, лежащее на верхней части адиабаты. Если такого сжатия нет, то позади детонационной волны образуется волна разрежения, которая распространяется относительно продуктов реакции со скоростью c .

Но если соотношение (9,12) имеет верхний знак, то $c > D - \omega$ и волна разрежения обгонит детонационную волну, что, очевидно, невозможно в стационарном режиме,

так как волна разрежения нестационарна; поэтому мы вынуждены из гидродинамических соображений выбрать для точки окончания реакции в свободной детонационной волне знак равенства в (9,12) и снова приходим к условию касательной

$$D = \omega + c. \quad (9,13)$$

Режим, у которого

$$D > \omega + c,$$

отвечающий нижней части адиабаты, мы исключили по кинетическим соображениям.

Рассмотрим теперь распределение величин по координате, т. е. по ширине фронта реакции. При стационарном распространении волны все величины зависят от координаты и времени только через аргумент $x - Dt$, так что $p = p(x - Dt)$, $v = v(x - Dt)$ и т. д.

Все величины имеют в момент времени t то же значение в точке $x = Dt$, которое они имели при $t = 0$ в точке $x = 0$. Это и соответствует стационарному распространению.

Найдём полную производную величины β :

$$\frac{d\beta}{dt} = \frac{\partial\beta}{\partial t} + \frac{\partial\beta}{\partial x} \frac{dx}{dt} = -(D - \omega) \frac{\partial\beta}{\partial x}.$$

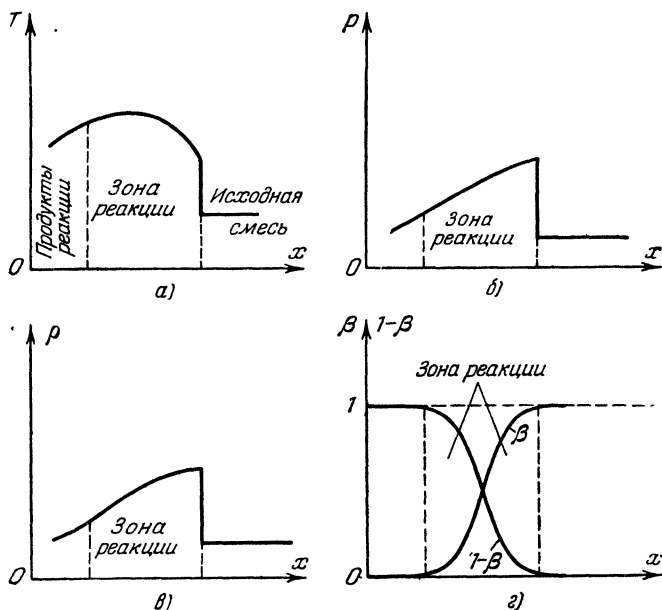
Это следует из определения $\frac{dx}{dt} = \omega$ и того, что β зависит только от аргумента $x - Dt$. Вообще $dt = -\frac{dx}{D - \omega}$. С помощью этого соотношения определим зависимость β от x по формуле

$$x = \int -(D - \omega) dt = \int_{\beta} \frac{(D - \omega) d\beta}{\beta^n f(T', p')} = \int_{\beta} \frac{(D - \omega(\beta)) d\beta}{\varphi(\beta)}.$$

Функция $\varphi(\beta)$ считается известной по уравнению (9,6). Поэтому интеграл принципиально можно вычислить и после его обращения найти β как функцию x , а через β уже нетрудно выразить p , v и T по (9,2), (9,4) и (9,5).

Общая картина распределения величин в зоне реакции представлена на фиг. 16, а, б, в, г.

Мы видели, что при β малых $\varphi(\beta) \sim \beta^n$. Поэтому если интеграл распространить до $\beta=0$, то он разойдётся на нижнем пределе и получится бесконечная ширина фронта. Это соответствует тому обстоятельству, что реакция доходит до конца через бесконечное время.



Фиг 16.

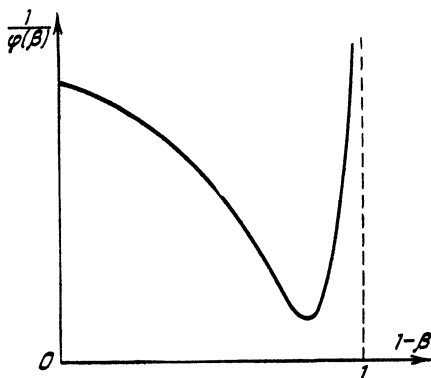
На самом деле, если изобразить функцию $\frac{1}{\varphi(\beta)}$ в её зависимости от $1-\beta$, получится кривая, подобная той, которая показана на фиг. 17. Вблизи фронта, где $1-\beta \ll 1$, имеет место очень быстрое спадание функции за счёт экспоненциального множителя, стоящего в правой части (9,7), а вблизи $\beta=0$ функция возрастает до бесконечности. Но фактически эта последняя часть не осуществляется в режиме детонации, так как потери не дают реакции доходить до самого конца.

Естественно определить ширину детонационной волны по значениям $\beta = \beta_0$, лежащим правее минимума кривой

$\frac{1}{\varphi(\beta)}$, так как только до этих значений реакция доходит в действительности. Определённая таким образом полная ширина детонационной волны равна

$$x_0 = \int_{\beta_0}^1 \frac{(D - \omega(\beta)) d\beta}{\varphi(1) \exp \left\{ \frac{A}{T'^2} \left(\frac{dT}{d\beta} \right)_{T=T'} (1 - \beta) \right\}},$$

где использовано то обстоятельство, что главная часть спада функции $\frac{1}{\varphi(\beta)}$ определяется начальной частью кривой, где производная $\frac{dT}{d\beta}$ отрицательна.



Фиг. 17.

Итак, мы можем вынести все неэкспоненциальные множители из-под интеграла в точке $\beta = 1$, а интегрирование условно распространить до $\beta = -\infty$. Отсюда

$$x_0 = \frac{D - \omega(1)}{\varphi(1)} \frac{(T')^2}{A} \left(\frac{d\beta}{dT} \right)_{T=T'}. \quad (9,14)$$

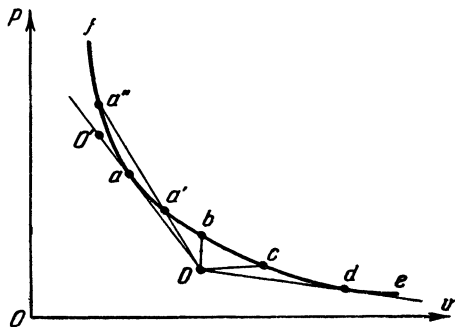
Величина $\varphi(1) \frac{A}{(T')^2}$ равна производной по температуре от начальной скорости реакции. Она и определяет главным образом полную ширину зоны реакции. Это связано с множителем $e^{-\frac{A}{T'}}$, очень чувствительным к температуре.

В обычных условиях осуществляются те режимы детонации, в которых $x_0 \sim 1$ см и меньше.

На пределах детонации, где фронт должен был бы сильно растягиваться, он становится неустойчивым, и возникает явление спиновой детонации (см. § 14).

§ 10. Возможные режимы распространения химической реакции

В настоящем параграфе мы рассмотрим все возможные режимы распространения химической реакции по данному исходному веществу. Полагая, что реакция всегда доходит до конца, выделяет одну и ту же теплоту Q и обра-



Фиг. 18.

зует одни и те же продукты, мы получим определённую адиабату Гюгонио конечного состояния, которая рассматривалась в предыдущем параграфе в связи с отбором значения скорости детонации.

Если этот отбор по тем или иным причинам не осуществляется, то, как уже указывалось, возможны и режимы детонации с другой скоростью. Наконец, наряду с режимами детонации возможно и медленное распространение пламени. Всегда, однако, можно формулировать законы сохранения для начального и конечного состояния. Так как Q принято всегда одинаковым, получается вполне определённая адиабата.

Мы будем рассматривать все возможные режимы для данного одного, вполне определённого начального состоя-

ния газа до горения. На фиг. 18 точка O изображает начальное состояние. Точка a определяет режим детонации, который осуществляется в широкой гладкой трубе. Выше точки a находятся режимы, отвечающие пересжатой детонационной волне. Их можно осуществить, не давая образоваться волне разрежения сзади фронта детонационной волны, например, сжимая продукты реакции поршнем или другим способом.

Очевидно, что минимальная, необходимая для этого скорость поршня должна равняться скорости вещества ω в точке a .

Вообще, каждую точку a'' на кривой фиг. 18 можно однозначно характеризовать определённым значением скорости ω'' , которое больше ω , если a'' лежит выше a . В этом смысле вообще можно задавать режим эквивалентной ему скоростью поршня (но не скоростью волны D , потому что одной и той же скорости отвечают, вообще говоря, два режима: «недожатая» и «пересжатая» волна).

Минимальную скорость мы нашли по уравнению детонации в газах

$$\omega = \sqrt{2 \frac{k-1}{k+1} Q} = \frac{D}{k+1}.$$

Для гремучей смеси было принято $k=8/7$, $D=2800$ м/сек, так что необходимая скорость ω составит 1300 м/сек. Её трудно осуществить, применяя реальный поршень. Но заставляя детонацию переходить из широкой трубы в узкую, Б. В. Айвазов и Я. Б. Зельдович*) получили пересжатую детонационную волну в узкой трубке за счёт повышенного давления в широкой трубке при отражении от места перехода.

Укажем методику определения параметров пересжатой волны, применявшуюся в этой работе. Расчёт показал, что при переходе детонации из широкой трубки в узкую (в смеси $2\text{H}_2 + \text{O}_2$) в узкой трубке должна возникнуть пересжатая волна, у которой давление в 1,36 раза больше давления в нормальной детонационной волне. При этом скорость пересжатой волны равна 1,04 скорости

*) Айвазов Б. В. и Зельдович Я. Б., Образование пересжатой детонационной волны в сужающейся трубке, ЖЭТФ 17, 889, 1947

нормальной детонационной волны. Такая небольшая разница в скоростях близка к величине погрешности измерения скорости и не может быть с достоверностью определена. Для доказательства того, что волна, перешедшая из широкой трубки в узкую, действительно является пересжатой, были проведены опыты, в которых регистрировалось столкновение пересжатой волны с нормальной. Различие давлений в пересжатой и нормальной волнах вызывает сильную асимметрию явления отражения, отчетливо видную при регистрации. По отношению скоростей отражённых волн нетрудно определить давление в пересжатой волне.

В случае сильного сжатия роль тепловыделения при распространении детонационной волны должна постепенно уменьшаться. Энергия, необходимая для поддержания ударной волны, будет доставляться за счёт работы сжатия позади волны. Так будет, например, если скорость поршня, сжимающего гремучую смесь, много больше, чем 1300 м/сек. Адиабата Гюгонио в газообразных продуктах реакции, как это видно по уравнению (8,2), имеет вертикальную асимптоту при $v = \frac{k-1}{k+1} v_0$, что вполне обычно для всякой ударной волны в газе. Поэтому самые верхние точки адиабаты соответствуют весьма сильным ударным волнам, распространение которых зависит от движения за фронтом.

От точки a до точки b расположены режимы, которые тоже имеют большую скорость, чем минимальная, но меньшее давление, чем в точке a . Их можно осуществить искусственно, задавая скорость реакции, большую, чем D , но не препятствуя расширению продуктов реакции, например поджигая смесь последовательностью электрических искр вдоль трубы. Энергию, выделяющуюся в каждой искре при надлежащем выборе размеров трубы, можно сделать сколь угодно малой по сравнению с энергией, освобождаемой при сгорании порции вещества, приходящегося на одну искру. Единственное условие, которое мы налагаем на этот мысленный опыт, состоит в том, что реакция, раз начавшаяся в какой-либо области, должна дойти до конца всюду, где она встретит непрореагировавшее вещество.

Скорость распространения искр так велика, что детонационная волна, которая распространялась бы по веществу свободно, не может догнать последовательность искр, поджигающих смесь. Тем самым искры как бы навязывают веществу определённую скорость распространения реакции. Но так как мы считаем, что искры играют только роль спускового механизма для реакции, их собственной энергией можно пренебречь.

Реакция будет иметь размытый фронт, но если написать законы сохранения для усреднённых по сечению трубы потоков массы, количества движения и энергии, выбрав контрольные поверхности в газе, совсем не затронутым реакцией, и в газе, вполне сгоревшем, то получится уравнение адиабаты Гюгонио $abcd$. Этому режиму отвечают меньшие давления, чем в точке a , потому что непрореагировавшее вещество не будет успевать сжимать прореагировавшее в той степени, как это имеет место в более медленной детонационной волне, где вещество сжимается ещё до реакции.

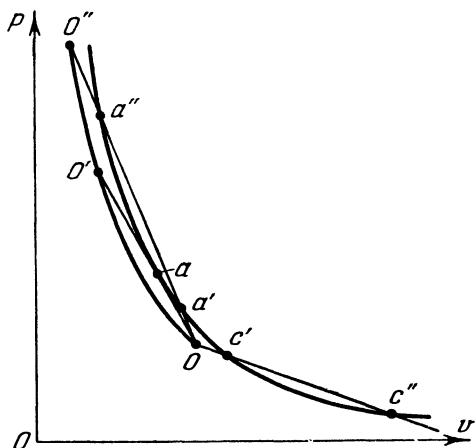
Квадрат скорости распространения любого состояния пропорционален взятому с обратным знаком тангенсу угла наклона секущей из точки O (исходное состояние), проведённой в соответствующую точку адиабаты. Поэтому, задаваясь скоростью распространения, обязанной, например, системе искр, мы находим среднее по сечению трубки состояние p, v продуктов реакции после полного сгорания просто по координатам точки a' . Для пересжатой волны с той же скоростью распространения состояние продуктов реакции определяется по координатам точки a'' .

Однако из рассмотрения продуктов реакции за фронтом горения следует, что при поджигании системой искр и при отсутствии поршня осуществится именно режим с меньшим давлением — a' (в этом режиме $D' > w' + c'$), а не пересжатая волна.

В § 9 мы рассматривали механизм химической реакции в нормальной детонационной волне и нашли, что в плоскости (p, v) последовательность превращения, испытываемого взрывчатой смесью при реакции, изображена мгновенным скачком от O до O' в ударном сжатии, при котором реакция ещё не успевает начаться, и последую-

щим расширением от O' до a по отрезку $O'a$ (фиг. 19) в ходе превращения сжатой смеси в продукты реакции. Эта химическая реакция вызвана нагреванием взрывчатой смеси при сжатии до O' ; время превращения и ширина соответствующей зоны в трубе обратно пропорциональны скорости реакции.

Пересжатая волна по механизму не отличается от нормальной: исходная смесь сжимается ударной волной



Фиг. 19.

до состояния O'' и лишь после этого достигает состояния a'' в координатах (p, v) ; за скачком из O в O'' следует непрерывное движение по отрезку $O''a''$. В соответствии с большими скоростями ($D'' > D$) и большей амплитудой пересжатой волны реакция идёт быстрее, зона реакции уже, чем в нормальной волне. Напротив, в случае недосжатой волны превращение не проходит фазу ударного сжатия. При равной скорости в недосжатой волне состояние системы изменяется непосредственно по отрезку Oa' от O до a' без скачков.

В начальном состоянии, например при комнатной температуре и атмосферном давлении, взрывчатая смесь химически инертна, и реакция, от которой зависит переход из O в a' , может начаться лишь при искусственном,

внешнем поджигании; это внешнее поджигание задаёт и скорость распространения процесса D' .

Строго говоря, при поджигании системой искр детальная картина не одномерна: в каждом данном сечении трубы вскоре после действия искры часть сечения вокруг места проскока искры занята продуктами реакции, а часть—взрывчатой смесью. Химическая реакция не идёт по всему сечению трубы, как это было в нормальной детонации, а происходит на границе раздела продуктов реакции и смеси и приводит к постепенному увеличению части сечения, занятой продуктами реакции, и уменьшению части сечения, занятой исходной смесью. Давление имеет практически одно и то же значение в различных местах одного сечения; значение это меняется от p_0 в том сечении, где только что проскочила искра и начался процесс, до $p_{a'}$, в том сечении, где реакция закончилась. Однако в различных частях одного сечения удельный объём, температура и поступательная скорость газа существенно различны для продуктов реакции и для исходной смеси. Можно говорить, что удельный объём газа меняется при реакции вдоль прямой Oa' , имея в виду лишь средний удельный объём газа в данном сечении, надлежащим образом вычисленный по удельным объёмам в обеих частях сечения.

Возможность существования недосжатой волны мы связываем с внешним, искусственным зажиганием, так как в этом случае нет поджигающей ударной волны, а молекулярная теплопроводность от продуктов горения свежей смеси (т. е. механизм медленного горения) не обеспечивает достаточной скорости распространения режима.

В принципе можно представить себе (и такая точка зрения выдвигалась в конце XIX и в начале XX в.) распространение реакции по механизму, связанному с переносом электронов или квантов света: электроны или кванты света образуются при реакции, диффундируют, вызывают впереди реакцию следующего слоя непрореагировавшего вещества и т. д. Такой механизм мог бы повести к скорости распространения, большей, чем D , при этом в естественных условиях и без внешнего поджигания осуществлялась бы недосжатая детонационная волна.

Однако в действительности мы знаем, что доля энер-

гии реакции, превращающаяся в энергию излучения или идущая на отрыв и ускорение электронов, весьма мала во всех химических реакциях при атмосферном давлении. Между тем, взрывчатые смеси при начальных условиях настолько химически инертны, что необходима большая концентрация энергии, чтобы вызывать в них химическую реакцию; поэтому практически такой механизм никогда не осуществляется.

Так как искры могут следовать друг за другом с какой угодно скоростью, все соответствующие режимы будут лежать левее точки b (фиг. 18) на вертикальной секущей, проведённой из начального состояния O . Все режимы, которые можно назвать детонационными (в отличие от режимов медленного горения), имеют скорость, большую, чем D . Точкам, лежащим между b и c , не отвечают никакие стационарные режимы, так как они соответствуют мнимой скорости распространения: тангенс угла наклона секущих, проведённых к участку bc , положителен, а квадрат скорости оказался бы отрицательным.

Секущим, проведённым из O к отрезку cd , отвечают действительные, но весьма малые по сравнению с D скорости, которые относятся к медленному горению. Скорость горения гораздо меньше скорости звука, поэтому все изменения давления, связанные с нагреванием, при горении успевают выравниваться по несгоревшему веществу, и в самом фронте пламени никакого заметного изменения давления не происходит.

Распространение пламени идёт за счёт передачи тепла от продуктов реакции к несгоревшему веществу, а также за счёт диффузии активных атомов и радикалов в область ещё инертного вещества. Поэтому скорость медленного горения существенным образом связана со скоростью молекулярных процессов переноса. Обычно скорость горения имеет порядок величины скорости звука в продуктах реакции, делённой на корень квадратный из числа столкновений n , необходимых для реакции:

$$D_{\text{горения}} \approx \frac{c}{\sqrt{n}}.$$

Скорость звука имеет, как известно, порядок величины молекулярной скорости. Корень квадратный из числа

столкновений показывает, на сколько свободных пробогов перемещается молекула за время этих столкновений при хаотическом движении. Поэтому скорость горения имеет порядок величины перемещения молекулы за время, необходимое для химической реакции.

Обычно этой скорости, т. е. несколькими метрам в секунду, отвечают секущие, весьма близкие к секущей Oc снизу. Но, во всяком случае, скорость горения не может быть больше той, которая определяется наклоном второй касательной к адиабате Od , так как правее d лежат точки уже с меньшим наклоном секущих. Им не соответствуют никакие возможные режимы, потому что секущие лежат частично выше адиабаты и требуют выделения тепла больше максимального в ходе реакции.

Из законов сохранения вещества и количества движения следует, что в режиме медленного горения промежуточные состояния между исходной смесью и продуктами реакции на (p, v) -диаграмме также лежат на прямой, соединяющей точку O с точкой на адиабате, соответствующей скорости распространения пламени, например c' .

Отличие от случая детонации заключается в том, что при горении вблизи точки O изменение состояния зависит не от весьма малой скорости химической реакции в этом состоянии, а от нагрева исходного вещества теплопроводностью от соседних слоёв, в которых температура уже высока; сама скорость распространения, как уже указывалось, зависит от теплопроводности и скорости химической реакции.

Рассматривая выделение тепла при реакции и теплопроводность в простейшем случае распространения пламени с малой скоростью при постоянном давлении, Зельдович *) показал, что температура в пламени может меняться только монотонно, от T_0 до $T_{c'}$, и не может иметь максимума. То же относится и к энтропии**). Отсюда

*) Зельдович Я. Б. и Зарембо К. С., Исследование структуры бунзеновского пламени, ЖФХ 22, 427, 1948.

***) Вполне очевидно, что если реакция протекает без передачи тепла от одной части газа к другой, то энтропия возрастает монотонно в ходе реакции. Существенно, что при стационарном режиме теплопроводность также не нарушает монотонности возрастания энтропии данной частицы газа.

можно сделать вывод, что состояния типа c'' , лежащие ниже точки d , недостижимы при горении, ибо, как видно из фиг. 19, чтобы достичь точки c'' , следуя из O по прямой, нужно пройти участок $c's''$, на котором энтропия больше, чем в c'' .

Итак, мы разделили всю адиабату на пять участков (фиг. 18):

1. Правее точки d нет возможных режимов по кинетическим соображениям.

2. От точки d до точки c имеют место режимы медленного горения, причём в точке d максимальна скорость медленного горения.

3. От точки b до точки a —*недожатая* детонационная волна, причём минимальная её скорость осуществляется в a .

4. Выше точки a —*перешитая* детонационная волна.

5. От точки c до точки b нет никаких стационарных режимов (мнимая скорость).

Таким образом, существуют максимальная скорость горения и минимальная скорость детонации, между которыми лежит пробел, отвечающий невозможным скоростям распространения стационарных процессов. Можно показать, что максимальная скорость горения пропорциональна $\frac{1}{\sqrt{Q}}$, между тем как минимальная скорость детонации пропорциональна \sqrt{Q} . Поэтому разрыв между обеими скоростями весьма велик.

Найдём скорость, отвечающую касательной Od , т. е. максимальную скорость медленного горения. Для простоты мы пренебрежём, где это будет возможно, начальным объёмом по сравнению с объёмом в точке d .

В этом приближении уравнение адиабаты выглядит так:

$$\frac{k}{k-1}pv - Q = \frac{1}{2}v(p - p_0).$$

Условие касательной в точке d пишется следующим образом:

$$\frac{p_0 - p}{v} = k \frac{p}{v},$$

откуда следует, что

$$p = \frac{p_0}{k+1}.$$

Подставляя это значение p в уравнение адиабаты, находим:

$$vp_0 = 2Q \frac{k-1}{k}.$$

Квадрат скорости распространения D_1 состояния d равен

$$D_1^2 = kv_0^2 \frac{p}{v} = \frac{k^2 p_0^2 v_0^2}{2Q(k^2 - 1)},$$

так что между D и D_1 существует следующее простое соотношение:

$$DD_1 = kp_0v_0 = c_0^2.$$

В состоянии d скорость вещества ω_1 тоже связана с D_1 равенством $D_1 = \omega_1 + c_1$, но здесь $c_1 > D_1$, а знаки ω_1 и D_1 — разные. В то время как в детонационной волне $\rho > \rho_0$, так что ω направлено туда же, куда и D , при горении $\rho < \rho_0$, и скорость направлена в обратную сторону по отношению к волне.

Для гремучей смеси имеем при $T_0 = 300^\circ \text{K}$:

$$c_0^2 = \frac{8}{7} \cdot \frac{8,3 \cdot 10^7 \cdot 300}{12} = \left(49\,000 \frac{\text{см}}{\text{сек}} \right)^2, \quad D_1 = \frac{49\,000^2}{280\,000} = 8500 \frac{\text{см}}{\text{сек}},$$

где мы положили, как раньше, $k = 8/7$, $M = 12$, $D = 2,8 \times 10^5 \text{ см/сек}$.

На самом деле при обычном горении скорость D_1 не осуществляется, а получаются режимы с гораздо меньшей скоростью. Но можно указать режим, в котором осуществляется именно скорость D_1 .

Подробно это будет рассмотрено в следующем параграфе. Здесь мы докажем только, что состояние d по отношению к исходному состоянию O вполне соответствует состоянию a по отношению к точке O' , где вещество сжато мощной ударной волной, в которой начинается химическая реакция при детонации. Иными словами, будет показано, что скорость детонации D есть максимальная скорость горения вещества, предварительно сжатого ударной волной, имеющей скорость D .

Заметим прежде всего, что точка a и точка d получаются путём проведения касательных из точек O' и O ,

отвечающих смеси одного и того же состава, к одной и той же адиабате $abcd$.

Точки O , a и O' лежат на одной прямой в (p, v) -плоскости, причём, если состояние O' достигается из O ударной волной, а состояние d из O — химической реакцией, то состояние a достигается из O' тоже химической реакцией. Скорость распространения a относительно O' как раз такая, как это требуется для стационарности всего движения.

Мы должны показать, что если O и O' связаны адиабатой Гюгонио для ударной волны, а O и a — адиабатой для детонационной волны, то O' и a тоже связаны адиабатой, т. е. уравнениями сохранения потока вещества, количества движения и энергии, так же как точки O и d .

Точки O , a и O' лежат на одной прямой, поэтому

$$\frac{p_{O'} - p_O}{v_O - v_{O'}} = \frac{p_a - p_O}{v_O - v_a} = \frac{p_{O'} - p_a}{v_a - v_{O'}} = -\operatorname{tg} \alpha,$$

где α — угол наклона этой прямой к оси v . Величина $\operatorname{tg} \alpha$ связана с массовым потоком, т. е. с массой, проходящей через единицу поверхности за единицу времени.

В системе координат, движущейся вместе с волной, невозмущённое вещество имеет скорость $-D$. Следовательно, его массовый поток j_O равен $-\rho_O D = -\frac{D}{v_O}$. Но величина D^2 равна, как мы знаем:

$$D^2 = v_O^2 \frac{p_{O'} - p_O}{v_O - v_{O'}}$$

или

$$j_O^2 = \frac{D^2}{v_O^2} = -\operatorname{tg} \alpha.$$

Таким образом, все три массовых потока одинаковы, как это и требуется условием стационарности. Если бы из состояния O' в a шёл меньший массовый поток, чем из O в O' , то в состоянии O' происходило бы накопление вещества.

Покажем теперь, как из равенства массовых потоков следует, что O' и a связаны адиабатой Гюгонио.

Для точек O' и O имеем уравнения сохранения, записанные через массовые потоки:

$$\begin{aligned} \rho_0 D &= \rho_{O'} D_{O'} = j_{O'}, \\ p_0 + j_0^2 v_0 &= p_{O'} + j_0^2 v_{O'}, \\ H_0 + \frac{1}{2} j_0^2 v_0^2 &= H_{O'} + \frac{1}{2} j_0^2 v_{O'}^2. \end{aligned}$$

Аналогичным образом составляются и уравнения для состояний O и a , причём под H понимается вся энтальпия, включая и её химическую часть:

$$\begin{aligned} \rho_0 D &= \rho_a D_a = j_0, \\ p_0 + j_0^2 v_0 &= p_a + j_0^2 v_a, \\ H_0 + \frac{1}{2} j_0^2 v_0^2 &= H_a + \frac{1}{2} j_0^2 v_a^2. \end{aligned}$$

Сравнивая теперь правые части обеих систем равенств, получаем:

$$\begin{aligned} \rho_{O'} D_{O'} &= \rho_a D_a = j_0, \\ p_{O'} + j_0^2 v_{O'} &= p_a + j_0^2 v_a, \\ H_{O'} + \frac{1}{2} j_0^2 v_{O'}^2 &= H_a + \frac{1}{2} j_0^2 v_a^2. \end{aligned}$$

Это и доказывает, что O' действительно связано с a уравнениями адиабаты Гюгонио для полного сгорания.

Пусть построена целиком адиабата Гюгонио для полного сгорания, причём состояние O' принято как исходное. Эта кривая отнюдь не совпадает с адиабатой полного сгорания, построенной для точки O как исходной. Вид адиабаты существенно зависит от начального состояния. Но, как мы показали только что, точка a принадлежит обеим адиабатам. Остаётся ещё показать, что обе адиабаты имеют в точке a общую касательную.

Во всём рассуждении, проводившемся до сих пор, не предполагалось, что прямая OaO' касается адиабаты, построенной для *нижнего* состояния как исходного. Любая точка, общая этой адиабате и прямой OaO' , принадлежит и адиабате, построенной для *верхнего* состояния как исходного.

Поэтому, проведя прямую $Oa'a''O''$, пересекающую адиабату для нижнего состояния в двух точках a' и a'' , мы можем быть уверены, что через эти точки проходит

и адиабата верхнего состояния. Но если свободная детонационная волна идёт без поджатия сзади и без искусственного поджигания, то точки a' и a'' должны слиться в одну точку на адиабате нижнего состояния.

Но так как они всё время остаются и на адиабате верхнего состояния, при их слиянии прямая OaO' должна стать касательной и к этой адиабате, что и утверждалось. Вторая (нижняя) касательная, проведённая из исходного состояния к адиабате полного сгорания, отвечает максимальной скорости горения D_{\max} .

Тем самым мы показали, что режим протекания химической реакции в детонационной волне аналогичен режиму максимальной скорости горения вещества, предварительно сжатого ударной волной до состояния O' . При этом массовая скорость сжатого вещества O' относительно несжатого равна массовой скорости сжатого вещества относительно продуктов реакции.

§ 11. Горение с принудительной скоростью поджигания

Итак, мы рассмотрели всю область стационарных режимов распространения химической реакции, и оказалось, что имеется интервал скоростей, которому не отвечают никакие стационарные режимы. Но уже в предыдущем параграфе говорилось, что можно навязать газу любое значение скорости распространения химической реакции, например, поджигая его системой бегущих маленьких искр; смесь в § 10 полагалась покоящейся и в заданном начальном состоянии.

В мысленном опыте, в котором искусственно задаётся произвольное значение скорости при данном начальном состоянии покоящейся смеси в трубе, заранее определено лишь значение скорости в лабораторной системе координат, т. е. задана скорость пламени относительно стенок трубы, или, что то же, относительно покоящейся в данный момент взрывчатой смеси. Очевидно, что если пламя будет распространяться не слишком быстро, оно будет возмущать смесь впереди себя, изменяя её плотность, давление и сообщая ей поступательную скорость. В результате в реакцию вступит движущийся газ в состоянии, отличном от начального.

Если дана, например, определённая скорость распространения реакции (горения) в трубе, искусственно заданная искрами или какой-либо иной причиной, то этой скоростью ещё нельзя воспользоваться для того, чтобы из точки O , изображающей начальное состояние, провести прямую

$$p = p_0 + \frac{D^2}{v_0^2} (v_0 - v)$$

и по её пересечению с адиабатой Гюгонио найти состояние продуктов реакции. Как мы видели, такое пересечение и не всегда существует, например, в тех случаях, когда D меньше минимальной скорости детонации и больше максимальной скорости горения, которые приносят с собой сколь угодно малую дополнительную энергию. Вместо искр можно применить и детонирующий шнур, предполагая, что выделяемая им энергия достаточно мала по сравнению с энергией газа.

Такое принудительное поджигание вызывает вполне определённую скорость распространения горения перпендикулярно к оси трубки. Но, во всяком случае, газ в любом сечении сгорит за конечное время t_0 . За это же время поджигание уйдёт вперёд на расстояние Dt_0 , где D —заданная скорость поджигания. Следовательно, величина Dt_0 характеризует ширину фронта горения.

Применяя законы сохранения к сгоревшему и несгоревшему газу, мы всегда будем помещать контрольные поверхности впереди и позади фронта горения, учитывая, что сам фронт размыт на величину Dt_0 .

Таким образом, если рассматривать большие промежутки времени и трубки достаточной длины, то можно осуществить режим с любой наперёд заданной—естественно или искусственно созданной—скоростью распространения фронта горения.

На первый взгляд это противоречит результату предыдущего параграфа—невозможности реакции со скоростью, заключённой в широком интервале между максимальной скоростью горения и минимальной скоростью детонации.

Однако следует иметь в виду, что речь шла о возможности или невозможности данной скорости распростране-

ния относительно исходной смеси, которая в расчётах предполагалась покоящейся.

В действительности необходимо решить гораздо более сложную задачу о движении газа перед фронтом пламени и о горении движущегося газа. Решению этой задачи и посвящён настоящий параграф.

Нагревание и расширение газа в трубе вызовут движение, поэтому режим горения будет, вообще говоря, зависеть от того, распространяется ли пламя от закрытого или от открытого конца трубы. В первом случае скорость газа всегда равна нулю на закрытом конце трубы. Во втором случае при дозвуковом вытекании давление на открытом конце равно внешнему давлению. Первый случай приближённо рассматривали Я. Б. Зельдович и К. И. Щёлкин в 1940 г.*).

Для настоящей книги оба случая были рассчитаны по нашему предложению Г. М. Гандельманом: второй случай наново, а первый—более точно. Ввиду того, что общие формулы имели бы очень сложный вид, были приняты следующие числовые значения постоянных:

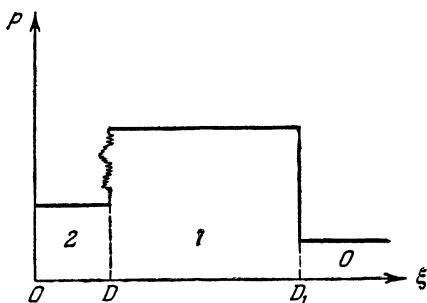
$$c_v = 5, \quad c_p = 6, \quad Q = 45,$$

где за единицу теплоёмкости принята газовая постоянная смеси, отнесённая к одному грамму, а за единицу теплоты реакции $\frac{p_0}{\rho_0}$, т. е. частное от деления начального давления на начальную плотность. Сами величины p_0 и ρ_0 тоже приняты за единицы.

Рассмотрим сначала распространение пламени от закрытого конца длинной трубы. Допустим сначала, что скорость пламени невелика. Нагревание вызовет повышение давления в газе, которое распространится по газу вперёд со скоростью, равной скорости звука в невозмущённом газе. Распределение давлений впереди фронта пламени будет в точности таким же, как впереди медленно движущегося поршня.

*) Б а м - З е л и к о в и ч Г. М., Сборник «Теоретическая гидромеханика» № 4, Оборонгиз, 1949; С е д о в Л. И., Методы подобия и размерности в механике, Гостехиздат, 1954; З е л ь д о в и ч Я. Б., О распределении давления и скорости в продуктах детонационного взрыва, в частности при сферическом распространении детонационной волны, ЖЭТФ 12, 1 389, 942.

Хотя картина движения в целом нестационарна, но если ввести переменную $\xi = \frac{x}{t}$ *), то в этой переменной получится всегда одинаковое распределение давлений в зависимости от ξ . В самом деле, положение фронта горения мы найдём, подставляя $x = Dt$, так что $\xi = D$. Из соображений размерности ясно, что все величины размерности скорости должны зависеть от координаты только в комбинации $\frac{x}{t}$, ибо в задаче нет других комбинаций этой размерности. Если скорость ударной волны D_1 , то



Фиг. 20.

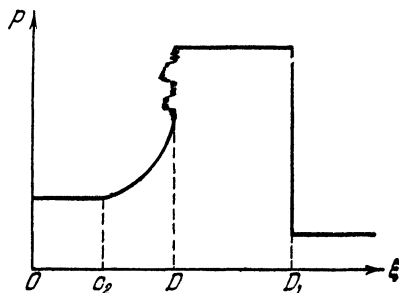
её координата есть $x_1 = D_1 t_1$, и в новой переменной ξ ударная волна всегда находится при $\xi = \xi_1 = D_1$. Здесь мы имеем дело с автомоделным движением (см. § 7).

До тех пор пока скорость D меньше, чем скорость звука в продуктах горения c_2 , давление и скорость вещества позади фронта горения успевают выравниваться, но так как скорость у закрытого конца равна нулю, то она должна равняться нулю всюду позади фронта горения. Распределение давлений в зависимости от переменной ξ схематически изображено на фиг. 20.

На ней 0 относится к первоначальному веществу, 1—к веществу, сжатому ударной волной, 2—к продуктам горения. Распределение давлений и скоростей такого вида получается до тех пор, пока D не достигает значе-

*) Зельдович Я. Б., Теория ударных волн и введение в газодинамику, Изд. Академии наук СССР, 1946, § 6.

ния 3,22, когда оно как раз равно c_2^*). Если D становится больше c_2 , то в области 2 должна образоваться волна разрежения, потому что возмущения в сгоревшем газе распространяются со скоростью c_2 и значение скорости, равное нулю на закрытом конце, не успевает стать равным нулю на фронте горения. В области 2 волна разрежения нестационарна в переменных x, t , но имеет постоянную форму в переменной ξ . Распределение давлений выглядит приблизительно так, как показано на фиг. 21.



Фиг. 21.

Ниже, на фиг. 26, а, изображена зависимость скорости распространения ударной волны D_1 относительно невозмущённого газа как функции от D , т. е. от скорости поджигания, заданной в лабораторной системе. До тех пор пока D меньше чем 6,48, общая картина поджигания впереди фронта всегда нестационарна. Значение $D=0,2$, т. е. максимальная скорость медленного горения, ничем не выделено: и меньшие, и бóльшие значения D отвечают в качественном отношении нестационарной картине движения.

Пусть режим горения отвечает скорости, которая больше, чем максимальная скорость горения, и меньше, чем

*) Если p_0 и ρ_0 положены равными 1, то единица скорости равна $\sqrt{\frac{p_0}{\rho_0}} = \frac{c_0}{\sqrt{\frac{6}{5}}} = 0,9c_0$. В этих единицах D_{\min} (нормальная

скорость детонации) равна 6,48. Максимальная скорость медленного горения равна 0,2.

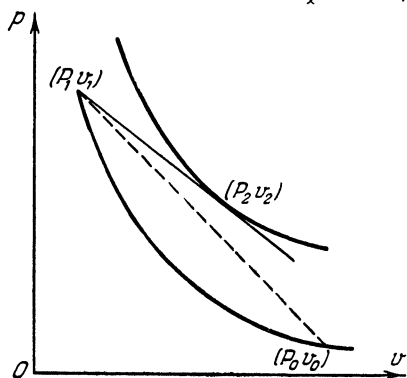
минимальная скорость детонации. Тогда скорость фронта пламени относительно газа, сжатого ударной волной, меньше, чем максимальная скорость горения этого газа. Максимальная скорость горения сжатого газа, конечно, отличается от того значения, которое она имеет в несжатом газе (см. § 10). Кроме того, надо учесть, что сжатый газ движется, поэтому скорость фронта пламени относительно сжатого газа не такая, как относительно стенок трубы.

Покажем это на следующем примере. Пусть $D=2$. По графику 26, б (см. ниже) можно определить, что давление в ударной волне равно в этом случае $p_1=5,4$. Отсюда определяем объём по формуле (3,3); он равен 0,272. Температура в ударной волне составляет 1,47 температуры исходного газа. Но так как минимальная скорость детонации зависит только от теплоты реакции (см. (8,8)) и тепловая энергия сжатого газа, как мы видим, возросла мало, можно утверждать, что минимальная скорость детонации относительно сжатого газа осталась такой же, какой была в исходном веществе. Скорость звука в сжатом газе возросла в отношении $\left(\frac{T_1}{T_0}\right)^{1/2}=1,215$. Поэтому максимальная скорость горения сжатого газа согласно соотношению $D_{\max}=\frac{c_1^2}{D_{\min}}$ тоже изменится в отношении $\frac{c_1^2}{c_0^2}=1,47$ и будет несколько меньше, чем 0,3. Между тем, скорость газа в ударной волне $w=\sqrt{4,4 \cdot 0,728}=1,79$, так что относительно газа скорость горения составляет $2-1,79=0,21$, т. е. меньше, чем максимальная скорость горения этого газа 0,3. Отсюда видно, что относительно любого состояния скорость поджигания всегда или меньше максимальной скорости горения, или больше минимальной скорости детонации. Попытка навязать промежуточную скорость всегда приводит к образованию ударной волны впереди фронта горения, так что горение сжатого газа имеет скорость в разрешённом для неё интервале.

Рассмотрим теперь тот случай, когда $D > 3,22$, т. е. когда позади фронта пламени образуется волна разрежения (фиг. 21).

На фронте горения должно иметь место соотношение $D = \omega_2 + c_2$, которое всегда выполняется в волне разреже-

ния. ω_2 означает скорость продуктов горения непосредственно за фронтом. В точке c_2 (фиг. 21) $\xi = c_2$. Таким образом, по отношению к сжатому газу горение происходит так, как это должно иметь место в детонационной волне: скорость волны относительно продуктов горения $D - \omega_2$ равна местной скорости звука в продуктах горения c_2 . Это наглядно показано на фиг. 22, где нижняя



Фиг. 22.

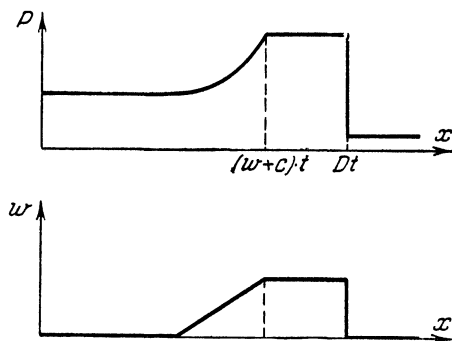
адиабата описывает сжатие газа ударной волной от состояния (p_0, v_0) до состояния (p_1, v_1) , а верхняя адиабата построена для продуктов горения с начальным состоянием (p_1, v_1) *).

В таком режиме давление в ударной волне p_1 и давление, достигаемое после сгорания p_2 , тем больше, чем выше скорость горения. При $D = D_{\min}$ давление после сгорания такое, как получается по условию касания, а p_1 вдвое больше p_2 (см., например, фиг. 19). Так как ширина зоны, в которой достигается наивысшее давление, т. е. $(D - D_1) t$, уменьшается с приближением D к D_{\min} , наибольшее разрушительное действие должно быть достигнуто при D_1 , несколько меньшем, чем D_{\min} .

Условие $D - \omega_2 = c_2$ графически выражается в том, что прямая $(p_1 v_1; p_2 v_2)$ касательна к верхней адиабате.

*) При построении этой адиабаты начальным состоянием считалось (p_1, v_1) . Адиабата касается прямой $(p_1 v_1; p_2 v_2)$, но не прямой $(p_1 v_1; p_0 v_0)$ в соответствии с нестационарностью режима.

То же самое имело место и при детонации, но тогда и начальное состояние лежало на той же самой прямой. Пока скорость поджигания меньше скорости детонации, наклон прямой $(p_0 v_0; p_1 v_1)$ больше наклона $(p_1 v_1; p_2 v_2)$. Поэтому точки D и D_1 на фиг. 20 не совпадают и режим нестационарен в координате x . Нестационарность заключается в том, что расстояние между точками D и D_1 всё время растёт, как $(D - D_1)t$. Некий объём газа сначала сжимается ударной волной, а потом, через промежуток времени t_1 , тем больший, чем дальше этот объём находится от закрытого конца трубы, поджигается искрой.

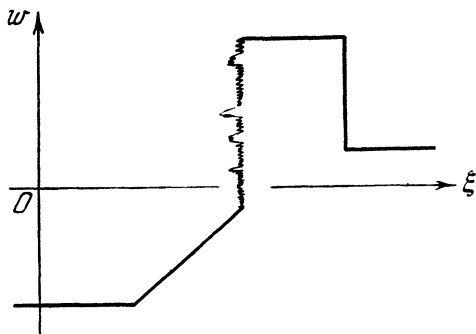


Фиг. 23.

Ясно, что непостоянство t_1 никак не допускает интерпретации процесса горения как вызванного сжатием в ударной волне. Если газ поджигается волной, то от момента сжатия до любой фазы реакции всегда должно проходить одно и то же время для данного состава и состояния исходной смеси. Только когда амплитуда ударной волны достаточна, чтобы поджечь газ, процесс делается стационарным. Тогда $D_1 = D$, т. е. скорость поджигания равна скорости детонации (в численном примере это составляет 6,48); обе прямые на фиг. 22 сливаются и устанавливается стационарный режим детонации, который не нуждается в поджигании, чтобы распространяться.

Если мы хотим превысить скорость $D = \sqrt{2Q(k^2 - 1)}$, не производя поджатия сзади, то нужно опять прибегнуть к поджиганию. При этом режим будет вполне стационар-

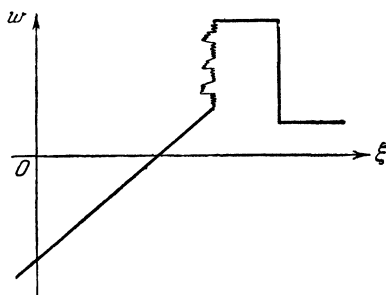
рен, причём соответствующие состояния во фронте горения изображаются точками на отрезке ab (фиг. 18). При увеличении скорости соответствующие состояния переме-



Фиг. 24.

щаются от a к b . Распределение p и w в случае режимов со скоростью, превращающей $\sqrt{2Q(k^2 - 1)}$, показано на фиг. 23.

Так как $D > w + c$, расширение начинается не сразу после окончания горения. Отметим, что давление и ско-

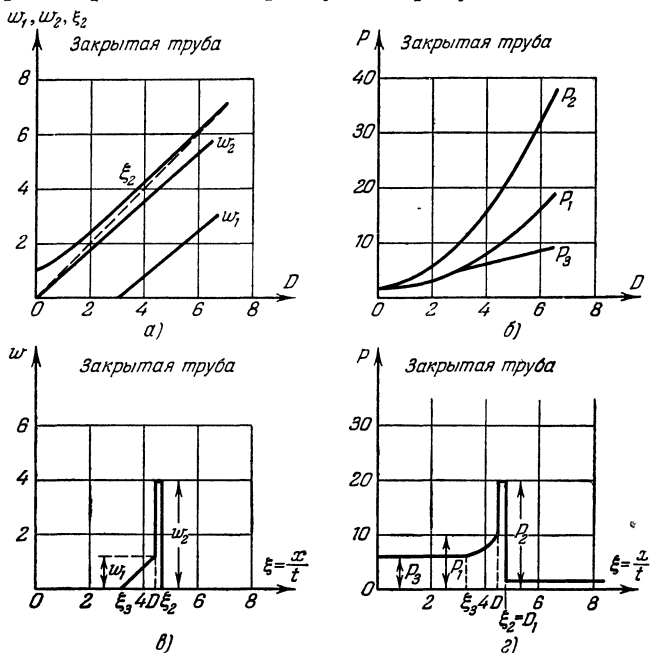


Фиг. 25.

рость газа во фронте при искусственном поджигании со скоростью, большей, чем $\sqrt{2Q(k^2 - 1)}$, меньше, чем при нормальной детонации, поскольку осуществляется недосжатая волна.

Рассмотрим теперь распространение пламени от открытого конца трубы.

В этом случае при малых скоростях истечения надо считать давление равным внешнему давлению (т. е. $p = 1$) на открытом конце. Скорость w_2 в лабораторной системе теперь направлена в обратную сторону по отношению к



Фиг. 26.

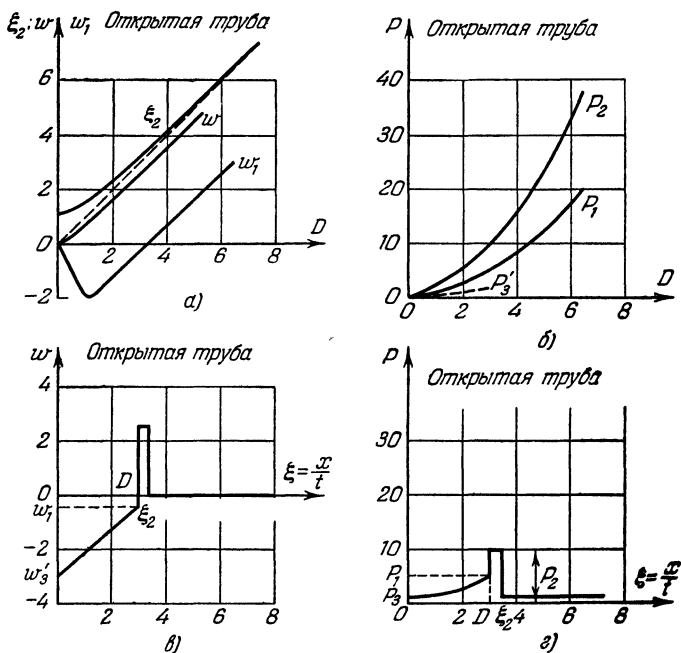
скорости поджигания D . Поэтому разность $D - w_2 = D + |\omega_2|$. Эта величина становится равной c_2 уже при $D = 0,934^*$.

После этого позади фронта образуется волна разрежения, которая сначала занимает часть трубки за фронтом пламени, а потом доходит до открытого конца. Скорость

*) При горении от закрытого конца трубы скорость продуктов горения в лабораторной системе w_2 равнялась нулю, хотя и в открытой и в закрытой трубе скорость продуктов реакции относительно смеси перед фронтом пламени отрицательна.

продуктов реакции всё ещё имеет обратное направление по отношению к D . Распределение скорости имеет такой вид, как на фиг. 24 (пока волна разрежения не дошла до открытого конца).

Скорость продуктов горения непосредственно за фронтом пламени отрицательна, что имеет место до $D=3,22$.



Фиг. 27.

Распределение скоростей при бóльших значениях D показано на фиг. 25.

Когда скорость продуктов горения за пламенем становится положительной, горение в открытой трубе уже ничем не отличается от горения в закрытой трубе (впереди фронта пламени, конечно). При $D=6,48$ достигается стационарная детонация.

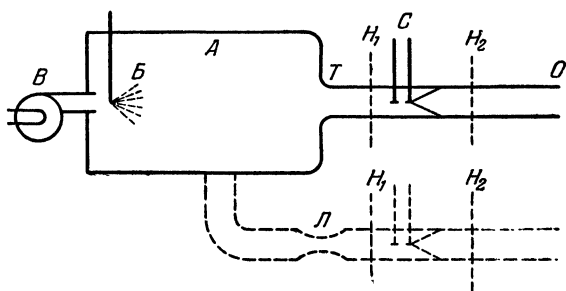
В заключение приводим результаты Г. М. Гандельмана в виде графиков скоростей и давлений w_1, p_1, w_2, p_2

в зависимости от D и распределение скоростей в переменной ξ (фиг. 26, $a-g$, 27, $a-g$). Индекс 3 относится к продуктам реакции после прохождения волны разрежения. Верхний индекс ' (p'_3 , w'_3) указывает на то, что соответствующая величина относится к открытому концу трубы.

§ 12. Стационарное горение в потоке

Рассмотрим теперь стационарное горение в потоке, считая, что параметры, характеризующие поток, претерпевают непрерывное изменение. Мы будем пренебрегать при этом теплоотдачей и трением газа о стенки трубы, в которой заключён поток.

На фиг. 28 показана установка для соответствующего опыта. В камере A находится взрывчатая смесь под опре-



Фиг. 28.

делённым постоянным давлением. Можно представить себе, например, что в камеру непрерывно подаётся воздух компрессором B и топливо форсункой B , так что состав и давление взрывчатой смеси в камере поддерживаются постоянными, несмотря на истечение смеси. К камере присоединена труба T , по которой смесь вытекает в атмосферу через отверстие O . В трубе помещена «свеча» C зажигания вроде той, которая применяется в двигателях внутреннего сгорания.

В слое смеси, достигшем C , происходит воспламенение; по мере движения смеси вправо пламя распространяется, так что в сечении H_2 через трубу текут только продукты горения. Предполагается, что скорость пламени

меньше, чем скорость потока, так что пламя не распространяется навстречу потоку налево, и в сечении H_1 левее C течёт исходная смесь, а продуктов горения нет. Пламя образует перевёрнутый бунзеновский конус, вершина которого висит на свече C .

Внизу пунктиром показана постановка опыта, относящаяся к горению сверхзвукового потока. Для осуществления сверхзвукового потока, как известно, между резервуаром, в котором газ покоится, и трубой, в которой движется поток, должно находиться сопло L .

Остановимся сначала на соотношении между состоянием (p_1, v_1, T_1) и скоростью w_1 смеси в сечении H_1 и состоянием (p_2, v_2, T_2) и скоростью w_2 (продуктов горения), в сечении H_2 . Энергией, вносимой источником зажигания, можно пренебречь. В рассматриваемой задаче зона горения «привязана» к свече C и в лабораторной системе координат покоится.

Очевидно, что все соотношения ничем не отличаются от соотношений, выведенных ранее для случая распространения пламени в газе, находящемся в покое перед фронтом пламени, если состояние перед фронтом пламени есть (p_1, v_1, T_1) , а скорость пламени w_1 .

При данном начальном состоянии взрывчатой смеси до реакции в сечении H_1 все возможные состояния продуктов горения изображаются адиабатой Гюгонио в плоскости (p, v) . Поскольку нам задана скорость газа в сечении H_1 , на адиабате Гюгонио мы должны выбрать точку пересечения адиабаты с прямой, наклон которой соответствует скорости w_1 :

$$p_2 = p_1 + \frac{w_1^2}{v_1^2}(v_1 - v_2).$$

Разным участкам адиабаты Гюгонио соответствуют различные режимы истечения и горения.

Нормальное горение (участок dc на фиг. 18) осуществляется при медленном движении взрывчатой смеси со скоростью, значительно меньшей, чем скорость звука; при этом участок, реализующийся в действительности, соответствует дозвуковой скорости истечения сгоревшего газа в сечении H_2 . Участок de на фиг. 18, не реализующийся в действительности, формально соответствует сверхзвуко-

вому истечению сгоревшего газа при дозвуковом потоке газа, поступающего в зону реакции. Неосуществимость такого режима означает невозможность перехода дозвукового потока в сверхзвуковой в трубе постоянного сечения при выделении в газе энергии.

Все детонационные режимы (участок bf на фиг. 18) соответствуют $\omega_1 \geq D$, т. е. сверхзвуковой скорости газа в сечении H_1 . Для стационарного детонационного горения необходимо получить сверхзвуковой поток с помощью сопла; для этого нужна постановка опыта, показанная пунктиром на фиг. 28*).

При этом участок кривой af соответствует дозвуковому течению продуктов реакции, а участок ab —сверхзвуковому течению. Точка касания a , в которой удовлетворено условие, необходимое для свободной стационарной детонации, соответствует так называемому критическому истечению со скоростью, в точности равной скорости звука.

Естественно, что исследователи, специально интересовавшиеся горением газа в потоке, самим существом дела были приведены к следствиям, вполне аналогичным тем результатам, которые получаются при распространении пламени в трубах.

В работах Абрамовича и Вулиса и др.***) выведены выражение адиабаты Гюгонио и соответствующие выражения скоростей ω_1 и ω_2 применительно к горению в потоке, показана невозможность перехода от дозвукового к сверхзвуковому потоку.

Это доказательство по существу вполне соответствует нашему замечанию, что на прямой, изображающей изменение состояния в (p, v) -плоскости при химической реакции, сопровождающейся выделением тепла, есть отрезок (между двумя точками пересечения с адиабатой), на котором запас энергии газа больше, чем это возможно при полном выделении энергии реакции (см. § 8). Таким обра-

*) Отметим, что вследствие большой величины скорости детонации для практического осуществления такого опыта потребовались бы весьма высокое давление и высокая температура газа в резервуаре.

**) Абрамович Г. Н., Прикладная газовая динамика, Гостехиздат, 1949; Абрамович Г. Н. и Вулис Л. А., К механике распространения детонации и горения, ДАН 55, 111, 1947.

зом, показана невозможность состояний, лежащих на отрезке de при нормальном горении дозвукового потока.

Если детонационное горение сверхзвукового потока осуществляется без участия поджигания (свечи C) и смесь вступает в зону реакции после сжатия стационарной ударной волной, то следует иметь в виду, что в ударной волне поток превращается в дозвуковой. Таким образом, из невозможности перехода от дозвукового потока к сверхзвуковому при выделении тепла, т. е. при горении, вытекает невозможность осуществления участка ab адиабаты (недожатой волны) при детонационном горении без внешнего поджигания.

Совершенно так же, как и при распространении пламени по покоящемуся газу, при горении в потоке адиабата Гюгонио разрешает осуществляться скоростям потока, которые либо меньше, чем максимальная скорость горения, либо больше, чем минимальная скорость детонации.

В широком интервале между обоими экстремальными значениями скорости нет никакого режима, удовлетворяющего уравнениям сохранения.

Возникает законный вопрос: что же произойдет, если создать поток с такой промежуточной скоростью ω_1 и включить зажигание *)?

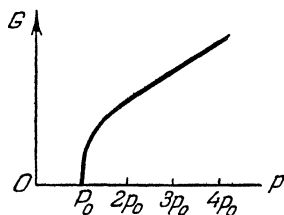
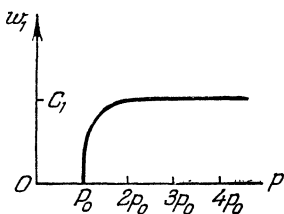
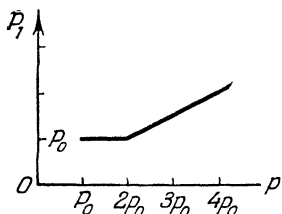
Высказывалось предположение, что при таком значении ω_1 химическая реакция не сможет дойти до конца и выделится лишь часть теплоты реакции Q' , притом такая часть, что для этого Q' заданное значение ω_1 окажется возможным**). Такое предположение совершенно не согласуется с молекулярной картиной протекания химической реакции. Очевидно, что при высокой температуре, при наличии реагирующих веществ, вдали от условий химического равновесия реакция будет продолжаться и будет выделяться тепло. Движение газа как целого не может влиять на реакцию; нет механизма, который мог бы по-

*) Заметим, что, в частности, при $\omega_1 = c_1$, т. е. при критическом исхождении исходной смеси, стационарное горение невозможно.

***) Напомним, что при большом Q максимальная скорость горения обратно пропорциональна $\frac{1}{\sqrt{Q}}$, а минимальная скорость детонации прямо пропорциональна \sqrt{Q} , так что при уменьшении Q сужается интервал невозможных в стационарном режиме скоростей.

вести к остановке реакции при той или иной скорости газа.

Для выяснения того, что происходит при той или иной скорости газа, необходимо определить, возможно ли физически задание произвольного значения скорости и состояния газа в стационарном режиме.



Фиг. 29.

Рассмотрим сначала более простой случай истечения газа из резервуара без горения. Сверхзвуковое и дозвуковое истечение существенно отличаются по своим свойствам, и мы рассмотрим их отдельно, начав с дозвукового истечения, т. е. с постановки опыта без сопла *).

В дозвуковом потоке давление на выходе не отличается от атмосферного давления p_0 в окружающей среде, куда вытекает струя. Очевидно, что и по всей длине участка трубы с постоянным сечением давление равно p_0 . В зависимости от давления в резервуаре p (фиг. 29) меняется только скорость движения газа в трубе w_1 : чем выше p , тем больше w_1 . Однако рост w_1 продолжается лишь до тех пор, пока w_1 не достигает величины скорости звука c_1 , что происходит при давлении $p \approx 2p_0$. Как

известно, без сопла нельзя получить сверхзвукового потока при любом давлении. Начиная с вышеуказанного давления, истечение становится критическим. При даль-

*) Теория истечения без химической реакции более подробно изложена в следующих работах: Абрамович Г. Н., Прикладная газовая динамика, Гостехиздат, 1949; Вулис Л. А., О переходе через скорость звука в газовом течении, ДАН 54, 669, 773, 1946; Зельдович Я. Б., Теория ударных волн и введение в газовую динамику, Изд. Академии наук СССР, 1946.

нейшем повышении давления скорость истечения больше не изменяется*), зато давление газа в трубе уже не равно атмосферному, а равно приблизительно $0,5 p$.

На фиг. 29 представлен график зависимости p_1 и ω_1 от p .

В практической постановке опыта всегда большой интерес представляет зависимость так называемого расхода (количества) газа, вытекающего из резервуара в единицу времени, от давления в резервуаре. Обычно требуется определять давление в резервуаре при данной производительности компрессора.

Расход G равен произведению плотности газа ρ_1 на скорость истечения ω_1 и на величину сечения трубы F . Расход G в зависимости от давления показан на фиг. 29.

Проследим за теми же величинами p_1 , ω_1 и G при горении потока. При малой скорости газа мала также и скорость движения продуктов горения. Очевидно, что при дозвуковой скорости продуктов горения, давление p_2 в их потоке, т. е. в сечении H_2 и правее, не отличается от атмосферного давления p_0 . Как уже было показано, при медленном горении газ расширяется и давление его падает на величину, пропорциональную скорости горения. Поэтому в сечении H_1 давление p_1 несколько выше p_2 , т. е. выше p_0 на величину

$$\begin{aligned} p_1 - p_2 &= p_1 - p_0 = \rho_1 \omega_1 (\omega_2 - \omega_1) = \rho_1 \omega_1^2 \left(\frac{\rho_1}{\rho_2} - 1 \right) \approx \\ &\approx \rho_1 \omega_1^2 \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right) = \rho_1 \omega_1^2 \left(\frac{Q + c_p T_1}{c_p T_1} - 1 \right) = \rho_1 \omega_1^2 \frac{Q}{c_p T_1} **). \end{aligned}$$

Наконец, применяя закон Бернулли к истечению газа из резервуара до сечения H_1 , найдём:

$$p - p_1 = \frac{1}{2} \rho_1 \omega_1^2, \quad p - p_0 = \frac{1}{2} \rho_1 \omega_1^2 \left(1 + 2 \frac{Q}{c_p T_1} \right);$$

сравнивая это выражение с законом Бернулли для дозвукового истечения без горения, мы убеждаемся в том, что при горении необходимо более высокое давление в резер-

*) Для простоты мы полагаем, что температура газа в резервуаре—одна и та же при различных давлениях.

**) Плотность изменяется в основном за счёт повышения температуры при горении.

вуаре для того, чтобы получить скорость, равную скорости холодного газа в трубе или равный расход газа через данную трубу.

Если при данном давлении в резервуаре p без горения получается определённая скорость истечения холодного газа ω'_1 , то при включении зажигания и при сохранении того же давления в резервуаре происходит перестройка потока. Давление перед зоной реакции повышается. Расход G и скорость ω_1 газа уменьшаются:

$$G = \frac{G'}{\sqrt{1 + \frac{2Q}{c_p T_1}}}, \quad \omega_1 = \frac{\omega'_1}{\sqrt{1 + \frac{2Q}{c_p T_1}}},$$

хотя скорость продуктов горения и больше первоначальной скорости холодного газа без горения *):

$$\omega_2 = \omega_1 \left(1 + \frac{Q}{c_p T_1} \right) = \omega'_1 \frac{1 + \frac{Q}{c_p T_1}}{\sqrt{1 + \frac{2Q}{c_p T_1}}} > \omega'_1.$$

Перестройка потока, происходящая при включении зажигания, является в точности такой же, как если бы мы вместо зажигания сузили конец трубы. Очевидно, что при этом также уменьшился бы расход газа при данном давлении, соответственно уменьшилась бы линейная скорость и повысилось бы давление газа в несуженной части трубы. Зажигание влияет так же, как сужение с уменьшением сечения в $\sqrt{1 + \frac{2Q}{c_p T_1}}$ раз.

При малом давлении в резервуаре ω_1 и G при горении пропорциональны $\sqrt{p - p_0}$ и растут с увеличением p . Однако мы знаем, что величина ω_1 ограничена максимальным возможным значением скорости медленного горения D_{\max} . Что же происходит, когда при повышении давления при некоторой величине p_m ω_1 достигает значения D_{\max} ? При скорости D_{\max} состояние продуктов горения описывается точкой касания прямой, проведённой из на-

*) В данном потоке при горении массовая скорость и поток газа, очевидно, одинаковы во всех сечениях и для продуктов горения и для холодного газа $G_1 \equiv G_2$, $\rho_1 \omega_1 \equiv \rho_2 \omega_2$.

чальной точки к адиабате Гюгонио, т. е. точкой d в (p, v) -плоскости (фиг. 18). При этом скорость продуктов горения в точности равна скорости звука в нашей системе координат, где пламя покоится. Таким образом, при $\omega_1 = D_{\max}$ достигается критическое истечение продуктов горения.

Отсюда легко понять, что произойдет при дальнейшем повышении давления: начиная с того момента, когда будет достигнуто критическое истечение, условие равенства давления сгоревшего газа и внешнего давления перестанет быть обязательным, так как продукты горения движутся со скоростью звука. Поэтому, когда давление p будет выше p_m , как всегда при критическом истечении, все давления во всех частях аппарата (p_1, p_2) возрастут пропорционально p . Следовательно, если при $p = p_m$ мы имеем: $p_2 = p_0$, то, когда $p > p_m$, соответственно и $p_2 > p_0$; продукты горения вытекают с давлением выше атмосферного и расширяются уже после выхода из трубы.

По газовым законам плотность возрастает пропорционально давлению. Линейная скорость газа при любом $p > p_m$ будет в любой части аппарата оставаться одной и той же, так как известно, что D_{\max} (равная ω_1) и скорость звука в продуктах горения c_2 (равная ω_2) не зависят от давления.

Наглядно это можно объяснить таким образом. Скорость зависит от отношения действующей силы, пропорциональной разности давлений, к ускоряемой массе, пропорциональной плотности. Поэтому естественно, что, начиная с того момента, когда p_2 становится пропорциональным p , так что и разность $p - p_2 \sim p$, ω_2 достигает постоянного значения и не изменяется при увеличении p .

Смысл D_{\max} как максимальной возможной скорости стационарного горения связан с явлением критического истечения продуктов горения совершенно так же, как это имеет место для величины c_1 при истечении газа без горения.

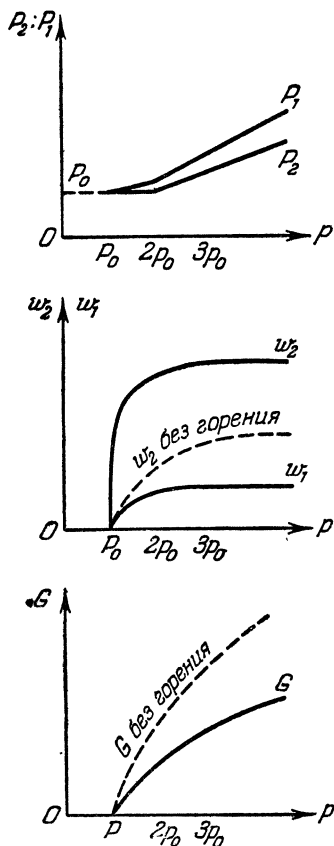
Здесь снова наблюдается далеко идущая аналогия между влиянием горения на поток и влиянием сужения трубы. Когда достигается критическое истечение в суженной части, в цилиндрической части будет достигнуто определенное значение ω_1 . Если давление повышается дальше,

G растёт, как p , но и плотность растёт в том же отношении, так что ω_1 остаётся постоянным, хотя и меньшим, чем c_1 ; скорость, равная c_1 , достигается лишь в сужении. Это и выясняет, каким образом горение может ограничивать максимальную скорость потока.

На фиг. 30 графики расхода, скорости и давления при горении сопоставлены с такими же кривыми для холодного газа (последние нанесены пунктиром).

При истечении из резервуара через сужающееся сопло и цилиндрическую трубу скорость вытекающего газа никогда не может превысить местной скорости звука в вытекающем газе. В отсутствие горения это относится к холодному газу: $\omega_1 \leq c_1$. При горении это справедливо для продуктов горения: $\omega_2 \leq c_2$. Так как при горении скорость холодного газа находится в определённом отношении к скорости продуктов горения, отсюда следует, что $\omega_1 \leq D_{\max} \leq c_1$, и при $\omega_2 = c_2$ достигается как раз $\omega_1 = D_{\max}$.

Для того чтобы осуществить сверхзвуковой поток, необходимо, как известно, соединить резервуар и трубу соплом с местным сужением. При достаточном давлении в резервуаре в наиболее узкой части сопла устанавливается критическое



Фиг. 30.

истечение и достигается скорость газа, равная скорости звука; при дальнейшем движении газа в расширяющейся части сопла скорость возрастает и поток становится сверхзвуковым.

По закону Бернулли максимальное абсолютное значение скорости газа при беспредельном расширении выражается из условия, что начальная энтальпия газа в резервуаре H полностью превращается в кинетическую энергию потока, так что энтальпия движущегося газа обращается в нуль:

$$H = \frac{\omega_{1\max}^2}{2}, \quad \omega_{1\max} = \sqrt{2H}; \quad H_1 = T_1 = c_1 = 0; \quad \frac{\omega_1}{c_1} \rightarrow \infty.$$

Однако для этого необходимо бесконечное отношение сечения цилиндрической трубы к наиболее узкому сечению сопла и бесконечное давление в резервуаре*).

При каждом определённом конечном отношении сечений и при конечном (но достаточно высоком) давлении p в резервуаре и трубе получится сверхзвуковой поток, скорость которого составит определённую долю от $\sqrt{2H}$, зависящую от отношения сечений, а давление p_1 также составит определённую долю p в зависимости от той же величины. Так как поток в трубе сверхзвуковой, физически очевидно, что условия на выходе газа из трубы, в частности атмосферное давление p_0 , никак не влияют на движение газа в сопле и в трубе.

Как уже сказано, давление p_1 пропорционально p и не зависит от p_0 . Однако это правильно лишь до тех пор, пока p_1 выше p_0 или не намного ниже p_0 . Если p_1 , вычисленное в предположении идеальной работы сопла, во много раз меньше p_0 , то атмосферное давление будет сжимать газ ударной волной, скорость которой всегда превышает c_1 , а при достаточной разности давлений $p_0 - p_1$ может превысить и скорость ω_1 . В этом случае ударная волна войдёт в трубу и остановится где-то в расширяющейся части сопла; после сжатия ударной волной поток в трубе будет дозвуковым и условие $p_1 = p_0$ будет выполнено.

Так происходит истечение через сопло при отсутствии горения.

*) Необходимо бесконечное отношение давления в камере к внешнему давлению. При данном конечном давлении на выходе необходимо бесконечное давление в камере, или при данном давлении в камере вакуум при выходе из сопла.

Осуществив с помощью сопла сверхзвуковой поток взрывчатой смеси, можно исследовать горение в таком потоке.

1. Если скорость газа ω_1 превышает термодинамическую скорость детонации D_{\min} , то и после горения поток продуктов горения остаётся сверхзвуковым: $\omega_2 > c_2$; горение не изменяет состояния смеси в сечении H_1 перед местом зажигания. Зная начальное состояние и скорость ω_1 в сечении H_1 , мы легко находим состояние продуктов горения. Для этого из начальной точки p_1, v_1 проводим прямую

$$p = p_1 + \frac{\omega_1^2}{v_1^2} (v_1 - v_0)$$

вверх до пересечения с адиабатой Гюгонио. В соответствии со сверхзвуковым характером истечения сгоревшего газа осуществляется именно та точка на адиабате Гюгонио, которая лежит правее точки d (фиг. 18).

2. Пусть отношение сечений сопла и начальная энтропия газа в резервуаре таковы, что при истечении без горения осуществляется такое значение ω'_1 , что выполнены два неравенства:

$$c'_1 < \omega'_1 < D_{\min}$$

В этом случае прямая, проведённая из начального состояния соответственно скорости, не имеет общих точек с адиабатой Гюгонио для продуктов горения. При включении зажигания такой поток не может остаться без изменений: горение произведёт такое же действие, как частичная закупорка выходного отверстия. От места зажигания пойдёт ударная волна, которая изменит поток газа. В зависимости от соотношений между сечением наиболее узкой части сопла и сечением трубы и между ω'_1 и D_{\min} могут быть два случая: либо (при достаточно узком критическом сечении) ударная волна стационарно будет находиться в определённом месте в расширяющейся части сопла и после этой волны поток будет дозвуковым*), либо ударная

*) При этом до волны и в критическом сечении поток не изменится, в частности, не изменится при включении зажигания расход газа G .

волна пройдёт через всё сопло и весь поток станет дозвуковым. В последнем случае давление повышается во всех точках сопла и расход уменьшается.

В обоих случаях в результате перестройки потока скорость газа w_1 упадёт до величины, равной максимальной скорости горения D_{\max} , и в результате получится критическое истечение продуктов горения. Следовательно, поток перестроится так, что горение будет протекать в том же режиме, как и при высоком давлении в отсутствие сопла.

Рассматривая горение газа, вытекающего через сопло, мы во всех случаях полагали давление газа в резервуаре достаточно высоким: $p \gg p_0$. При этом получается либо сверхзвуковое, либо критическое (звуковое) истечение продуктов горения: во всех случаях давление p_2 пропорционально p и не зависит от p_0 . Если p недостаточно велико, то получается дозвуковой поток продуктов горения, в котором давление p_2 равно атмосферному давлению p_0 ; соответственно и давление p_1 в сечении H_1 также зависит от p_0 , причём $p_1 > p_0$.

Чем уже критическое сечение сопла, тем выше должно быть давление p , для того чтобы было достигнуто критическое истечение продуктов взрыва.

Таким образом, хотя при данном начальном состоянии газа возможны не любые значения скорости газа w_1 , при любой физической постановке опыта можно указать тот режим горения, который осуществится.

Во всех случаях, кроме весьма быстрого сверхзвукового потока со скоростью больше скорости детонации, зажигание взрывчатой смеси вызывает перестройку потока по сравнению с потоком холодного газа при прочих равных условиях опыта. При этом скорость газа после перестройки потока становится равной или меньшей максимальной скорости горения. Именно эта перестройка и отвечает на вопрос о том, какой режим осуществится при скорости газа в запретном интервале между D_{\max} и D_{\min} ,

ГЛАВА ТРЕТЬЯ

ТЕОРИЯ ДЕТОНАЦИИ С ПОТЕРЯМИ И ПРЕДЕЛЫ ДЕТОНАЦИИ

§ 13. Влияние потерь на распространение детонации в трубе

Нам предстоит рассмотреть распространение детонации в трубе конечного диаметра, учитывая наряду с химической реакцией и выделением тепла при реакции процессы, называемые потерями. Такими процессами являются теплоотдача горячего газа стенкам трубки и трение газа о стенки.

Физически очевидно, что теплоотдача является процессом, обратным выделению тепла при реакции, так что в формулы будет входить разность скорости тепловыделения и скорости теплоотдачи.

Раньше (без учёта потерь) точка *касания*, в которой скорость вещества, равная местной скорости звука, достигалась в момент окончания реакции, т. е. в момент окончания выделения тепла. При учёте теплопотерь эта точка достигается в тот момент, когда реакция ещё не закончилась, но уже ослабла настолько, что скорость выделения тепла стала равной скорости теплоотдачи.

Там, где ранее в формулы входила теплота реакции Q , при учёте теплопотерь войдёт разность той части теплоты реакции, которая успела выделиться от начала реакции до момента достижения точки касания прямой постоянной скорости и некоторой адиабаты, отвечающей той степени выгорания, когда скорости тепловыделения и теплопотерь уравниваются.

В следующем параграфе будет показано, что и трение влияет на детонацию сходным образом.

Таким образом, потери уменьшают эффективную теплоту реакции и, следовательно, уменьшают скорость детонации. Рассмотрение потерь даёт возможность понять стационарное распространение детонации со скоростью, меньшей, чем D_{\min} , и влияние условий распространения—диаметра трубы, шероховатости стенок—на скорость детонации.

В свою очередь от скорости детонации зависит амплитуда ударной волны, т. е. скачок давления и температуры, при которых начинается и идёт химическая реакция. Если учесть, что скорость реакции зависит от температуры очень сильно, то легко понять, что небольшое уменьшение скорости ударной волны должно сильно сказаться на скорости реакции. Но это в свою очередь увеличивает потери, потому что за больший промежуток времени в стенку успеет уйти большее количество тепла. Увеличение потерь в свою очередь уменьшает скорость волны и т. д. При малой скорости реакции распространение детонации становится невозможным.

Таким образом, при учёте потерь можно понять существование предела детонации и объяснить, почему в одних смесях детонация возможна, а в других невозможна, а также найти зависимость предела детонации от условий распространения, т. е. от диаметра трубы, и т. п.

Прежде чем исследовать вопрос о влиянии потерь теоретически, целесообразно привести некоторые экспериментальные факты о пределах детонации. Можно говорить о различных пределах распространения детонации: о пределах по начальному давлению смеси, по диаметру трубы, в которой распространяется детонация, по шероховатости поверхности трубы и, наконец, о концентрационных пределах.

Мы будем говорить о концентрационных пределах и о пределах по диаметру трубы. Концентрационные пределы изучены наиболее полно. Концентрационным пределом мы будем называть ту предельную концентрацию горючего в смеси, при которой детонационная волна ещё может стационарно распространяться.

Опыты по определению пределов детонации должны производиться в достаточно длинной трубе, чтобы можно

было с уверенностью судить о стационарности исследуемой волны.

При изучении пределов детонации является весьма существенным способ инициирования взрывчатой смеси. Возникновение детонации в результате самоускорения пламени (§ 16) осуществляется в более узких пределах концентраций, чем распространение детонации. Поэтому при изучении пределов детонации нельзя поджигать газ раскалённой спиралью, искрой или пламенем. Обычно инициирование производится зарядом взрывчатого вещества (чаще всего применяется азид свинца или гремучая ртуть) или детонационной волной.

Воспламеняющая способность ударной волны зависит не только от амплитудного значения температуры и давления, но и от формы кривой падения этих величин. Для того чтобы произошло воспламенение смеси, химическая реакция должна пройти достаточно далеко за время пребывания вещества в зоне высокой температуры и давления.

Наилучшим способом инициирования оказывается инициирование детонационной волной, которое производится следующим способом. Взрывную трубу разделяют краном на две части. Одна часть заполняется энергично детонирующей смесью (чаще других применяется смесь $2\text{H}_2 + \text{O}_2$), другая часть — исследуемой смесью. Непосредственно перед опытом обе части трубы соединяются. Благодаря диффузии образуется некоторая зона, где состав смеси изменяется от состава инициирующей до состава исследуемой смеси. Детонационная волна, идущая из энергично детонирующей смеси, попадая в зону переменного состава, постепенно перестраивается и в исследуемую смесь входит волна, структура которой обеспечивает оптимальные условия для распространения. Если смесь по составу находится внутри пределов детонации, то волна на участке, заполненном изучаемой смесью, перестраивается на постоянную скорость, в противном случае она затухает.

Если вблизи пределов свечение пламени недостаточно для регистрации процесса на движущейся фотоплёнке, можно пользоваться методом регистрации, основанным на изменении показателя преломления.

В таблице II приводятся значения концентрационных пределов распространения детонации по данным разных авторов.

Таблица II

**Концентрационные пределы распространения детонации
при начальном давлении в одну атмосферу
и комнатной температуре**

Смесь	Процент горючего в кислороде или воздухе		Скорость детона- ции на нижнем пределе в м/сек	Скорость дето- нации на верх- нем пределе в м/сек
	нижний предел	верхний предел		
H_2-O_2	20	90	1457	3550
H_2 -воздух	18,2	58,9	1500	2100
$CO-O_2$ сухая	—	83	—	—
$CO-O_2$ влажная	38	90	—	1473
$(CO+H_2)-O_2$	17,2	90	1500	2150
$(CO+H_2)$ -воздух	19	58,7	1488	1690
C_2H_4 -воздух	5,5	11,5	1675	1801
$C_2H_4-O_2$	3,5—3,6	92—93	1607	2423
C_2H_2 -воздух	4,2	50	1509	1871
$C_3H_8-O_2$	3,2	37	1587	2210
$iC_4H_{10}-O_2$	2,9	31,3	1595	2188
H_3-O_2	25,4	75,4	2070	2982
$(C_2H_5)_2O$:фир — O_2	2,7	40	1593	2323

По мере приближения состава смеси к предельному скорость химической реакции в детонационной волне уменьшается, соответственно растёт ширина зоны, в которой происходит реакция. При некоторой критической ширине этой зоны потери энергии в зоне реакции достигнут такой величины, что станет невозможным стационарное распространение детонационной волны—наступает предел. Если каким-либо способом изменить скорость реакции в детонационной волне, то можно ожидать расширения или сужения пределов распространения детонации.

Вопрос о влиянии скорости химической реакции на пределы распространения детонации был впервые каче-

ственно правильно поставлен М. А. Ривиним и А. С. Соколиком *), а также М. А. Ривиним **). Ривин и Соколик изменяли кинетику реакций введением небольших количеств примесей во взрывчатую смесь. Скорость детонации при этом не менялась, потому что примеси вводились в таких количествах, что тепловой эффект реакции Q и показатель адиабаты k заметно не изменялись.

Многие исследователи указывали на то, что стехиометрическая смесь окиси углерода с воздухом не детонирует при поджигании детонационной волной. В опытах М. А. Ривина и А. С. Соколика также не удалось вызвать детонацию этой смеси при зажигании взрывной волной, полученной в смесях водорода и этана с кислородом. Но достаточно было к той же смеси добавить 1,3% водорода, чтобы получить стационарную детонационную волну (скорость детонации равна 1480 м/сек). Такой же эффект даёт примесь ацетилена: была зарегистрирована устойчивая детонационная волна со скоростью 1458 м/сек в смеси окиси углерода с воздухом при концентрации ацетилена 0,3%. Действие добавок водорода и ацетилена объясняется тем, что в их присутствии резко увеличивается скорость окисления окиси углерода.

Было исследовано влияние примеси CO_2 , тормозящей реакцию, на детонационную способность смеси петролейного эфира с воздухом. Смесь с различным содержанием CO_2 поджигали детонационной волной, полученной в гремучей смеси. Оказалось, что при содержании CO_2 больше 2% взрывная волна приобретает неустойчивый характер, а при содержании больше 4—5% топливо-воздушная смесь вообще не воспламеняется взрывной волной.

Все эти опыты показывают, что возможность стационарного распространения детонации и положение детонационных пределов весьма сильно зависят от кинетических параметров газовой смеси.

Значительное влияние на положение детонационных пределов могут оказать условия, в которых распростра-

*) Ривин М. А., Влияние примесей на детонацию воздушных смесей метана, ДАН 30, 498, 1941.

**) Ривин М. А., Брескер Р. и Соколик А. С., Взрывные пределы ацетилено-воздушных смесей, ЖФХ 10, 688, 692, 1937.

няется волна. Величины пределов, приведённые в таблице II, были получены в лабораторных условиях в трубах диаметром 10—20 мм. При увеличении диаметра трубы должны уменьшиться потери энергии на трение и теплоотдачу. Следовательно, в трубе большого диаметра можно ожидать расширения пределов распространения детонации. Эти соображения были положены в основу работы С. М. Когарко и Я. Б. Зельдовича *).

Экспериментальная установка С. М. Когарко и Я. Б. Зельдовича состояла из стальной трубы внутреннего диаметра 305 мм, длиной 12,2 м, снабжённой смотровыми окнами для регистрации распространения детонации. Детонация инициировалась зарядом взрывчатого вещества весом в 30 г.

Исследование распространения детонации в водородовоздушных смесях показало, что нижний предел распространения детонации—19,6% H_2 в узких трубах—понижается до 15% H_2 в условиях трубы большого диаметра, а верхний предел соответственно повышается с 58,8% H_2 до 63,5% H_2 .

Ниже мы подробно исследуем те уравнения, к которым приводит рассмотрение химической реакции в детонационной волне при учёте потерь—тепловых и на трение газа. При этом главное внимание будет обращено не на численную сторону дела, а на принципиальный вопрос о тех особенностях уравнений, которые соответствуют условию касательной и пределам детонации.

Это исследование представляет теоретический интерес ещё и потому, что из полученных уравнений удаётся без каких-либо дополнительных искусственных приёмов рассмотрения (введение поршней и т. п.) доказать существование одного определённого возможного значения скорости детонации, т. е. произвести так называемый отбор скорости детонации.

При расчёте скорости детонации учитываются и потери. В пределе при малых потерях вычисленная скорость детонации стремится к классическому значению, а при конечных потерях она всегда меньше этого значения.

*) Когарко С. М. и Зельдович Я. Б.. О детонации газовых смесей, ДАН 63, 553, 1948.

Для такого исследования необходимо сделать одно весьма важное упрощение, а именно согласиться рассматривать одномерную стационарную задачу, т. е. полагать, что состояние газа зависит только от одной координаты—расстояния, отсчитанного по оси трубы, например, от фронта ударной волны.

Для того чтобы это предположение было правильно, необходимо, чтобы в каждом сечении, перпендикулярном к оси трубы, все интересующие нас величины—давление, температура, состав, скорость реакции—были одинаковы во всех точках сечения и не зависели бы, например, от расстояния от стенки трубы.

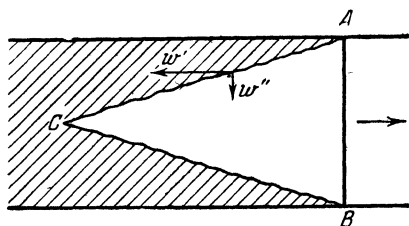
Очевидно, в действительности это предположение совершенно невыполнимо. Но можно ограничиться более мягкой формулировкой условий применимости одномерного приближения: имея в виду неравномерное распределение интересующих нас величин по сечению, будем во всех уравнениях пользоваться величинами, средними по сечению, т. е., например, средней плотностью и средней скоростью газа, средним составом и т. д.

При этом становится понятным характер и порядок величины совершаемых ошибок. Например, средний квадрат скорости фактически не равен квадрату средней скорости; средняя скорость химической реакции при данном распределении температуры зависит не только от средней температуры, но и от характера распределения температуры.

Как повлияет одномерное приближение на физические результаты в интересующем нас вопросе? Для ответа нам нужно выяснить, каково в действительности распределение интересующих нас величин по сечению. В системе координат, движущейся вместе с детонационной волной, исходная смесь до сжатия движется совершенно равномерно со сверхзвуковой скоростью, однако после сжатия на фронте ударной волны скорость газа резко уменьшается, а скорость звука возрастает. В области сжатого газа, где идет реакция, движение оказывается дозвуковым, поэтому давление в каждом сечении успеет выравняться. В некоторых случаях на фронте ударной волны в разных точках давление неодинаково: этого можно ожидать при детонации в шероховатых трубах, когда

при столкновении ударной волны с выступающими стенками происходит местное повышение давления. То же имеет место в голове спиновой детонации (см. § 14). Благодаря тому, что скорость сжатого газа относительно волны является дозвуковой, мы уверены, что эта неоднородность давления по сечению рассасывается весьма быстро, так что давление становится практически постоянным уже в сечениях, близких к фронту ударной волны. Усреднение давления по сечению вносит наименьшую ошибку в расчёты.

При одномерном рассмотрении мы усредняем по всему сечению потери, зависящие от действия стенок трубы. В действительности, после того как газ приходит в движение и нагревается ударной волной, охлаждение и торможение начинаются в струях, непосредственно прилегающих к стенке.



Фиг. 31.

На фиг. 31 схематически показано расположение ударной волны AB и той области, в которой газ взаимодействует со стенками (заштрихованной на фиг. 31).

Вблизи точек A и B поток такой же, как при обтекании пластинки. Линии AC и BC , отделяющие область невозмущенного потока, — почти прямые.

Из опытов по обтеканию пластинки известно, что поперечная скорость перемещения границы w'' составляет 0,02 скорости движения газа относительно поверхности пластинки. Зная продольную скорость газа w' , находим наклон линий AC и BC . Точка C находится на расстоянии около 15 диаметров от волны*).

*) Л о й ц я н с к и й Л. Г., Аэродинамика пограничного слоя, ГТИ, 1941, стр. 337.

Турбулентная область, начинающаяся около фронта волны, должна напоминать турбулентный пограничный слой около пластинки, возникающий при её обтекании параллельным потоком.

В нашем примере толщина пограничного слоя должна быть записана примерно так:

$$\delta = 0,02x, \quad (13,1)$$

где x —путь, пройденный частицей в невозмущённом потоке. За время t этот путь равен ωt . Если измерять время расстоянием, пройденным волной относительно вещества, то получим:

$$l = (D - \omega) t, \quad (13,2)$$

так что

$$\delta = 0,02 \frac{\omega l}{D - \omega}. \quad (13,3)$$

Принимая, что среднее значение величины $\frac{D - \omega}{\omega}$ составляет около 0,6, получим, что δ равно радиусу тогда, когда l примерно равно 30 радиусам или 15 диаметрам.

Таким образом, в большинстве случаев реакция заканчивается раньше, чем действие стенок распространится на всё сечение.

Можно ли при этом рассматривать потери в одномерном приближении? Повлияют ли потери на скорость детонации, если часть сечения занята невозмущённым потоком? На оба вопроса можно дать положительный ответ. Мы говорим о «невозмущённой» части потока, подразумевая отсутствие турбулентного теплообмена и турбулентного трения этой части потока со стенкой. Однако охлаждение и торможение газа *), прилегающего к стенке (в заштрихованной области), вызывают изменение давления, распространяющееся на весь поток, и, таким образом, влияют и на невозмущённую часть потока.

*) В системе координат, в которой волна покоится, стенки трубы движутся со скоростью, равной скорости детонации, т. е. превышающей скорость газа в этой системе. Поэтому процесс, который в лабораторной системе мы называем торможением газа, в движущейся системе, где волна покоится, представляет собой ускорение, т. е. увлечение газа стенкой.

Коэффициент трения потока о стенку и скорость теплоотдачи остаются практически постоянными при изменении толщины заштрихованной области. Поэтому одномерная теория действия потерь может внести лишь небольшую количественную ошибку (20—30%). Все утверждения, относящиеся к изменению скорости детонации вследствие потерь при данном времени реакции*), несомненно, качественно правильны. При детонации газа в гладкой трубе одномерный расчёт даёт (см. ниже):

$$D_{\text{теор}} - D \approx \frac{t_{\text{реакции}} D_{\text{теор}}^2}{r}.$$

Этот результат, несомненно, правилен по порядку величины; формула даёт возможность оценить время реакции в детонационной волне путём сопоставления вычисленной и измеренной скорости детонации.

Одномерная теория качественно правильно предсказывает уменьшение D при уменьшении диаметра и при увеличении коэффициента трения, когда гладкие стенки заменяются шероховатыми. Экспериментально не проверены, но не вызывают сомнения теоретические выводы, касающиеся влияния потерь на давление и движение газа.

Совершенно иначе обстоит дело с одномерной теорией предела детонации, основывающейся на одномерном рассмотрении химической реакции. Скорость химической реакции чрезвычайно резко зависит от температуры, так что замена истинного распределения температуры средним может весьма сильно изменить скорость реакции. Грубый пример этому представляет гремучая смесь при комнатной температуре: если нагреть всю смесь равномерно на 30° , то реакция не пойдёт, если же одну сотую смеси нагреть на 3000° , то произойдёт очень быстрая реакция нагретой части (воспламенение), за которой следует распространение пламени и сгорание всей смеси. Между тем, при нагревании одной сотой на 3000° средняя температура меняется совершенно так же, как при нагревании всей смеси на 30° .

*) Подразумевается время реакции до достижения точки касания. При данном времени реакции несущественно для вопроса о влиянии потерь на скорость, идёт ли химическая реакция равномерно во всём сечении или нет.

Этот пример показывает, что скорость реакции никак нельзя рассматривать как функцию средней температуры.

При детонации газа в шероховатых трубах, исследованной К. И. Щёлкиным, мы встречаемся с совершенно аналогичным явлением. При замене гладких труб шероховатыми трение увеличивается и скорость детонации уменьшается; как мы уже отмечали, в этом вопросе одномерная теория оказывается применимой. Уменьшение скорости детонации приводит к уменьшению скорости ударной волны, так что понижается средняя температура газа, сжатого ударной волной. С точки зрения одномерной теории следовало бы ожидать сужения пределов при увеличении потерь, т. е. того, что некоторые смеси, детонирующие в гладких трубах, не будут детонировать в шероховатых трубах.

Опыт показывает обратную картину—расширение пределов в шероховатых трубах. Такое расхождение с одномерной теорией можно объяснить тем, что при распространении ударной волны в шероховатой трубе происходит сильное локальное повышение температуры при столкновении ударной волны с отдельными выпуклостями шероховатой поверхности*). Поэтому химическая реакция идёт быстрее, чем в гладкой трубе, несмотря на более низкую среднюю температуру.

Таким образом, одномерная теория, не учитывающая распределения температур, приводит в случае шероховатых труб к качественно неправильным выводам.

В последних работах Щёлкина и его сотрудников особенно отчётливо показано, что и в случае распространения детонации в гладких трубах вблизи предела реакция происходит резко неоднородно, наступает детонационный спин. Подробное описание спина будет дано в § 14.

Поэтому одномерная теория предела представляет главным образом принципиальный, теоретический интерес как внутренне непротиворечивая схема расчёта возможности детонации, не осуществляющаяся на практике при детонации газов. Одномерная картина становится неустойчивой и заменяется спиновой детонацией, прежде чем наступает предел возможности распространения.

*) З е л ь д о в и ч Я. Б., Теория горения и детонации газов, Изд. Академии наук СССР, 1944.

Одномерная теория предела совершенно неприменима к практическому расчёту предела. Поэтому читатель, которого больше интересует экспериментальная сторона вопроса, может пропустить нижеследующие расчёты.

§ 14. Количественный учёт влияния потерь на распространение детонации в трубе

Итак, мы рассмотрим, как влияют потери, т. е. трение и теплоотдача, на распространение детонации в весьма длинной гладкой трубе. Легко видеть, что движение вещества в трубе будет турбулентным. Условие наступления турбулентности для движения вещества в гладкой трубе состоит в том, чтобы число Рейнольдса превышало 2000. Под числом Рейнольдса Re понимают отношение $\frac{2r\rho\omega}{\eta}$, где η — коэффициент вязкости вещества, r — радиус трубы. Ввиду того, что ω при детонации $\sim 10^5$ см/сек, $\eta \sim 8 \cdot 10^{-4}$ (для газов при высокой температуре) и плотность газа, сжатого в несколько раз ударной волной, $\rho \sim 10^{-2}$, при $r = 1$ см получается число Рейнольдса $Re \sim 2,5 \cdot 10^6$, так что условие $Re > 2000$ выполняется очень хорошо. Турбулентное движение вблизи фронта волны является неустановившимся. Оно должно напоминать движение около края весьма тонкой пластинки при набегании на неё плоско-параллельного потока таким образом, что скорость невозмущённого ламинарного течения лежит в плоскости пластинки. Тогда, как уже указывалось, на пластинке возникает турбулентный слой, толщина которого растёт пропорционально расстоянию от того края, на который набегает поток.

Сила трения, которую испытывает единица поверхности пластинки, соприкасающаяся с турбулентным слоем, равна

$$\sigma = \frac{c_f}{2} \rho \frac{\omega^2}{2}, \quad (14,1)$$

где коэффициент c_f с хорошей точностью описывается расчётной формулой Шлихтинга (Лойцянский цит., стр. 131 формула (5,13))

$$c_f = \left(2 \ln \frac{\rho\omega x}{\eta} - 0,65 \right)^{-2,3}.$$

Мы примем для оценок, что c_f вообще не зависит от x . Кроме того, для трубы, где трение происходит только о внутреннюю поверхность, c_f уменьшено наполовину. Полная сила трения, приходящаяся на единицу поперечного сечения площади трубы, получится, если умножить σ на периметр Π и поделить на сечение трубы Φ .

Трение можно истолковать как перенос количества движения. Именно величина σ есть количество движения единицы массы, т.е. ω , переносимое за единицу времени через единицу поверхности стенки. Но в турбулентном потоке все явления переноса обладают подобием (так называемая аналогия Рейнольдса). Если переносится величина ω , то коэффициент переноса, как мы видим, равен $c_f \frac{\rho\omega}{4}$ (ибо $\sigma = c_f \frac{\rho\omega}{4} \omega$). Следовательно, когда переносится тепло, надо вместо ω — количества движения единицы массы — просто взять изменение теплосодержания (энтальпию) массы ΔH при переходе к температуре стенки. Тогда тепловой поток через единицу поверхности составит:

$$q = c_f \frac{\rho\omega}{4} \Delta H = \frac{c_f}{4} \rho\omega \cdot c_p (T - T_{\text{стенки}}), \quad (14,2)$$

а потери, отнесённые к единице поперечного сечения потока вещества в детонационной волне, равны $\frac{\Pi}{\Phi} q$.

Приведём также формулы для трения и теплоотдачи, относящиеся к установившемуся турбулентному течению в трубе. В этом случае имеем:

$$\sigma = f \cdot \frac{\rho\omega^2}{2}, \quad (14,3)$$

$$q = f \cdot \frac{\rho\omega}{2} c_p (T - T_{\text{стенки}}). \quad (14,4)$$

Здесь коэффициент f приближённо определяется формулой Блазиуса $f = 0,08/\sqrt{\text{Re}}$, где $\text{Re} = \frac{2r\rho\omega}{\eta}$ *). Формулы (14,3) и (14,4) удовлетворяют аналогии Рейнольдса между переносом величин ω и H .

*) Иногда в гидравлике коэффициентом сопротивления называют отношение силы, действующей на столб жидкости с длиной,

Напишем теперь уравнения газовой динамики при учёте потерь. Из прежних уравнений остаётся в силе только закон сохранения массы

$$\rho_0 D = \rho (D - \omega). \quad (14,5)$$

Вместо законов сохранения энергии и количества движения надо теперь формулировать условие, что соответствующая величина, теряемая веществом между двумя контрольными поверхностями, равна энергии или количеству движения, передаваемым стенке.

Будем рассматривать движение в системе координат, движущейся направо вместе с волной. В такой системе координат стенка и непрореагировавшее вещество движутся со скоростью $-D$. Площадь поперечного сечения трубки мы назвали Φ . Возьмём две контрольные поверхности, расстояние между которыми равно dx . Мы уже знаем, что количество движения, протекающее через каждую контрольную поверхность за единицу времени, равно

$$\Phi [p + \rho (D - \omega)^2].$$

Разность этих величин для двух контрольных поверхностей равна количеству движения, переданному стенке за единицу времени. Так как единица длины стенки получает за единицу времени количество движения $\Pi \sigma$, длине dx передаётся $\Pi \sigma dx$, где σ определяется данным мгновенным состоянием вещества. Эта величина должна равняться разности между втекающим в объём между поверхностями и вытекающим из него количеством движения с обратным знаком. Деля на Φdx , получим:

$$\frac{d}{dx} [p + \rho (D - \omega)^2] = \frac{\Pi \sigma}{\Phi}. \quad (14,6)$$

Здесь величина $\frac{\Pi \sigma}{\Phi}$ стоит с положительным знаком, потому

равной диаметру, к напору $\Phi \frac{\rho \omega^2}{2}$. Это отношение равно

$$\frac{\Pi \cdot 2r \cdot \sigma}{\pi r^2 \frac{\rho \omega^2}{2}} = \frac{\Pi \cdot 2r \cdot f \frac{\rho \omega^2}{2}}{\pi r^2 \frac{\rho \omega^2}{2}} = 4f,$$

так как $\Pi = 2\pi r$.

что в системе координат, в которой волна покоится, а труба движется, последняя сообщает веществу ускорение.

Аналогичным образом записывается и энергетический баланс как разность между величинами потоков энергии, которая должна равняться энергии, отдаваемой стенке.

Поток энергии надо писать в таком виде:

$$\Phi \rho (D - \omega) \left[H + \frac{(D - \omega)^2}{2} \right],$$

причём H включает в себя химическую энергию. Энергия передаётся через боковую поверхность двумя способами: за счёт теплоотдачи и за счёт работы сил трения. Теплоотдача равна $\Pi q dx$, а работа сил трения равна произведению сил трения $\Pi \sigma dx$ на скорость стенки, равную $-D$. Поэтому уравнение энергии выглядит так:

$$\frac{d}{dx} \rho (D - \omega) \left[H + \frac{(D - \omega)^2}{2} \right] = -\frac{\Pi}{\Phi} q + \frac{\Pi D \sigma}{\Phi}, \quad (14,7)$$

где механическая работа положительна, так как в движущейся системе координат стенка производит работу над веществом, доводя его скорость от значения $-(D - \omega)$ на фронте до значения $-D$, большего по абсолютной величине; таким образом, кинетическая энергия возрастает по мере удаления от фронта.

Исследовать получившуюся систему уравнений в общем случае очень трудно. Мы рассмотрим сначала тот частный случай, когда потери на трение не играют роли.

Оговоримся сразу, что благодаря аналогии Рейнольдса это предположение количественно никогда не оправдывается (в шероховатой трубе можно осуществить противоположный случай, когда тепловые потери малы по сравнению с трением). То обстоятельство, что q и σ выражаются через одну и ту же величину f , не позволяет пренебрегать трением, сохраняя в то же время теплоотдачу. Если записать уравнение (14,7) в соответствующих безразмерных переменных, то оба члена в правой части будут иметь один и тот же порядок величины.

Тем не менее оказывается, что качественно результаты не меняются, если рассматривать только тепловые потери, а исследовать этот случай гораздо проще. Поэтому в настоящем параграфе мы будем рассматривать детонацию

только с тепловыми потерями, а в следующем параграфе обобщим результат и на механические потери.

Прежде всего, если зачеркнуть член, содержащийся в правой части (14,6), мы вернёмся к соотношению

$$p - p_0 = -\frac{D^2}{v_0^2}(v - v_0), \quad (14,8)$$

т. е. состояние будет изменяться попрежнему вдоль прямой в (p, v) -плоскости. Это не значит, что прямая та же, как и вообще без потерь, потому что потери уменьшают значение D и прямая имеет меньший наклон. Но если нет механических потерь, то p однозначно связано с v при любом D .

Не будем конкретизировать вид функции, описывающей тепловые потери. Обозначим её сокращённо $M \equiv \frac{\Pi}{\Phi} q$. Тогда уравнение (14,7) формально интегрируется выражением вида

$$H - H_0 + \frac{1}{2}(p - p_0)(v_0 + v) = - \int M dx. \quad (14,9)$$

Мы поместили ударную волну в точку $x=0$ и проинтегрировали уравнение (14,9) от начального состояния в область отрицательных x , заменив $\frac{(D-w)^2}{2}$ на $\frac{1}{2}(p - p_0)(v_0 + v)$ (см. (1,11)).

Если выделить в энтальпии химическую часть, это равенство запишется так:

$$\frac{k}{k-1}pv + \beta Q = \frac{k_0}{k_0-1}p_0v_0 + Q + \frac{1}{2}(p - p_0)(v_0 + v) - \int_0^x M dx.$$

Для удобства рассмотрения положим $k = k_0$, отчего формулы выигрывают в наглядности и не приходится делать лишние оговорки, относящиеся к величине k позади и впереди фронта. Последнему уравнению придадим несколько иной вид

$$\begin{aligned} p \left(\frac{k}{k-1}v - \frac{v_0}{2} - \frac{v}{2} \right) - p_0 \left(\frac{k}{k-1}v_0 - \frac{1}{2}v_0 - \frac{1}{2}v \right) = \\ = Q(1 - \beta) - \int_0^x M dx. \end{aligned} \quad (14,10)$$

Подставим сюда выражение для p (14,8), определив такую функцию $h(v, D)$, которая тождественно равна левой части (14,10) при детонации без потерь:

$$h(v, D) = \frac{1}{2} \left[p_0 + \frac{D^2}{v_0^2} (v_0 - v) \right] \left(\frac{k+1}{k-1} v - v_0 \right) - \frac{p_0}{2} \left(\frac{k+1}{k-1} v_0 - v \right) = Q(1 - \beta) - \int_0^x M dx. \quad (14,11)$$

Функция $h(v, D)$, как это видно из уравнения, тождественно обращается в нуль, когда $\beta = 0$ и $x = 0$. Но это достигается при двух существенно различных значениях p и v : прежде всего впереди фронта, где $v = v_0$ и вещество не успело сжаться вообще, во-вторых, при том значении v , которое достигается непосредственно за фронтом ударной волны, где реакция ещё не успела начаться и $\beta = 0$.

При детонации без потерь реакция может дойти до конца и в правой части стоит просто Q , а в левой объём, отвечающий точке касания прямой с адиабатой полного выгорания; отсюда получается уравнение для D . При отсутствии потерь (14,10) переходит в уравнение адиабаты Гюгонио, отвечающей полному выгоранию. Наоборот, при $\beta = 1$, т. е. непосредственно за фронтом ударной волны, получается точка адиабаты Гюгонио для ударной волны при данном значении D .

В достаточно сильной волне это значение объёма равно $\frac{k-1}{k+1} v_0$, а вообще говоря, оно зависит от D .

Итак, $h(v, D)$ имеет примерно такой же вид, как показано на фиг. 32. Все кривые $h(v, D)$ проходят через точку $v = v_0$, а другой нуль функции h лежит всегда правее точки $v = \frac{k-1}{k+1} v_0$. В эту точку кривая приходит только при $D = \infty$. По мере уменьшения D кривые располагаются всё ниже и при $D = c_0$, т. е. скорости звука в невозмущённом газе, положительная часть всей кривой, где $h > 0$, стягивается в одну точку. При ещё меньших значениях D кривые лежат правее точки v_0 и это соответствует режимам горения на участке cd кривой на фиг. 18.

Функция h достигает максимума во всех тех точках, где

$$D = w + c.$$

В дальнейшем мы будем пренебрегать начальным давлением p_0 , но и не делая этого пренебрежения, легко показать в общем виде, что h достигает максимума при $D = \omega + c$.

В самом деле, рассмотрим ударную волну, сжимающую вещество из состояния v_1 в состояние v_2 и бегущую со скоростью D относительно неподвижной координатной системы. Адиабата Гюгонио такой волны имеет вид

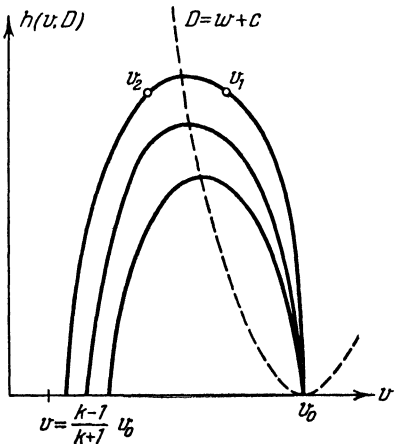
$$h(v_1, D) = h(v_2, D),$$

ибо это условие выражает сохранение энергии в ударной волне, после того как давление выражено из закона сохранения количества движения и вещества. Значение удельного объёма v_2 очень близко к v_1 около максимума h , так что такая волна является звуковой. Следовательно, состояние v_2 распространяется со скоростью c относительно состояния v_1 , которое в свою очередь имеет скорость ω относительно неподвижной системы. Поэтому скорость волны D относительно неподвижной системы равна $\omega + c$, где ω и c относятся, конечно, к точке максимума h .

Легко показать это и аналитически. В самом деле, когда рассматривался режим детонации без потерь, мы определили производную $\frac{d\beta}{dv}$ как

$$\frac{d\beta}{dv} = -\frac{1}{Q} \frac{dh}{dv} = -\frac{D^2}{Qv_0^2} \frac{k+1}{k-1} \left(\frac{k}{k+1} v_0 - v \right)$$

(пренебрегая членами с p_0). Эта величина обращается в нуль при $v = \frac{k}{k+1} v_0$, что, как мы видели, равносильно условию $D = \omega + c$. Это условие вместе с требованием,



Фиг. 32.

чтобы в конце реакции $\beta = 0$, приводит к однозначному определению D .

Мы покажем, что и при наличии потерь D определяется однозначно. Превратим интегральное соотношение (14,11) в дифференциальное. Имеем, очевидно,

$$\frac{dh}{dx} = -Q \frac{d\beta}{dx} - M. \quad (14,12)$$

Производную $\frac{dh}{dx}$ представим как $\frac{dh}{dv} \frac{dv}{dx}$. Обозначим величину $\frac{k}{k+1} v_0 \equiv v_1$, тогда, выражая $\frac{dv}{dx}$ и пользуясь значением $\frac{dh}{dv}$, получим:

$$\frac{dv}{dx} = -\frac{k-1}{k} \frac{Qv_0^2}{D^2} \frac{d\beta}{dx} + \frac{M}{Q}. \quad (14,13)$$

Для $\frac{d\beta}{dx}$ мы имеем уравнение химической кинетики, в котором в отличие от (9,5) исключены только давление и температура через объём по уравнению Клапейрона и равенству (14,8), а не давление и объём через β , как это делалось раньше, так что

$$\frac{d\beta}{dx} = -\beta^n \varphi_1(v, D).$$

Здесь $\varphi_1(v, D)$ — знакпостоянная положительная функция.

Следовательно, получилась система из двух дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\frac{dv}{dx} = \frac{k-1}{k} \frac{Qv_0^2}{D^2} \frac{\beta^n \varphi_1(v, D) - \frac{M}{Q}}{v_1 - v}, \quad (14,14)$$

$$\frac{d\beta}{dx} = -\beta^n \varphi_1(v, D). \quad (14,15)$$

Полагая начало отсчёта непосредственно за фронтом ударной волны, надо принять для этой точки соответствующие начальные значения $v = \frac{k-1}{k+1} v_0$ и $\beta = 1$. Кроме того, мы потребуем, чтобы после прохождения детонационной волны вещество вернулось к объёму v_0 на конечной

длине за фронтом вследствие охлаждения продуктов реакции теплоотдачей. Тем самым наложено ещё одно граничное условие на функции, удовлетворяющие двум уравнениям первого порядка. Это условие может выполняться только при одном значении D .

Чтобы доказать это и найти самую скорость распространения детонации D , рассмотрим уравнение (14,14). Как его числитель, так и его знаменатель — знакопеременные функции. На фронте волны $v < v_1$, ибо точка $v = v_1$ отвечает максимуму кривой на фиг. 32, а мы интегрируем от точки, где $h = 0$, слева от максимума кривой, т. е. от меньших объёмов.

Могут представиться, вообще говоря, четыре случая.

1. Тепловыделение меньше теплоотдачи: $\beta^n \varphi_1 Q < M$ уже при $x = 0$, тогда уже на фронте $\frac{dv}{dx} < 0$. Вместо того чтобы расширяться, газ будет сжиматься и не сможет пройти до объёма v_0 . Объём не может пройти через минимум за фронтом с тем, чтобы потом началось расширение: в самом деле, если уже на фронте ударной волны тепловыделение меньше теплоотдачи, то при уменьшении объёма это будет заведомо так.

Действительно, мы показали, что производная $\frac{dT}{dv} \sim (v_0 - 2v)$ (см. (9,9)), и поэтому на фронте, где $v < \frac{v_0}{2}$, при уменьшении объёма будет уменьшаться и температура. Но тогда уменьшается и тепловыделение, так что если на фронте теплоотдача превосходит тепловыделение, то за фронтом она будет больше и подавно, и стационарная волна не возникнет.

2. В более общем случае $\left(\frac{dv}{dx}\right)_{h=0} > 0$, но потом обращается в нуль, так что объём достигает максимума, а потом начинает уменьшаться. Это произойдёт во всех тех случаях, когда числитель обратится в нуль раньше знаменателя. Объём, как и в случае первом не сможет пройти до начального значения v_0 .

3. Числитель и знаменатель обращаются в нуль одновременно. Знаменатель равен нулю только при $v = v_1$. Подставляя это значение в числитель, мы придём к одному,

и только одному, значению β при данном D . Значит, есть только одна интегральная кривая, проходящая через начальную точку и через точку, где числитель и знаменатель правой части (12,17) обращаются в нуль одновременно, так что производная $\frac{dv}{dx}$ в этой точке не меняет знака. Поэтому такая интегральная кривая отвечает монотонному расширению газа и доходит до значения $v = v_0$.

4. Знаменатель обратится в нуль раньше числителя. Это может произойти только в одной точке, причём в этой точке производная $\frac{dv}{dx} = \infty$. Следовательно, производная $\frac{dx}{dv}$ в этой точке равна нулю, так что x в зависимости от v достигает максимума и потом начинает убывать. Этот случай физически невозможен, потому что при нём решение существует не при всех значениях x .

Из всех четырёх случаев, которые мы рассмотрели, лишь третий приводит к стационарному режиму детонации. Только одна интегральная кривая, принадлежащая определённому значению D , подходит под этот случай. Его мы определим как такой, при котором тепловыделение равно теплоотводу при значении объёма $v = v_1$. Для выбора этого значения D нам не пришлось обращаться к гидродинамической аргументации и вводить дополнительную волну разрежения, как это делалось, когда рассматривалась детонация без потерь.

Покажем, что отобранное при учёте потерь значение D меньше, чем «термодинамическое» значение, не учитывающее потери. Для этого напомним соотношение (14,12) в интегральной форме

$$h(v_1, D) = \frac{D^2}{2(k^2 - 1)} = Q(1 - \beta_1) - \int_0^{x_1} M dx. \quad (14,16)$$

Здесь интегрирование ведётся до того значения x , где $v = v_1$. Между тем, мы определяли скорость детонации без потерь D_0 из уравнения

$$h(v_1, D_0) = Q, \quad (14,17)$$

откуда видно, что

$$h(v_1, D) < h(v_1, D_0), \quad (14,18)$$

так как правая часть (14,16) отличается от правой части (14,17) на существенно отрицательную величину

$$-Q\beta - \int_0^{x_1} M dx. \text{ Но } h(v, D) \text{ в точке } v = v_1 = \frac{k}{k+1} v_0 \text{ равно}$$

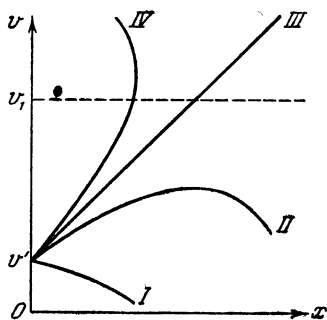
$\frac{D^2}{2(k^2-1)}$, что определяет, как мы видели, скорость детонации без потерь: $D_0^2 = 2Q(k^2-1)$. Поэтому

$$D < D_0.$$

Значит, если задаться при интегрировании системы (14,14), (14,15), значением $D \geq D_0$, то мы придём заведомо к первому или второму случаю.

Но и слишком малые значения D тоже приводят к этим случаям. При малых D получается согласно уравнению § 8 для температуры низкая температура на фронте детонационной волны и соответственно экспоненциально малое тепловыделение. Между тем, теплоотдача зависит от температуры алгебраически, так что при низких температурах теплоотдача заведомо больше тепловыделения, а это мы и отнесли к первому или второму случаю.

Допустим теперь, что существует четвёртый случай, при котором тепловыделение больше теплоотдачи вплоть до $v = v_1$ и выше. Мы установили, что при больших D , т. е. при $D > D_0$, заведомо имеет место первый или второй случай, а при очень малых D опять-таки первый или второй случай. Значит, если в некоторой области имеет место четвёртый случай, то он ограничен по значениям D сверху и снизу. Но третий случай является просто границей между четвёртым и вторым случаями, как это видно из фиг. 33, где показаны интегральные кривые для различных значений D . Поэтому имеются два перехода от случая четвёртого ко второму и соответственно два режима для различных D . Один из них отвечает соб-



Фиг. 33.

10 Зельдович и Компанец

ственно детонации, а другой, как мы покажем ниже, неустойчив. Если же четвёртый случай исключён из рассмотрения заранее, то третий мог бы осуществиться только тогда, когда пределы четвёртого сливаются в одну точку.

Итак, мы показали путём анализа уравнений (14,14) — (14,15), что существует только одна определённая скорость детонации D , которая может осуществиться в трубе данного диаметра и с данными теплоизолирующими свойствами стенок. Если учесть и механические потери на трение, анализ сильно усложнится, но качественные выводы сохранят силу.

Найдём, как меняется температура в детонационной волне в зависимости от координаты. Для этого можно применить уже известный нам метод асимптотического интегрирования экспоненты $e^{-\frac{A}{RT}}$, учитывая, что все другие функции меняются вблизи фронта ударной волны гораздо медленнее и по сравнению с экспонентой могут считаться постоянными.

Легко перейти от уравнения для объёма к уравнению для температуры, если воспользоваться уравнением Клапейрона и соотношением $p = -\frac{D^2}{v_0^2}(v - v_0)$. До всяких пренебрежений это уравнение имеет вид

$$R \frac{dT}{dx} = Q \frac{k-1}{k} \frac{v_0 - 2v}{v_1 - v} \left(\beta^n \varphi_1 - \frac{M}{Q} \right). \quad (14,19)$$

Отсюда видно, что температура имеет максимум при $v = \frac{v_0}{2}$. Но мы не будем интегрировать (14,19) так далеко, а найдём только поведение $T(x)$ вблизи фронта. Тогда можно заменить объём его значением на фронте v' , равным $v_0 \frac{k-1}{k+1}$. Вместо функции φ_1 напомним $\varphi_0 e^{\frac{A(T-T')}{R(T')^2}}$, где $\varphi_0 \sim e^{\frac{A}{RT'}}$. Величину потерь M тоже запишем равной её значению на фронте. После этих упрощений (14,19) получит вид

$$R \frac{d}{dx} (T - T') = \frac{2Q(k-1)}{k} \left(\varphi_0 e^{\frac{A(T-T')}{R(T')^2}} - \frac{M}{Q} \right). \quad (14,20)$$

Это уравнение легко интегрируется разделением переменных. Его решение имеет вид

$$e^{\frac{A(T-T')}{R(T')^2}} = \frac{1}{\frac{Q\varphi_0}{M} - \left(\frac{Q\varphi_0}{M} - 1\right) e^{\zeta}}, \quad (14,21)$$

где $\zeta = 2 \frac{k-1}{k} \frac{MAx}{(RT')^2}$.

Уравнение (14,21) имеет место только вблизи фронта: оно, в частности, не даёт никакого максимума температуры, от рассмотрения которого мы отказались, положив $v = v'$. Из уравнения (14,21) видно, что, во всяком случае, должно выполняться неравенство

$$\frac{M}{Q\varphi_0} < 1,$$

для того чтобы мог осуществиться детонационный режим. Неравенство не обязано быть сильным, поэтому для потерь имеем оценку

$$\frac{M}{Q\varphi_0} \ll 1. \quad (14,22)$$

Эта оценка поможет нам теперь вычислить изменение скорости детонации, обусловленное потерями. Мы имеем следующее уравнение для D :

$$h(v_1, D) = Q(1 - \beta_1) - \int_0^{x_1} M dx.$$

Таким образом, потери дают два члена одного знака:

$-Q\beta_1$ и $-\int_0^{x_1} M dx$. Докажем, что первый из них меньше

второго, если порядок реакции n не слишком высок. При $v = v_1$ должно по определению β_1 выполняться равенство

$$\beta_1^n \varphi_1 = \frac{M}{Q},$$

где φ_1 — значение φ в точке касания, или, лучше сказать, в той точке, где тепловыделение равно теплоотводу. Отсюда получаем значение β_1 :

$$\beta_1 = \left(\frac{M}{Q\varphi_1}\right)^{\frac{1}{n}} = \left(\frac{M}{Q\varphi_0}\right)^{\frac{1}{n}} \left(\frac{\varphi_0}{\varphi_1}\right)^{\frac{1}{n}} = \left(\frac{M}{Q\varphi_0}\right)^{\frac{1}{n}} e^{\frac{1}{n} \left(\frac{A}{RT_1} - \frac{A}{RT'}\right)},$$

Но $T_1 > T'$, причём $RT_1 \ll A$ и $RT' \ll A$. Поэтому разность $-\frac{A}{R} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T'} \right) \gg 1$ и, если не слишком велико n , то $e^{-\frac{A}{nRT'} + \frac{A}{nRT_1}} \ll 1$.

Первый сомножитель $\left(\frac{M}{Q\varphi_0} \right)^{\frac{1}{n}} \sim 1$, как было только что показано. Таким образом, при сделанных оговорках $\beta_1 \ll 1$.

Интеграл $\int_0^{x_1} M dx$ легко оценить из равенства (14,21), которое показывает, что

$$\zeta \ll \ln \left(1 - \frac{M}{Q\varphi_0} \right) \approx -\frac{M}{Q\varphi_0},$$

если $\frac{M}{Q\varphi_0}$ не слишком близко к единице. Отсюда

$$\int M dx \approx Mx \approx \frac{k}{2(k-1)} \frac{(RT')^2}{A} \frac{M}{Q\varphi_0}. \quad (14,23)$$

Относительная величина обоих членов, обусловленных потерями, есть

$$\frac{c_p}{2R} \frac{(RT')^2}{AQ} e^{\frac{A}{nR} \left(\frac{1}{T'} - \frac{1}{T_1} \right)}.$$

При указанных ограничениях для n мы пренебрежём β_1 . Пренебрегая также начальным давлением в выражении h , подставим $h(v_1, D) = \frac{D^2}{2(k^2-1)}$, или

$$h(v_1, D) = \frac{D^2}{2(k^2-1)} = Q - \frac{MRT'^2 c_p}{2QA\varphi_0} e^{\frac{A}{RT'}}.$$

Здесь T' , если пренебречь начальной температурой, равно $\frac{D^2}{2c_p} \left[1 - \left(\frac{k-1}{k+1} \right)^2 \right]$. Окончательно получится трансцендентное уравнение относительно D^2 :

$$D^2 = 2Q(k^2-1) - g_1 e^{\frac{\Delta}{D^2}}, \quad (14,24)$$

где $\Delta \equiv \frac{2Ac_p}{R \left[1 - \left(\frac{k-1}{k+1} \right)^2 \right]}$, $g_1 \equiv M \frac{(RT')^2 c_p}{QA\varphi_0} 2R$ и $2Q(k^2-1) = D_0^2$,

т. е. скорости детонации без потерь. Член с экспонентой естественно записать так:

$$e^{\frac{\Delta}{D^2}} = e^{\frac{\Delta}{D_0^2} \frac{D^2 - D_0^2}{D_0^4} \Delta}.$$

Переходя к безразмерной переменной $s \equiv -\frac{D^2 - D_0^2}{D_0^4} \Delta$ и беря функцию g_1 при экспоненте от значения $D - D_0$, приведём уравнение к виду

$$s = g_2 e^s. \quad (14,25)$$

Константа g_2 является отношением скорости теплоотдачи к скорости тепловыделения на фронте без потерь (с точностью до несущественного численного множителя, зависящего от k). При $g_2 = 0$ имеем, естественно, $s = 0$, т. е. $D^2 = D_0^2$. Из уравнения (14,25) легко получается:

$$\frac{ds}{dg_2} = \frac{e^s}{1-s},$$

откуда следует, что s не бывает больше единицы потому что при $s = 1$ производная $\frac{ds}{dg_2} = \infty$,

Следовательно, стационарный режим детонации возможен не при всех отношениях теплопотерь к тепловыделению: начиная с некоторой величины потерь, детонация невозможна. Максимальное значение $s = 1$, откуда легко вычислить значение $D = D_1$ при соответствующем отношении тепловыделения к теплопотерям. Из равенства

$$D_1^2 = D_0^2 - \frac{D_0^4}{\Delta} = D_0^2 \left(1 - \frac{RT'}{A} \right),$$

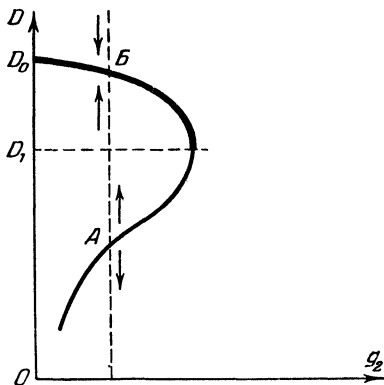
которое имеет место при $s = 1$, получим:

$$D_1 = D_0 \sqrt{1 - \frac{RT'}{A}} \approx D_0 \left(1 - \frac{RT'}{2A} \right).$$

Зависимость D от g_2 изображена на фиг. 34. Покажем теперь, что скорости, которые меньше чем D_1 , вообще не отвечают устойчивому режиму детонации. Устойчивы только те режимы детонации, которые показаны на фиг. 34 жирной частью кривой, Тонкая ветвь отвечает неустой-

чивым режимам. Критерий устойчивости того или иного режима состоит в том, что при бесконечно малом изменении скорости D относительные потери изменяются так, чтобы направить изменение D в обратную сторону.

Можно показать, что если изменить скорость вблизи нижней ветви кривой, как это показано стрелками, то изменение будет только нарастать, а вблизи верхней ветви — будет уменьшаться. Поэтому нижняя ветвь не от-



Фиг. 34.

вечает устойчивому режиму детонации, а является, так сказать, *водоразделом*: если при данных потерях вызвать в смеси ударную волну с меньшим значением D , чем это отвечает нижней ветви, то волна затухнет, а если вызвать волну с большим D при тех же потерях, то волна разовьётся в нормальную детонационную волну со скоростью, отвечающей верхней ветви.

Для доказательства рассмотрим разность $F = g_2 - se^{-s}$. Значения $F = 0$ отвечают кривой на фиг. 34. Там, где F — положительная величина, потери превышают тепловыделение, там же, где F отрицательно, тепловыделение превышает потери. Если передвигаться вдоль прямой $g_2 = 0$, где функция $F = -se^{-s}$, она достигает минимума при $s = 1$, причём в этой точке $F = -1$. Значит, внутри кривой фиг. 34 тепловыделение больше, чем теплопотери, а во внешней области — меньше.

Предположим, что мы сместились немного от точки A вниз, как показано стрелкой. По только что доказанному, функция F должна при этом возрасти, но тогда температура понизится, от этого уменьшится тепловыделение и скорость детонации станет ещё меньше, так что детонация в конце концов затухнет. Наоборот, при смещении от A вверх функция F уменьшится, температура возрастёт, от этого возрастёт скорость и будет возрастать до тех пор,

пока не дойдёт до точки B , где имеет место устойчивый режим. В точке B при возрастании скорости F увеличивается, так что потери возвращают систему назад к режиму B .

Итак, мы показали, что детонация возможна отнюдь не при любых потерях. Когда потери достигают некоторой величины, скорость детонации доходит до минимума, а при ещё больших потерях детонация невозможна, что вполне отвечает опытному факту о пределах детонации.

Между тем, старая теория вообще не учитывала потерь и связанных с ними пределов детонации. Из старой теории получалось, что при произвольном разбавлении смеси можно получить произвольно малую скорость, сколь угодно близкую к скорости звука, например 400 м/сек, тогда как на самом деле возможны только небольшие изменения скорости D порядка $\frac{RT}{A} \cdot D$. Существование тесных пределов детонации хорошо известно из опыта.

§ 15. Общая задача о детонации с потерями. Тепловые и механические потери

Рассмотрим теперь общий случай тепловых и механических потерь; дифференциальные уравнения для этого случая мы уже записали; это — уравнения (14,6) и (14,7). Как указывалось, при наличии механических потерь p и v не связаны больше линейной зависимостью. Надо получить систему дифференциальных уравнений относительно p , v и β , включающую в себя потери.

Преобразуем сначала левые части (14,6) и (14,7). Имеем:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \left(p + \frac{(D-w)^2}{v} \right) &= \frac{d}{dx} \left(p + \frac{(D-w)^2}{v^2} v \right) = \\ &= \frac{d}{dx} \left(p + \frac{D^2}{v_0^2} v \right) = \frac{dp}{dx} + \frac{D^2}{v_0^2} \frac{dv}{dx}. \end{aligned} \quad (15,1)$$

В левой части (14,7) стоит производная $\frac{dH}{dx}$. Для H мы приняли выражение

$$H = \frac{k}{k-1} pv + Q\beta.$$

Таким образом, имеем:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \left[\frac{D-w}{v} \left(H + \frac{(D-w)^2}{2} \right) \right] &= \frac{d}{dx} \frac{D}{v_0} \left(H + \frac{(D-w)^2}{2v^2} v^2 \right) = \\ &= \frac{d}{dx} \frac{D}{v_0} \left(H + \frac{D^2}{2v_0^2} v^2 \right). \end{aligned}$$

Выполняя дифференцирование, приводим это выражение к виду

$$\frac{D}{v_0} \frac{kv}{k-1} \left[\frac{dp}{dx} + \left(\frac{k-1}{k} \frac{D^2}{v_0^2} + \frac{p}{v} \right) \frac{dv}{dx} \right] + \frac{QD}{v_0} \frac{d\beta}{dx}. \quad (15,2)$$

Заметим, что отношение $\frac{p}{v}$ выражается через местную скорость звука:

$$\frac{p}{v} = \frac{c^2}{kv^2}.$$

Поделим обе части преобразованного уравнения (14,7) на $\frac{D}{v_0} \frac{kv}{k-1}$, умножим (13,1) на $\frac{k-1}{k}$ и вычтем второе из первого. Тогда система (12,9)—(12,10) принимает требуемый нами вид

$$\frac{dp}{dx} + \frac{D^2}{v_0^2} \frac{dv}{dx} = \frac{\Pi\sigma}{\Phi}, \quad (15,3)$$

$$\frac{dp}{dx} + \frac{c^2}{v^2} \frac{dv}{dx} = \frac{\Pi}{\Phi} \left[\sigma(k-1) \frac{v_0-v}{v} - q \frac{v_0(k-1)}{vD} \right] - \frac{Q(k-1)}{v} \frac{d\beta}{dx}. \quad (15,4)$$

Здесь производную $-\frac{d\beta}{dx}$ надо ещё заменить по уравнению химической кинетики на $\beta^n \varphi_1$.

Введём сокращённое обозначение

$$\xi \equiv (k-1) \frac{v_0-v}{v} - \frac{q}{\sigma} \frac{v_0}{v} \frac{k-1}{D} + \frac{Q(k-1)\Phi}{\Pi\sigma v} \beta^n \varphi_1. \quad (15,5)$$

С этим обозначением наша система принимает следующий компактный вид:

$$\frac{dp}{dx} + \frac{D^2}{v_0^2} \frac{dv}{dx} = \frac{\Pi\sigma}{\Phi}, \quad (15,6)$$

$$\frac{dp}{dx} + \frac{c^2}{v^2} \frac{dv}{dx} = \frac{\Pi\sigma}{\Phi} \xi. \quad (15,7)$$

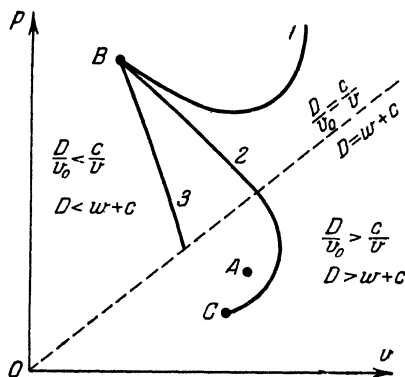
Во время интенсивной реакции, когда скорость реакции велика, $\xi > 1$. После того как реакция практически

закончилась и продолжается только торможение и охлаждение продуктов, а $v \sim v_0$, скорость реакции мала, $\xi < 1$. Значение точки $\xi = 1$ можно выяснить, если найти из уравнений (15,6) и (15,7) производную $\frac{dp}{dv}$:

$$\frac{dp}{dv} = \frac{c^2 - \frac{D^2}{v_0^2} \xi}{\xi - 1}. \quad (15,8)$$

Мы видим, что точка $\xi = 1$ является особой по отношению к уравнению (15,8).

Рассмотрим поведение интегральных кривых уравнения (15,8) по отношению к этой особой точке.



Фиг. 35.

По отношению к невозмущённому газу детонация идёт быстрее звука: $D > c_0$. В ударной волне объём испытывает скачок от v_0 к v , так что $\frac{D}{v_0} = \frac{D - \omega}{v} < \frac{c}{v}$ (фиг. 35).

Начальная точка интегрирования B дифференциального уравнения (13,8) лежит выше пунктирной линии $\frac{D}{v_0} = \frac{c}{v}$, или, иначе говоря, линии $D = \omega + c$ *). Эта линия —

*) Напомним, что $\frac{c^2}{v^2} - \frac{D^2}{v_0^2} = \frac{c^2}{v^2} - \frac{(D - \omega)^2}{v^2} = \frac{c^2 - (D - \omega)^2}{v^2}$, так как $\frac{D}{v_0} = \frac{D - \omega}{v}$.

прямая, выходящая из начала координат. Её уравнение $p = \frac{v}{k} \left(\frac{D}{v_0} \right)^2$. Начальное состояние (до ударной волны) A лежит ниже прямой $D = w + c$. Конечное состояние после торможения и охлаждения продуктов детонации C тоже лежит ниже прямой, потому что оно по объёму точно, а по давлению — почти совпадает с начальным. После полного торможения продуктов скорость их в выбранной нами системе отсчёта равна $-D$. Таким образом, по условию стационарности из закона сохранения вещества следует, что $v_C = v_A = v_0$.

Так как нашими уравнениями учитывается весь процесс торможения, то из них принципиально должно получаться и состояние C .

Выше прямой $D = w + c$ скорость волны относительно вещества $D - w$ меньше c , так что эту область естественно назвать дозвуковой. Нижняя область является, наоборот, сверхзвуковой. Существенно, что определение до- и сверхзвуковой области зависит от того, какой системой координат пользоваться: та скорость, которая является дозвуковой в одной системе, может быть сверхзвуковой в другой системе. Но есть единственная система координат, которая движется вместе с волной, так что в ней движение стационарно, поэтому в такой системе определение обеих областей свободно от произвола.

Прямую $D = w + c$ мы будем называть критической или звуковой. Значения $\xi > 1$ должны достигаться где-то выше прямой $D = w + c$. Это видно из отдельно написанных уравнений для $\frac{dp}{dx}$ и $\frac{dv}{dx}$:

$$\frac{dv}{dx} = \frac{\xi - 1}{c^2 - \frac{D^2}{v_0^2}} \frac{\Pi \sigma}{\Phi}, \quad (15,9)$$

$$\frac{dp}{dx} = \frac{\frac{c^2}{v^2} - \frac{D^2}{v_0^2}}{c^2 - \frac{D^2}{v_0^2}} \xi \frac{\Pi \sigma}{\Phi}. \quad (15,10)$$

В самом деле, как бы ни менялся объём в процессе протекания химической реакции, в процессе расширения интегральная кривая должна хотя бы один раз пересечь

линию $D = \omega + c$. На этой линии производная $\frac{dv}{dx}$ равна бесконечности всюду, где $\xi \neq 1$, так что интегральная кривая может пересечь линию $D = \omega + c$ только в точке $\xi = 1$.

Рассмотрим снова несколько случаев.

1. Значение $\xi = 1$ достигается раньше, чем интегральная кривая дойдёт до линии $D = \omega + c$, тогда и $\frac{dp}{dv}$ обратится в бесконечность раньше. Получится кривая, уходящая в бесконечность по типу кривой 1 (фиг. 35), которая уже не может придти в конечное состояние C , если только ξ вследствие какого-нибудь прихотливого протекания химической реакции не станет снова больше единицы, а потом опять меньше единицы. Но последняя перемена знака величины $\xi - 1$ обязательно должна совпасть с переходом линии, чтобы интегральная кривая не ушла в бесконечность в дозвуковой области. Только при $\xi = 1$ производная $\frac{dp}{dv} \neq \infty$ согласно (15,8) на линии $D = \omega + c$ и в то же время $\frac{dv}{dx} \neq \infty$, так что линия $v(x)$ может иметь продолжение в область $D > \omega + c$ и дойти до точки C .

2. Последнему требованию удовлетворяет кривая 2, у которой одновременно $\xi = 1$ и $D = \omega + c$. Но $\xi = 1$ означает, что тепловыделение в каком-то смысле компенсирует потери. Например, из уравнения (15,10) видно, что при $\xi = 1$ мы имеем: $\frac{dp}{dx} = \frac{\Pi\sigma}{\Phi}$, т. е. изменение давления (15,10) на единице длины в точности равно полной касательной силе и объём стационарен.

В точке $\xi = 1$, $D = \omega + c$ выражения (15,9) и (15,10) приводятся к виду $\frac{0}{0}$, т. е. к неопределённости.

Исследование различных видов интегральных кривых привело нас к выводу, что особенности дифференциальных уравнений (15,9) и (15,10) относятся к типу седла. Через такую точку проходят обычно две интегральные кривые, разделяющие два семейства кривых, не проходящих через седло. Мы убедились в том, что интегральная кривая, описывающая ход расширения в процессе химической реакции, непременно проходит через седло. Но та же самая кривая должна проходить и через точку, представля-

ющую исходное вещество, сжатое ударной волной, но ещё не вступившее в реакцию. Это даёт лишнее условие, из которого определяется D .

Условие $\xi = 1$ означает, что имеет место соотношение

$$Q\beta^n \varphi_1 = \frac{\Pi}{\Phi} q \frac{v_0}{D} - \frac{\Pi}{\Phi} \sigma \left[\frac{v}{k-1} - (v_0 - v) \right] = \\ = \frac{\Pi}{\Phi} \left(q \frac{v_0}{D} + \frac{\sigma v_0}{k^2 - 1} \right) = \frac{\Pi}{\Phi} \left[q \frac{v}{D - \omega} - \sigma D \frac{v}{D - \omega} \frac{1}{k^2 - 1} \right], \quad (15,11)$$

причём здесь использовано уравнение (15,5).

Первый член в правой части показывает, что при отсутствии механических потерь ($\sigma = 0$) теплотери в точности компенсируют тепловыделение в точке $\xi = 1$. В самом деле, если объём слоя вещества v , то отношение $\frac{v}{\Phi}$ представляет толщину этого слоя, а $\frac{v\Pi}{\Phi}$ — его боковую поверхность. Тогда $q \frac{v\Pi}{\Phi}$ означает тепловые потери на единице пути, а $q \frac{v\Pi}{\Phi(D-\omega)}$ — потери за единицу времени. Если представить себе, что тепловых потерь нет ($q = 0$), а есть только механические, то окажется, что механические потери не просто сравниваются с тепловыделением, а дополнительно множатся на $\frac{1}{k^2 - 1}$.

Итак, мы показали, что в этой точке скорость детонационной волны относительно вещества равна местной скорости звука, т. е. $D - \omega = \frac{vD}{v_0} = c$. Это условие заменяет условие касания для детонации с произвольными потерями. После перехода в сверхзвуковую область попадание в точку C обеспечено, ибо C отвечает полному торможению.

3. Пусть, наконец, интегральная кривая доходит до линии $D = \omega + c$ раньше, чем ξ станет равно единице. Здесь $\frac{dv}{dx} = \infty$, так что кривая $v(x)$ не может быть продолжена за то значение x , которое отвечает точке $D = \omega + c$, что физически бессмысленно.

Итак, мы отобрали второй случай как единственно возможный.

Значение $\xi = 1$ достигается не при $\beta = 0$, т. е. не при полном выгорании. Таким образом, в точке, где скорость вещества равна местной скорости звука $D - \omega = c$, ещё остаётся некоторое количество непрореагировавшего вещества, которое принципиально может быть установлено из теории. Вместе с тем дальнейшее протекание реакции не может оказать никакого влияния на распространение детонационной волны, потому что скорость детонации относительно состояний, лежащих за точкой x_1 , где $D = \omega + c$, сверхзвуковая. Никакие характеристики уравнений газодинамики, выходящие из точек, лежащих за этой точкой, не догоняют поэтому точку x_1 . Распространение волны определяется только той частью теплоты химической реакции, которая выделяется до этой точки. Соответственно скорость детонации уменьшается: во-первых, от недогорания и, во-вторых, от потерь (в случае тепловых потерь, как мы видели, главная часть уменьшения скорости связана именно с потерями). Относительное изменение скорости детонации даётся формулой [22]:

$$\frac{\Delta D}{D} = -\frac{1}{2(k^2-1)Q\rho} \int_0^{x_1} \frac{\Pi\sigma}{\Phi} dx - \frac{1}{2Q\rho_0 D} \int_0^{x_1} \frac{\Pi q}{\Phi} dx - \frac{1}{2} \beta_1, \quad (15,12)$$

которую можно получить почленным интегрированием уравнения (15,4). Относительно небольшие потери уже делают детонацию невозможной.

Формула (15,12) позволяет сделать следующую оценку величины $\frac{\Delta D}{D}$. Пусть опыт показал, что в трубе определённого диаметра скорость детонации уменьшилась на некую часть, скажем на 5%, по сравнению с величиной $\sqrt{2Q(k^2-1)}$. Какова ширина зоны реакции? При этом следует различать ширину, отмеренную вдоль трубы от фронта волны, движущейся относительно вещества, и величину ωt , т. е. перемещение вещества относительно трубы за время реакции [см. (13,2) и (13,3)]. В формуле (15,12) мы пренебрежём недогоранием, т. е. членом $\frac{1}{2} \beta_1$, так как при не слишком высоком порядке реакции роль недогорания невелика. Всё изменение $\frac{\Delta D}{D}$ будет склады-

ваться из двух частей: тепловой, определяемой интегралом $\int q dx$, и механической, пропорциональной $\int \sigma dx$. Покажем, что оба эти слагаемые близки друг к другу. Механическая часть имеет сомножитель $\frac{1}{k^2-1}$ (15,11). Принимая $k = \frac{6}{5}$, получим $\frac{1}{k^2-1} = \frac{25}{11}$. Величина q связана с переносом энтальпии H , а σ — с переносом скорости ω . Следовательно, отношение переносимых величин даёт фактор порядка $\frac{H}{D\omega}$. Это отношение, строго говоря, меняется в ходе реакции, но его можно заменить средней величиной. В численном примере, который рассматривался в § 11, $Q = 45$, тогда $D = 6,48$. Что касается H и ω , то для них возьмём средние значения $\bar{H} = 60$, $\bar{\omega} = 3,8$. Тогда отношение механических потерь к тепловым составит $\frac{25}{11} \cdot \frac{60}{6,48 \cdot 3,8} \approx 1$. Достаточно вычислить механические потери и удвоить их, чтобы получить $\frac{\Delta D}{D}$.

Механические потери вычислим по формуле (14,1)

$$\sigma = \frac{c_f}{2} \rho \frac{\omega^2}{2}.$$

Множитель c_f , если оценить его величину по интерполяционной формуле Шлихтинга, равен приблизительно $1/300$. Отношение $\frac{\omega^2}{Q}$ в среднем составляет $20/45 = 4/9$. Отношение плотностей $\frac{\rho}{\rho_0}$ — среднее между 11 на фронте и $11/6$ при переходе в сверхзвуковую область. Примем его равным 6. Тогда, если расстояние от этой точки до фронта волны, измеренное по трубе, есть x_1 , получим для $\frac{\Delta D}{D}$ (где подставлено $\frac{\Pi}{\Phi} = \frac{2\pi r}{\pi r^2} = \frac{2}{r}$):

$$\frac{\Delta D}{D} \approx 2 \cdot \frac{1}{300} \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot \frac{2}{r} \cdot \frac{4}{9} \cdot x_1 \approx \frac{x_1}{60r}. \quad (15,13)$$

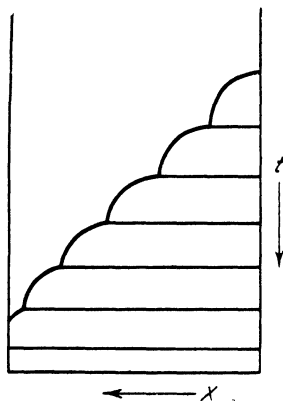
Если, как мы приняли, по данным опыта $\frac{\Delta D}{D} \approx 5\%$, то $x_1 = 3r$. Отсюда время реакции определится как $\frac{x_1}{D}$. При-

мем $D \sim 3 \cdot 10^5$ см/сек, тогда время реакции примерно $2,5 \cdot 10^{-5}$ сек. Последнее равенство (15,13) показывает, что $\frac{\Delta D}{D}$, грубо говоря, обратно пропорционально радиусу трубы.

§ 16. Спиновая детонация

В 1926 г. Кэмпбелл и Вудхен при исследовании детонации в смесях окиси углерода с кислородом получили фоторегистрации, резко отличающиеся от обычных. На этих фоторегистрациях фронт волны изображается волнистой линией, с которой связана система горизонтальных полос в области свечения продуктов реакции (фиг. 36). Каждой волне на изображении фронта соответствует полоса в области свечения продуктов реакции.

Опыты показали, что это явление хорошо воспроизводится. Детонация такого рода называется *спиновой детонацией* *). Спиновая детонация всегда возникает в трубе определённого диаметра при данном составе смеси независимо от способа инициирования, причём расстояние между волнами L (равное расстоянию между полосами) оказывается строго постоянным. При изменении внутреннего диаметра трубы d расстояние L меняется пропорционально диаметру трубы, так что отношение $\frac{L}{d}$ остаётся постоянным. Для примера в таблице III приведены результаты измерения величины L в смеси $2\text{CO} + \text{O}_2$ в трубках различных диаметров.



Фиг. 36.

Т а б л и ц а III

d , мм	L , мм	L/d
15	45	3,0
12,5	36	2,9
10	29	2,9

*) Объяснение терминов *спин*, *спиновая детонация* см. ниже в этом параграфе.

В таблице IV приведены значения частоты периодических изменений свечения ν при спиновой детонации ряда смесей.

Таблица IV
Частоты спина по Бону и Фрезеру *)

Объёмный состав смеси	d трубки, мм	ν 1/сек
$2\text{CO} + \text{O}_2$	25,5	24 000
$\text{C}_2\text{H}_2 + \text{O}_2$	15,0	53 000
$2\text{H}_2\text{S} + 3\text{O}_2$	13,0	44 000
$\text{CO} + \text{N}_2\text{O}$	12,8	44 000
$\text{CH}_4 + \text{O}_2$	13,0	68 000

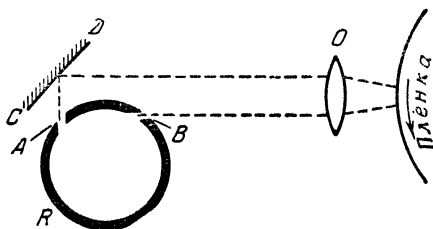
Значения ν , приведённые в таблице IV, относятся к так называемому *одноголовому* спину, т. е. к спину с одной точкой воспламенения. Такой спин наблюдается в трудно детонирующих смесях либо в смесях, нормально детонирующих в обычных условиях, но взятых вблизи пределов детонации. При добавлении к смеси веществ, ускоряющих реакцию, или при удалении от предела может возникнуть спин с несколькими поджигающими точками.

Все эти точки движутся по спиральям с одним и тем же шагом. При фоторегистрации это проявляется в увеличении частоты ν , причём ν скачком меняется в целое число раз.

В дальнейших экспериментальных исследованиях большую роль сыграли работы К. И. Щёлкина и его сотрудников, установивших, что детонационный спин—широко распространённое явление; например, смеси $\text{CS}_2\text{—O}_2$, $\text{H}_2\text{—воздух}$, CO—O_2 , углеводородо-воздушные детонируют только по спиновому механизму при любых отношениях концентраций компонент смеси. В нормально детонирующих смесях вблизи пределов распространения детонации единственно возможным режимом детонации

* Bone and Fraser, Photographic Investigation of Flame Movements in Gaseous Explosions, Philos. Trans. Roy. Soc. A 230, 363, 1932.

является спиновый режим, т. е. вблизи предела нормальная детонация всегда переходит в спиновую. Во многих случаях, когда исследовалась нормальная детонация, при увеличении разрешающей силы фоторегистра удавалось обнаружить, что в действительности волна имеет спиновую структуру. Таким образом, нормальная детонация встречается реже, чем принято думать; во многих случаях,



Фиг. 37.

когда регистрируется *нормальная детонация*, в действительности происходит *спиновая детонация* с большим числом голов.

Что же представляет собой спиновая детонация?

Предлагались две гипотезы о природе детонационного спина:

1) Явление вызвано тем, что в спиновой детонации реакция протекает периодически.

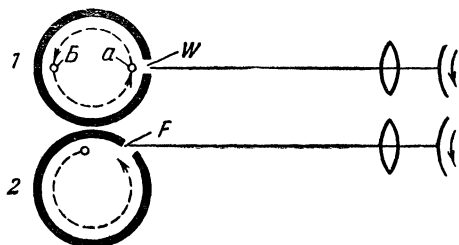
2) Явление вызвано движением зоны воспламенения, малой в сравнении с диаметром трубы, по винтовому пути, лежащему вблизи поверхности трубы.

Справедливость второй гипотезы была доказана Кэмпбеллом и его сотрудниками серией остроумных опытов. Эти опыты мы вкратце опишем. Первый из описываемых опытов ставится на основе следующего рассуждения. Если зона воспламенения движется по спиральному пути, то она должна появиться в окнах трубы, разделённых дугой в 90° , за время, равное $\frac{1}{4}$ всего времени, необходимого для полного оборота на 360° .

Схема этого опыта изображена на фиг. 37. Здесь *R*— взрывная труба с окнами *A* и *B*, разделёнными дугой в 90° , *CD*—зеркало, проектирующее свет из окна *A* на объектив фоторегистра *O*. На полученной регистрации

оказалось, что полосы действительно отделены друг от друга расстояниями $1/4 L$ и $3/4 L$, где L —расстояние между полосами при регистрации через окно B , без зеркала CD .

Далее, было показано, что при регистрации спиновой детонации через окно W (фиг. 38) расстояние между полосами вдвое меньше, чем при регистрации через окно F . Ясно, что этот эффект можно объяснить только вращением



Фиг. 38.

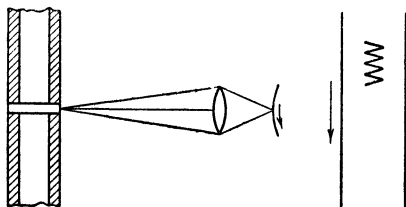
головы спина вокруг оси трубы: за один оборот яркий участок пламени дважды появляется в окне W и только один раз в окне F .

Большой интерес представляют опыты, в которых детонационный спин регистрировался через торец трубы, заэкранированный чёрной бумагой с концентрической щелью шириной в 2 мм по периферии трубы. В этих опытах при фоторегистрации получились циклоиды различных типов. Тип циклоиды зависел от скорости движения изображения фронта пламени по фотоплёнке. Частота полос точно соответствовала частоте полос на фотографии. Оба направления вращения спирали, как по часовой стрелке, так и против часовой стрелки, оказались равновероятными.

Случайно было получено ещё одно убедительное подтверждение гипотезы о вращении зоны воспламенения. В некоторых опытах, когда спиновая детонация инициировалась в свинцовой трубе и затем переходила в стеклянную, было замечено, что на стенках стеклянной трубы, покрытой налётом свинцовой пыли, после прохождения волны обнаруживался винтовой след. Это наблюдение послужило отправным пунктом для опытов, в которых стенки трубки перед наполнением газом покрывались

тонким слоем какого-либо порошка, например талька. Таким образом удалось обнаружить на стенках трубки после прохождения волны чёткий след винтового движения зоны наиболее интенсивной химической реакции.

Следовательно, на основании всей совокупности опытов гипотезу о вращении зоны поджигания в этих опытах



Фиг. 39.

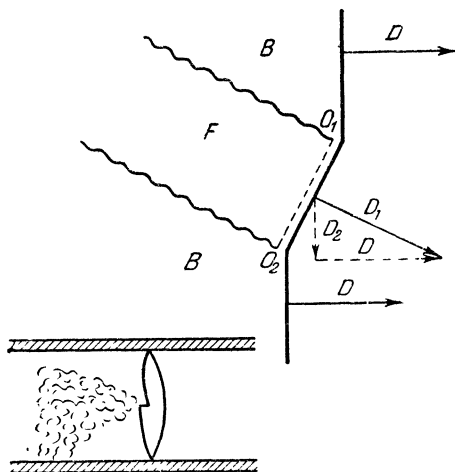
можно считать доказанной. Термин *спин* связан с английским словом *вращение*.

Механизм образования полос на фотографии может быть понят из следующего опыта. При фотографировании спиновой волны через щель, перпендикулярную к оси трубы (фиг. 39), на вращающейся плёнке получается длинная зигзагообразная линия (опыт Кэмпбелла и Финча). Следовательно, область интенсивного свечения имеет вид узкой полосы—*шлейфа*, вытянутого вдоль образующей трубы; он вращается с той же частотой, что и голова спина. Теперь представим себе, что детонация фотографируется через щель, расположенную вдоль оси трубы. В тот момент, когда шлейф появляется в щели, на плёнке появляется полоса—моментальная фотография шлейфа. Наклон полосы определяется углом, который образует шлейф с осью трубы. Никаких количественных данных о природе шлейфа пока нет.

Некоторые исследователи детонационного спина полагали, что равномерное вращение шлейфа вокруг оси трубы объясняется тем, что в спиновой волне происходит вращение не только зоны воспламенения, но и всей массы газа вокруг оси трубы. Но такая точка зрения противоречит закону сохранения момента количества движения. В гладкой цилиндрической трубке нет таких сил, которые

могли бы вызвать вращение газа как целого в определённом направлении.

К. И. Щёлкин *) предположил, что в месте воспламенения волна имеет винтовым образом распространяющийся излом, как это схематически показано на фиг. 40 внизу. Тот же излом показан в верхней части рисунка в увеличенном виде.



Фиг. 40.

Механизм воспламенения газа в изломе и количественная теория, позволившая рассчитать угол спирали, даны в работе Я. Б. Зельдовича **).

Итак, допустим, что в месте воспламенения детонационная волна имеет участок, наклонный к оси трубы, так что, если смотреть в плоскости, перпендикулярной к оси, вблизи места воспламенения волна имеет приблизительно такой вид, как показано на фиг. 40 (в нижней части рисунка схематически показано распространение пламени по трубе в целом).

*) Щёлкин К. И., К теории детонационного спина, ДАН 47, 501, 1945.

***) Зельдович Я. Б., К теории детонационного спина, ДАН 52, 147, 1946.

Участки волны B движутся прямо вдоль оси трубки с нормальной для данной смеси скоростью детонации D . На изломанном участке O_1O_2 имеет место пересжатие, которое обладает большей скоростью распространения D_1 , но движется под углом к оси трубки. Осевая составляющая D_1 равна по условию стационарности D , а составляющая D_2 , перпендикулярная к оси трубки и к радиусу, проведённому в точку излома, приводит к равномерному вращению излома по окружности трубки. Сочетание обоих движений—поступательного и вращательного—даёт винтовое распространение. Так как D_1 больше D , давление на фронте излома выше, чем в плоской части волны. Следовательно, выше и температура, а это приводит к значительно большей скорости поджигания смеси в изломе.

Горение, первоначально возникшее в зоне F , постепенно захватывает сжатые ударной волной зоны B , и весь газ сгорает. Поэтому, если провести контрольные поверхности впереди фронта волны и в том сечении, где реакция уже закончилась, то интегральные балансы вещества, количества движения и энергии, которые обычно применяются к плоской детонационной волне, сохраняют силу и здесь. Мы таким же образом применяли их в § 11 к распространению реакции в газе, поджигаемом системой искр, считая шириной фронта всю область от начала реакции до того сечения, где всё вещество прореагировало.

Исходя из требования стационарности процесса как целого, мы и в этом случае придём к условию касательной, имея дело с величинами, средними по сечению трубки. И здесь прямая, соединяющая начальное и конечное состояния, касательна к адиабате полного сгорания. Поэтому скорость распространения плоской детонационной волны, если пренебречь потерями, как обычно, равна $D = \sqrt{2(k^2 - 1) Q}$.

Пусть теперь смесь имеет настолько относительно малую теплоту реакции Q , что температура на фронте плоской ударной волны в состоянии B приводит к малой скорости реакции. Это должно было бы повести к большой ширине фронта реакции. На самом деле получается не растянутый фронт реакции, а детонационный спин, т. е. воспламенение в изломе ударной волны, где температура выше.

Основная идея объяснения детонационного спина заключается в следующем: если температура на фронте плоской ударной волны низка, то газ, сжатый плоской волной, реагирует медленно, так что образуется широкая зона реакции. Давление газа, сжатого плоской ударной волной, приблизительно вдвое больше, чем в точке касания прямой постоянной скорости с адиабатой продуктов реакции. Поэтому слой сжатого газа может играть роль поршня, поддерживающего распространение пересжатой детонационной волны. Излом и представляет собой такую пересжатую волну, возникающую благодаря тому, что продукты реакции, которая происходит в изломе, окружены сжатым, но не реагировавшим газом.

Читатель, интересующийся результатами строгого рассмотрения излома на детонационной волне, может обратиться к указанной работе Зельдовича. Здесь мы дадим упрощённую трактовку того же вопроса, приводящую к качественно правильным результатам. На фиг. 40 продукты горения, начавшегося в изломе (зона F), окружены веществом, сжатым ударной волной. Следовательно, в зоне F давление $p_F = p_B^*$). На верхней адиабате (фиг. 41) точка F отвечает режиму детонации, при котором вещество сжимается сзади поршнем, так что за зоной реакции следует не волна разрежения, а вещество при давлении p_F^{**}). Скорость такой детонации больше *термодинамической*, равной $\sqrt{2(k^2 - 1)Q}$.

Пересжатая детонационная волна не может уйти вперёд от поддерживающей её ударной волны, но так как скорость волны и скорость излома различны, направление движения излома должно составлять некоторый угол со скоростью D . Угол, очевидно, удовлетворяет тому условию, что проекция D_1 на ось трубки равна D ; тогда весь процесс стационарен. Сочетание поступательного движения с вращательным и даёт винтовую линию.

Если пользоваться элементарным построением фиг. 41, то легко вычислить p_F и вместе с ним D_1 .

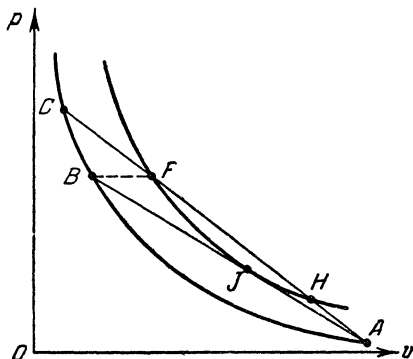
Обратимся к численному примеру ***) , который мы уже

*) Ниже будет показано, что это условие не вполне точно.

***) См. § 10.

****) Вычисления выполнены М. С. Арепкиным.

однажды рассматривали при горении газа в трубе (§ 11). В этом примере $p_0 = 1$, $v_0 = 1$, $Q = 45$, $\frac{c_p}{c_v} = 6/5$. При вычислениях начальное давление газа не считалось равным нулю, поэтому термодинамическая скорость детонации равна не 6,29, как получается по формуле $D = \sqrt{2(k^2 - 1)Q}$, а 6,48. Давление в плоской ударной волне p_B равно



Фиг. 41.

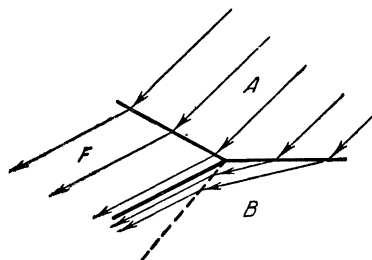
в этом примере 38,11. Следовательно, согласно сделанному допущению и давление в зоне F , p_F также равно 38,11. В точке касания J давление равно 19,53, а объём $v_J = 0,559$. По величинам p_B и p_F находим $v_B = 0,117$ $v_F = 0,331$.

Зная теперь p_F и v_F , мы легко определяем полную скорость излома $D_1 = \sqrt{\frac{p_F - 1}{1 - v_F}} = 7,45$. Эта скорость должна иметь осевую составляющую, равную $D = 6,48$. Следовательно, угол между нормалью к излому и осью трубки, т. е. угол винтовой линии, равен $\arccos \frac{6,48}{7,45} = 29^\circ$.

Отметим, кроме того, что состояние продуктов реакции F получается из состояния газа C , предварительно сжатого косо ударной волной. На фиг. 41 это состояние лежит на прямой AFC . Состояние C характеризуется следующими параметрами: $p_C = 50,40$, $v_C = 0,111$, $T_C = 5,59$;

T_C выше T_B на 25%; для распространения спина существенно, что при температуре T_B реакция идёт медленно, а при T_C — быстро.

На самом деле надо удовлетворить не только условию равенства давлений, но и равенства тангенциальной составляющей скорости между зонами F и B . Рассмотрим систему координат, движущуюся вместе с изломом волны со скоростью D_1 относительно газа (фиг. 42). Так как тангенциальная составляющая скорости газа сохраняется,



Фиг. 42.

то в зоне B линии тока должны иметь иное направление, чем в зоне F . Поэтому между зонами F и B должны находиться ещё некоторые поверхности разрыва. Подробности о пересечении поверхностей разрыва можно найти в специальных исследованиях*). Мы укажем только, что, помимо прямой и косой ударной волны,

о которых уже говорилось, через точку пересечения должна проходить ещё одна косая волна и поверхность, параллельная линиям тока, на которой непрерывно давление, а величина скорости терпит разрыв (так называемый тангенциальный разрыв). Это — минимальное число разрывов, достаточное, чтобы удовлетворить всем законам сохранения на всех поверхностях разрыва.

В указанной статье Зельдовича расчёт произведён именно для такой системы разрывов, причём угол спирали с осью трубки оказался большим, чем в приведённом здесь упрощённом расчёте. Это лучше согласуется с опытом.

Рассмотрим теперь условия возникновения спиновой детонации. Так как голова спиновой детонации занимает лишь малую часть сечения трубы, допустимое время реак-

*) Курант Р. и Фридрихс К., Сверхзвуковое течение и ударные волны, Изд. Иностранной литературы, 1950; Campbell C., Litter W. B. and Whitnorth C., The Measurement of Pressures Developed in Explosion Waves, Proc. Roy. Soc. A137, 380, 1932.

ции в голове значительно меньше, чем в нормальной детонационной волне. Для того чтобы осуществилась спиновая детонация, необходима большая теплота активации; нужно, чтобы увеличение скорости реакции при более высокой температуре в *голове* превысило уменьшение времени пребывания газа в зоне излома волны, если сравнить оба времени с соответствующими временами в обычной волне.

Одномерная теория предела распространения детонации, изложенная выше, оказывается пригодной лишь в случае малой теплоты активации; повидимому, отношение $A/RT_{уд}$ не должно превышать некоторой определённой величины для того, чтобы детонация оставалась нормальной вплоть до затухания и чтобы была буквально применима теория предела детонации, развитая выше.

Критическое значение отношения $A/RT_{уд}$ до настоящего времени не найдено. Однако практически, повидимому, во всех исследованных газовых смесях значение $A/RT_{уд}$ больше критического, и на пределе затухания детонация имеет спиновый характер.

Рассмотрим, как влияет увеличение диаметра трубы на положение предела и максимально возможное время реакции. Будем исходить из развитых в этом параграфе представлений о спиновой детонации.

Пусть τ_C —время, за которое заканчивается реакция в голове спина, b_r —размер головы спина. Тогда для возможности воспламенения в голове спина отношение τ_C/b_r должно быть меньше некоторой определённой величины. При данном расстоянии между двумя соседними головами h (в случае одной головы $h = \pi d$, т. е. равно расстоянию от данной головы до неё самой, отсчитанному по окружности трубы) температура в голове спина T_C тем меньше, чем больше ширина b_r); T_C зависит от b_r/h , соответственно от b_r/h зависит и τ_C , которое растёт вместе с увеличением b_r/h .

Отсюда следует вывод: при малом τ_C возможны малое b_r и малое h ; в трубе может одновременно находиться

*) Очевидно, что если ширина головы приближается к расстоянию между головами, то давление и температура приближаются к соответствующим величинам в плоской, неспиновой волне.

много голов спина, притом тем больше, чем больше диаметр трубы. В трубе данного диаметра d при увеличении τ_C возможное число голов уменьшается. При некоторых τ_C возможна только одна голова, при этом $b_r \sim h$; чем больше d , тем больше τ_C при одноголовом спине. При ещё большем τ_C становится невозможной спиновая детонация. Таким образом, с приближением к пределу число голов спина уменьшается.

Пределы спиновой детонации должны расширяться при увеличении диаметра трубы. Величина τ_C относилась к времени воспламенения в голове. Полное время реакции τ_m всей газовой смеси во всём сечении трубы при спиновой детонации определяется временем распространения пламени от воспламеняющихся газов по всему сечению. В данной трубе это время тем меньше, чем больше точек воспламенения—*голов* спина. Когда число голов уменьшается с приближением к пределу детонации, достигается максимальная величина времени реакции τ_m , соответствующая времени сгорания газа во всём сечении при воспламенении в одной точке. Очевидно, что τ_m пропорционально диаметру.

Таким образом, развитые здесь представления приводят к выводам, неожиданно близким к выводам одномерной теории: расширению предела и увеличению максимального времени реакции при увеличении диаметра трубы.

Режим распространения реакции в газовой смеси, сходный по механизму со спиновой детонацией, был осуществлён в работе Я. Б. Зельдовича и И. Я. Шляпнтова *), в которой изучалось воспламенение газовых смесей ударной волной, создаваемой быстро летящей пулей калибра 5,5 мм (перед тупым передним концом пули) в трубке диаметром 30—35 мм.

Действительно, в обоих случаях воспламенение происходит в зоне, малой по сравнению с диаметром трубы; дальнейшая реакция протекает в пламени, распространяющемся от зоны воспламенения. На фоторегистрациях воспламенения пуль обнаружилась полосатая структура

*) Зельдович Я. Б. и Шляпнтова И. Я., Воспламенение взрывчатых газовых смесей в ударных волнах, ДАН 65, 871, 1949.

области свечения продуктов реакции. Это явление было объяснено следующим образом. Ударная волна, создаваемая пулей, отражается от стенок трубки, происходит кумуляция волны на оси трубки и т. д. В точках, где происходит кумуляция волн, увеличивается интенсивность свечения сгоревшего газа. Когда пуля движется, то за ней на определённых расстояниях в том же направлении движутся эти яркие точки. На фоторегистрации получается система полос; первая полоса—изображение фронта воспламенения, вторая—изображение первой яркой точки и т. д.

Для теории спиновой детонации весьма существенно представление о зоне повышенного давления непосредственно за фронтом ударной волны. В этой зоне происходит горение газа. Интересно поэтому обнаружить такую зону повышенного давления в прямом опыте или хотя бы получить указание на то, что такая зона существует. Соответствующий опыт был выполнен С. М. Когарко и Я. Б. Зельдовичем *).

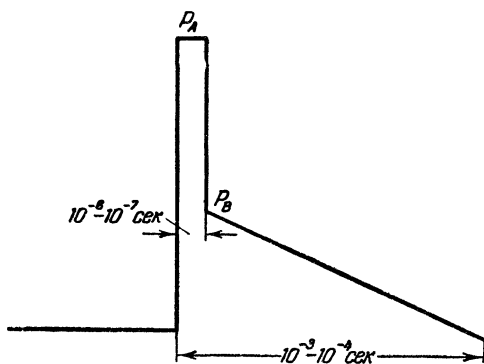
Количество и толщина слоя газа с повышенным давлением p_A пропорциональны времени реакции τ . Чем больше диаметр трубы, тем меньше и трение и теплоотдача. В простейшем предположении, что скорость химической реакции зависит только от температуры T_A , а сама реакция идёт равномерно по всему сечению трубы, можно сделать вывод, что распространение детонации возможно только в том случае, когда отношение τ/d меньше некоторой определённой величины. На основе этих рассуждений было поставлено исследование детонации газа в трубе с диаметром 305 мм, т. е. в 10—15 раз больше, чем в обычных лабораторных условиях. Можно было ожидать, что при этом окажется возможной детонация смесей с большими τ , не детонирующих в обычных трубах, и благодаря увеличению τ на пределе удастся экспериментально обнаружить существование слоя сжатого газа повышенного давления p_A во фронте волны. Как указывалось, в трубе большого диаметра действительно удалось обнаружить расширение пределов детонации, т. е. вызвать детонацию

*) Когарко С. М. и Зельдович Я. Б., О детонации газовых смесей, ДАН 63, 553, 1948.

смесей с такими τ , при которых детонация в узких трубах невозможна.

Для измерения давления в детонационной волне в торце стальной трубы были установлены медные столбики, по обжатию которых измерялось давление.

Для того чтобы выяснить смысл производившихся измерений, рассмотрим эпюру давления в детонационной волне, представленную схематически на фиг. 43. Эшора относится к случаю энергично детонирующей смеси. Химическая реакция завершается за малое время порядка

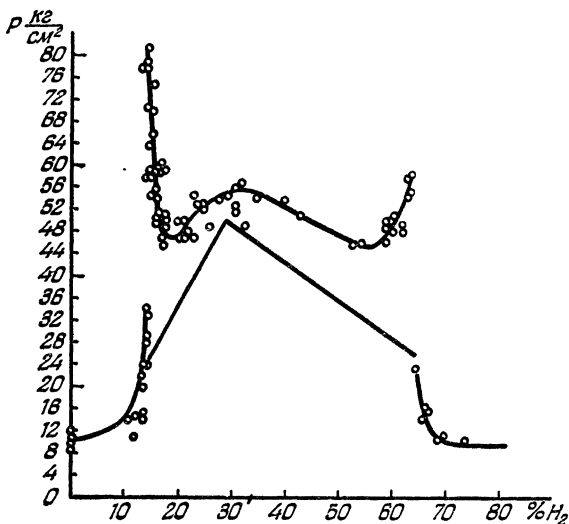


Фиг. 43.

$10^{-6}-10^{-7}$ сек., спад давления происходит за гораздо большее время порядка $10^{-3}-10^{-4}$ сек., зависящее от длины взрывной трубы. Величина давления, которая регистрируется прибором, зависит от его инерционности, т. е. от времени, за которое он срабатывает. Например, если прибор срабатывает за время 10^{-7} сек., то он зарегистрирует давление p_A . Если он срабатывает за большее время, то он регистрирует некоторое промежуточное давление, тем меньшее, чем больше инерционность измерительного прибора. Теперь представим себе, что время жизни состояния с давлением p_A увеличилось. Это при прочих равных условиях приводит к тому, что величина среднего давления, регистрируемого прибором, окажется более высокой, чем прежде.

Следовательно, по мере приближения к пределу, когда время действия τ растёт, величины средних давлений, регистрируемых прибором, должны всё больше отличаться от давления в момент окончания реакции p_B и приближаться к давлению в момент поджигания p_A .

Результаты опытов по измерению давлений в водородо-воздушной смеси при отражении детонационной волны от торца трубы приведены на фиг. 44.

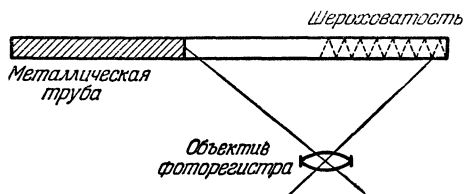


Фиг. 44.

Ломаная линия представляет соответствующую зависимость, вычисленную в предположении, что реакция в волне протекает мгновенно. Резкое различие в измеренных и вычисленных давлениях полностью доказывает существование зоны повышенного давления во фронте детонационной волны, свидетельствует об увеличении ширины зоны при подходе к пределам распространения детонации и о влиянии ширины этой зоны на разрушительное действие детонационной волны. Последнее определяется импульсом, передаваемым от волны препятствию, т. е. произведением давления на время его действия.

§ 17. Детонация в шероховатых трубах

Рассматривая теорию детонации с потерями, мы объяснили существование довольно тесных пределов детонации. Оказалось, что в гладкой трубе детонация может распространяться только со скоростью, не намного меньшей, чем термодинамическая скорость $D = \sqrt{2(k^2 - 1)Q}$. В этом смысле потери на трение и теплоотдачу можно рассматривать как *малое возмущение*, причём малость их надо понимать в том смысле, что пока детонация с потерями



Фиг. 45.

вообще возможна, потери не сильно снижают скорость. Напомним, что скорость выделения энергии на фронте ударной волны зависит от температуры экспоненциально, а температура пропорциональна квадрату скорости волны. Достаточно скорости немного понизиться, чтобы сильно замедлилась химическая реакция и соответственно этому тепловыделение на фронте стало меньше потерь, а тогда, как мы знаем, распространение детонационной волны становится невозможным.

Всё сказанное относится к потерям в гладких трубах. Величина потерь обычно регулируется изменением диаметра трубы и начального давления. Чрезвычайно интересный метод увеличения потерь был предложен К. И. Щёлкиным в работах по изучению распространения детонации в шероховатых трубах. Щёлкин изменял гидродинамическое сопротивление взрывных труб, вставляя в них проволочные спирали, изготовленные из проволоки различных диаметров. При этом коэффициент сопротивления зависит от диаметра проволоки и от числа витков проволоки на 1 см трубы.

Экспериментальная установка Щёлкина схематически изображена на фиг. 45. Детонационная волна, возникшая

в отрезке металлической трубы длиной около метра, распространяется потом по стеклянной трубе длиной около двух метров. Во второй половине стеклянной трубы помещена проволочная спираль, создающая шероховатость. На одной и той же фотографии регистрируется распространение детонации в гладкой и шероховатой частях трубы, что даёт возможность весьма точно (с точностью $\sim 1,5\%$ от скорости детонации) измерить скорость детонации в шероховатой трубе по отношению к её значению в гладкой трубе.

Результаты опытов приведены в таблице V.

Таблица V

Влияние шероховатости на скорости детонации различных смесей по Щёлкину

Смесь	Диаметр трубы	k	n	$D_{\text{гл}}$ м/сек	$D_{\text{ш}}$ м/сек	$\frac{D_{\text{ш}}}{D_{\text{гл}}}$ в %
$2\text{H}_2 + \text{O}_2$	10,0	0,25	3,6	2767	2352	85,5
		0,43	2,4	2820	1608	57,0
$2\text{H}_2 + \text{O}_2$	7,0	0,20	5,1	2853	2330	81,7
		0,29	3,9	2820	2170	77,0
		0,43	3,2	2795	1859	66,5
		0,61	2,4	2741	1804	65,7
$2,07\text{H}_2 + \text{O}_2$	4,5	0,13	6,6	2915	2842	97,6
		0,31	5,0	2940	1760	59,9
		0,44	—	2974	1685	56,7
$\text{C}_2\text{H}_6 + 3,5\text{O}_2$	10,0	0,20	4,2	2110	1872	88,7
		0,30	2,5	2050	1755	85,7
		0,43	2,4	2142	1478	68,8

Здесь начальное давление равно одной атмосфере. k —отношение диаметра проволоки, образующей шероховатость, к радиусу трубы, n —число витков спирали на 1 см длины трубы, $D_{\text{гл}}$ —скорость детонации в гладкой части трубы, $D_{\text{ш}}$ —скорость детонации в шероховатой части трубы. Особенно интересно то, что скорости детонации могут отличаться от термодинамической скорости детонации на 40—50%. Из таблицы V видно, что в смеси данного состава вместо одной определённой скорости, наблю-

дающейся в гладкой трубе, в шероховатых трубах в зависимости от степени шероховатости можно, по желанию, получить любую скорость детонации от термодинамической (равной скорости детонации в гладкой трубе) до скорости, составляющей половину термодинамической. Падение скорости тем значительнее, чем больше относительная шероховатость и чем ближе смесь по составу к предельной для распространения детонации.

В шероховатых трубах Щёлкину и Диценту удалось осуществить новый режим горения, приближающийся по свойствам к детонационному.

В смесях окиси углерода с воздухом в условиях гладкой трубы пламя распространяется со средней скоростью двух метров в секунду, шероховатость трубы вызывает значительное ускорение пламени. Пламя достигает скоростей порядка сотен метров в секунду и распространяется дальше почти с постоянной скоростью (но не со строго постоянной скоростью, как при детонации). Быстрое пламя способно производить значительные механические разрушения. Оно может, например, разорвать толстостенную стеклянную трубку, причём разрыв сопровождается резким звуком. При повторении опытов в трубе с данной шероховатостью довольно хорошо, в пределах 100—200 м/сек, воспроизводятся максимальные скорости пламени и средние скорости (от места воспламенения до конца трубы в пределах 50—100 м/сек). Результаты опытов В. Е. Дицента и К. И. Щёлкина приведены в таблице VI.

Здесь D —внутренний диаметр трубы, d —внешний диаметр спирали, n —число витков на 1 см, U_m —максимальная скорость пламени, U —средняя скорость пламени.

Таким образом, в шероховатых трубах наблюдается как аномально низкая скорость стационарной детонации, так и чрезвычайно быстрое, но нестационарное горение. Я. Б. Зельдович*) предложил следующее объяснение пониженных скоростей детонации. Первое воспламенение может иметь место примерно по окружности одной спирали, а потом пламя распространяется в потоке газа,

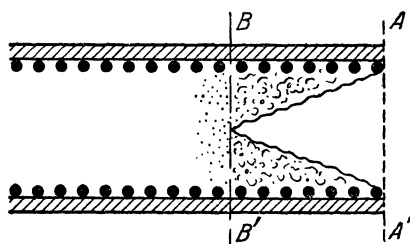
*) Зельдович Я. Б., Теория горения и детонации газов, Изд Академии наук СССР, 1944.

Таблица VI

Скорости пламени в смесях CO—воздух в шероховатой трубе по В. Е. Дипенту и К. И. Щёлкину *)

Состав смеси	D мм	d мм	n	U_m м/сек	U м/сек
50% CO+50% воздуха	17	гладкая	—	—	2
50% CO+50% »	17	17	3,5	горения нет	нет
50% CO+50% »	17	14,	3,4	горения нет	нет
50% CO+50% »	18	11	3,5	790	188
50% CO+47% возд.+ +3% H ₂	18	11	3,5	1808	582
50% CO+50% воздуха	17	9,1	3,4	1285	318
40% CO+60% »	18	11	3,5	1470	—
40% CO+58% возд.+ +2% H ₂	18	11	3,5	1820	415

как это показано на фиг. 46. Горение начинается на поверхности трубки и постепенно заполняет весь просвет



Фиг. 46.

её, образуя как бы конус. Зона реакции заметно растягивается и располагается примерно между контрольными поверхностями AA' и BB' .

Процесс горения здесь существенно неодномерен. Ширина зоны реакции определяется не непосредственно кинетикой, как это имело место при *одномерном* распространении детонации в гладкой трубе, а скоростью дохождения реакции от поверхности трубы к середине, т. е.

*) Дипент В. Е. и Щёлкин К. И., Быстрое горение в шероховатых трубах, ЖФХ 19, 24, 1949.

скоростью горения сжатого газа. Но область горения является дозвуковой в системе координат, движущейся вместе с ударной волной AA' . Поэтому всякое возмущение газа у витков проволоки между AA' и BB' сказывается на движении ударной волны как целого. Иными словами, потери на трение у витков, происходящие на сравнительно большой длине AB , существенно уменьшают скорость детонации.

Воспламенителем теперь является не фронт плоской ударной волны, а только его местное искажение вблизи витков спирали, где резко увеличивается амплитуда волны вследствие отражения от витков и, следовательно, происходит особенно сильное разогревание газа. Этим механизмом можно объяснить сильно пониженную скорость детонации в шероховатых трубах, наблюдавшуюся К. И. Щёлкиным (~ 900 м/сек). Но Щёлкин наблюдал ещё меньшие скорости распространения пламени в шероховатых трубах (~ 500 м/сек), которые таким образом уже объяснить нельзя, так как при отражении столь *слабой* ударной волны от жёсткой преграды температура повышается недостаточно для того, чтобы началась химическая реакция.

Чтобы разобраться в этом явлении, вспомним задачу о горении газа в трубе при скоростях поджигания, лежащих между максимальной скоростью горения и минимальной скоростью детонации. Не вводя в рассмотрение потерь, мы видели, что в этом случае невозможен стационарный режим детонации, и впереди фронта поджигания образуется ударная волна, бегущая быстрее поджигающих искр. Поэтому весь процесс в целом нестационарен.

Но состояние газа, сжатого ударной волной, не меняется, не меняется и состояние продуктов горения. В этом смысле процесс горения можно рассматривать как стационарный. Переходя к скорости поджигания, равной скорости самопроизвольной детонации, мы смогли рассматривать её как медленное горение газа, предварительно сжатого ударной волной.

Представим себе столь большие потери, что ударная волна не сможет уйти вперёд при гораздо меньших скоростях поджигания (~ 500 м/сек). В трубе выработается *профиль* скорости газа, т. е. максимальная скорость газа

на оси и минимальная на периферии. Ясно, что скорость распространения такого профиля определяется именно наибольшими скоростями. Мы и в этом случае будем иметь дело с неоднородным процессом горения и с сильно растянутой зоной реакции.

Но этот процесс уже не является детонацией в собственном смысле слова: нельзя сказать, что здесь имеет место воспламенение газа вследствие сжатия в ударной волне. Механизм распространения пламени в этом случае связан с переносом воспламеняющих свежий газ продуктов реакции в той части «профиля» скорости, где скорость газа наибольшая. Там горящий газ как бы забегают вперёд и поджигает остальной газ, ещё не затронутый реакцией, причём пламя распространяется турбулентно. Забегание возможно здесь потому, что при сильном торможении ударной волны в целом отдельные участки могут иметь скорость движения вещества, равную общей скорости распространения волны (тогда как в плоской ударной волне всегда $w < D$).

Хотя оба необычных режима детонации, несомненно, наблюдались, определить границу перехода между ними и нормальным режимом ещё не удавалось. Весьма желательно было бы установить физическую границу между собственно детонацией, инициируемой в точках вблизи шероховатостей, и ненормально быстрым горением, которое переносится благодаря профилю скорости газа.

§ 18. Переход нормального горения в детонацию

При детонации газ вступает в реакцию под действием ударной волны, сжимающей и нагревающей газ. Поэтому естественный, наиболее простой и быстрый способ вызывать детонацию заключается в том, чтобы создать во взрывчатой смеси мощную ударную волну. Такая волна вызовет практически мгновенное воспламенение смеси, а это и есть детонация.

Для создания мощной ударной волны удобно воспользоваться взрывом небольшого заряда азида свинца или гремучей ртути, помещённого в трубку или в сосуд, содержащий взрывчатую смесь. Опыт подтверждает, что

при этих условиях детонация смеси возникает мгновенно у самой поверхности заряда.

Что будет, если ту же взрывчатую смесь поджечь, не создавая ударной волны, т. е. сравнительно медленно подводя тепло, например, накаливанием проволоки, электрической дугой или слабой электрической искрой?

При этом смесь начинает гореть, возникает нормальное распространение пламени, при котором от слоя к слою горение передаётся теплопроводностью, а давление практически везде постоянно.

Замечательное явление перехода нормального горения в детонацию заключается в том, что при распространении пламени в длинной трубе скорость его постепенно увеличивается, и на некотором расстоянии от места зажигания возникает детонационная волна. Как видно из таблиц VII и VIII, расстояние от точки зажигания до места возникновения нормальной детонации уменьшается с ростом начального давления и растёт с ростом начальной температуры смеси.

Длина преддетонационного периода зависит не только от состояния исходной смеси, но и от гидродинамических

Т а б л и ц а VII

Влияние давления на расстояние от точки зажигания до места возникновения детонации по А. С. Соколику и К. И. Щёлкину *)

Смесь	Расстояние в сантиметрах при давлении в миллиметрах			
	$P_{мм}$ 30	100	200	300
$2H_2 + O_2$	—	—	78	52
$CH_4 + 2O_2$	—	134	78	51
$C_2H_6 + 3,5O_2$	—	102	58	46
$C_6H_{14} + 9,5O_2$	105	48	32	27
$C_6H_6 + 7,6O_2$	—	54	—	47

*) Соколик А. С. и Щёлкин К. И., Детонация в газовых смесях. Изменение скорости детонационной волны с давлением, ЖФХ 5, 1459, 1934.

Т а б л и ц а VIII

Расстояние от искры до места возникновения детонации при различных начальных температурах по Лаффиту *)

$2\text{H}_2 + \text{O}_2$		$\text{CH}_4 + \text{O}_2$	
Начальная температура, °C	Расстояние в сантиметрах	Начальная температура, °C	Расстояние в см
15	60	15	55
120—130	73	160—180	74
160—180	78	290—310	90
300—320	В метровой трубе детонация не возникает	340—350	В метровой трубе детонация не возникает

условий, при которых происходит распространение пламени, от диаметра трубы, состояния стенок (гладкие или шероховатые) и т. д.

Влияние диаметра трубы на расстояние от места зажигания до места возникновения детонации иллюстрирует таблица IX. Влияние шероховатости будет рассмотрено ниже.

Т а б л и ц а IX

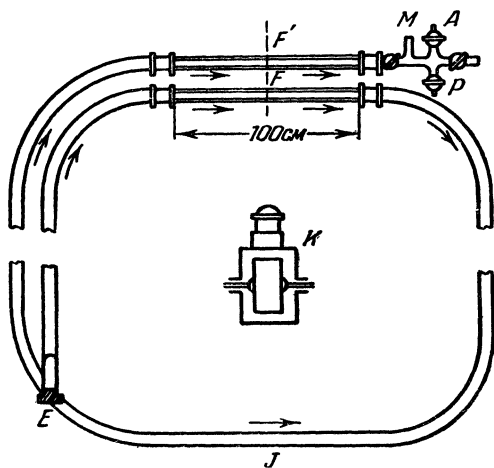
Влияние диаметра трубы (длиной в 250 см) на расстояние до места возникновения детонации в смеси $\text{CH}_4 + 2\text{O}_2$ по К. И. Шёлкину ($p_{\text{нач}} = 400 \text{ мм}$, $T_{\text{нач}} = 15^\circ \text{ C}$)

Диаметр трубы, мм . .	13	32	38	48
Расстояние до детонации, см	112	117	150	220

Расстояние до места возникновения детонации весьма сильно зависит от состава смеси: разбавление смеси инерт-

*) Lafitte P., L'influence de la température sur la formation de l'onde explosive, Comptes Rendus 186, 951, 1928.

ными газами или прибавление большого избытка одного из компонентов увеличивает это расстояние. Следует отметить, что не при всяком составе смеси горение может перейти в детонацию. Существуют известные критические значения состава и начального давления, называемые *взрывными пределами*, при переходе через которые самопроизвольный переход горения в детонацию становится невозможным. Взрывные пределы по составу и по давлению



Фиг. 47.

нию исследовали М. А. Ривин и А. С. Соколик *). Опыты по измерению взрывных пределов производились в установке, изображённой на фиг. 47. Стекло́нные трубки F и F' располагались на расстоянии 11 и 32 м от места зажигания. Общая длина трубы составляла 40 м. Большая длина трубы давала возможность безошибочно определять стационарность распространяющейся волны. Значения взрывных пределов для ряда смесей приведены в таблице X.

Внимательное рассмотрение фотографий перехода горения в детонацию показывает, что это явление нельзя рассматривать как непрерывное увеличение скорости

*) Ривин М. А. и Соколик А. С., Взрывные пределы газовых смесей. 1. Взрывные пределы водоро́до-возду́шных смесей, ЖФХ 7, 571, 1936.

Т а б л и ц а X

Значения взрывных пределов для различных смесей при начальном давлении в одну атмосферу по М. А. Ривину и А. С. Соколику *)

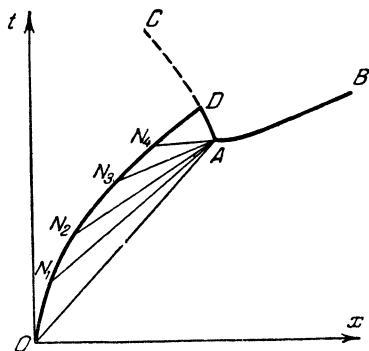
Смесь	Процент горючего в смеси	
	нижний предел	верхний предел
H_2 —воздух	27	35,5
H_2 — O_2	23	85
CO — O_2	60	72
CH_4 — O_2	10	60
C_2H_2 —воздух	6,6	15,3

распространения реакции от нормальной скорости пламени до скорости детонации. При воспламенении действительно возникает нормальное распространение. Скорость его постепенно возрастает, не достигая, однако, скорости детонации. Детонационная волна возникает внезапно, причём место её возникновения легко отличить на фотографии, так как яркость детонационной волны гораздо больше яркости пламени. В момент возникновения детонации из той же точки выходит и вторая волна, которая распространяется по продуктам взрыва как ударная. Это—так называемая ретонационная волна. В точке возникновения детонации часто обнаруживаются дробление трубки или другие признаки, указывающие на резкое повышение давления, превышающее даже давление в распространяющейся далее детонационной волне.

С помощью улучшенной фотографической техники Бону удалось обнаружить, что в точке возникновения детона-

*) Р и в и н М. А. и С о к о л и к А. С., Взрывные пределы газовых смесей. 1. Взрывные пределы водородо-воздушных смесей, ЖФХ 7, 571, 1936; Р и в и н М. А. и С о к о л и к А. С., Взрывные пределы газовых смесей. 3. Пределы в смесях окиси углерода и метана, ЖФХ 8, 767, 1936; Р и в и н М. А., Б р е с к е р Р. и С о к о л и к А. С., Взрывные пределы ацетилено-воздушных смесей, ЖФХ 10, 688, 692, 1937.

ции воспламенение и выход детонационной волны происходят на некотором расстоянии впереди фронта пламени, раньше чем пламя подойдет к этой точке. Таким образом, переход горения в детонацию не является непрерывным процессом в соответствии с тем, что горение и детонация отличаются между собой не только количественно, по величине скорости распространения, но и качественно—



Фиг. 48.

по механизму распространения реакции *).

Как представить себе момент возникновения детонации?

При горении газ расширяется, поэтому пламя вызывает такое же движение, какое вызвал бы поршень, движущийся в ту же сторону со скоростью, пропорциональной скорости газа. В этом мы убедились в § 11, где были рассмотрены то нестационарное дви-

жение газа и та ударная волна, которая возникает при распространении пламени. От более простой задачи § 11 явление отличается тем, что при возникновении детонации пламя распространяется с возрастающей скоростью.

При каждом ускорении пламени от его фронта отходит новая слабая ударная волна. По мере увеличения скорости пламени повышается давление газа у его поверхности и ударные волны распространяют это повышение дальше.

На фиг. 48 схематически показан путь пламени $ON_1N_2N_3N_4D$ и отходящие от отдельных точек характеристики (слабые ударные волны) OA, N_1A, N_2A, \dots . Вдоль каждой такой характеристики давление постоянно.

Скорость распространения характеристик равна $\omega + c$ и тем больше, чем больше скорость пламени, так как при этом возрастают и c и ω . Поэтому ударные волны, вышед-

*) Мы не рассматриваем здесь особые случаи детонации в шероватых трубах с другим механизмом распространения.

шие позже, например из N_3 , догоняют волны, вышедшие раньше, такие, как N_2 . В плоскости xt это приводит к тому, что характеристики пересекаются. Для простоты на фиг. 48 изображён такой случай, когда все характеристики пересекаются в одной и той же точке A , что, конечно, не обязательно, но по существу ничего не меняет.

Существенно то, что газ перед фронтом, например около точки N_4 , сжат последовательно многими ударными волнами и состояние газа изменялось почти по адиабате Пуассона. В точке пересечения характеристик совокупность слабых ударных волн соединяется в одну мощную ударную волну. При этом давление в точке A не повышается, а даже несколько понижается по сравнению с давлением в N_4 . Однако по свойствам адиабаты Гюгонио одна ударная волна даже при более низком давлении нагревает газ до температуры более высокой, чем совокупность многих слабых ударных волн.

Приведённые соображения объясняют, почему наиболее горячая точка, в которой впервые происходит воспламенение газа сжатием (а не теплопроводностью от пламени), оказывается на некотором расстоянии от фронта пламени.

Таким образом, воспламенение происходит в точке, слева и справа от которой находится взрывчатая смесь. От взрыва объёма газа, окружающего A , вправо распространяется детонационная волна AB , а влево—также детонационная волна AD , превращающаяся после встречи в D с фронтом пламени в ударную (детонационную) волну DC , распространяющуюся по продуктам детонации.

Мы объяснили образование мощной ударной волны и возникновение детонации, рассматривая ускорение пламени просто как экспериментальный факт. Но наиболее трудный вопрос заключается как раз в выяснении причин ускорения пламени.

В первый момент при «слабом» (тепловом) поджигании возникает нормальное распространение с определённой скоростью, зависящей от кинетики химической реакции в пламени и от теплопроводности газа. Что меняется в дальнейшем ходе распространения пламени? Почему увеличивается скорость пламени? Каков физический механизм распространения пламени со скоростью, превышающей нормальную скорость?

Правильный подход к этим вопросам нашёл К. И. Щёлкин *).

При нормальном распространении пламени от закрытого конца трубы продукты горения покоятся. Если при этом нормальная скорость пламени относительно исходной смеси равна u , а степень расширения при горении n , то скорость фронта пламени относительно продуктов горения, а значит, и относительно стенок трубы (т. е. та скорость, которую мы наблюдаем на фотографии) равна nu . При этом несгоревшая смесь движется перед фронтом пламени со скоростью $w=(n-1)u$. Пламя вызывает в газе такое же движение и такую же волну, какую вызвал бы поршень, имеющий скорость $w=(n-1)u$.

Нормальная скорость горения u не превышает 2—3 м/сек у воздушных смесей и 10—15 м/сек у кислородных смесей. Рассмотрим весьма энергично горящую гремучую смесь $2H_2+O_2$, у которой нормальная скорость около 10 м/сек, n около 8, так что $(n-1)u \sim 70$ м/сек. Такая скорость движения газа приводит к повышению температуры в ударной волне всего на 20—30° и к повышению давления на 0,2 атм. Очевидно, что столь малое изменение давления и температуры не может быть причиной ускорения пламени и не изменяет сколько-нибудь заметно условий горения.

Основная идея К. И. Щёлкина заключается в том, что ускорение пламени зависит не от изменения давления и температуры, а от движения газа перед фронтом горения. В то время как $\Delta p \ll p$, $\Delta T \ll T_0 \ll T$ горения, скорость газа w даже больше скорости горения.

Очевидно, что движение газа как целого не может изменить условия распространения **).

Поэтому главную причину следует искать в движении газа относительно стенок трубы и в тех изменениях потока, которые возникают при трении газа о стенки. При этом возникает турбулизация газа и, что особенно важно,

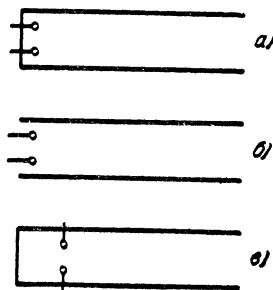
*) Щёлкин К. И., К теории возникновения детонации в газовых смесях в трубах, ДАН 23, 636, 1939.

**) Влияние движения газа как целого мы уже учли тогда, когда при нормальной скорости u пламени относительно холодного газа нашли, что скорость пламени относительно стенок трубы равна nu ,

вырабатывается *профиль скорости* газа, т. е. неравномерное распределение скорости по трубе.

Раньше чем рассматривать детальный механизм ускорения, остановимся на тех опытах К. И. Щёлкина, которые доказывают, что решающую роль играет трение газа о стенки. По сравнению с зажиганием у закрытого конца (фиг. 49, а) зажигание у открытого конца (фиг. 49, б) резко затрудняет возникновение детонации, так как пламя с равной скоростью горения вызывает во втором случае более слабое движение газа по трубе: продукты горения легко вытекают назад—в открытый конец, особенно в начале распространения, когда пламя ещё не зашло далеко в трубу.

Зажигание на некотором небольшом расстоянии от закрытого конца (фиг. 49, в) несколько облегчает возникновение детонации по сравнению с зажиганием непосредственно у закрытого конца (фиг. 49 а), так как пламя вначале распространяется и вправо и влево от места зажигания. При этом удваивается количество смеси, сгорающей в единицу времени, а значит, удваивается и скорость движения газа, вызванная горением.



Фиг. 49.

Расстояние от места зажигания до места возникновения детонации возрастает с увеличением диаметра трубы. Это расстояние—того же порядка (40—50 диаметров трубы), что и длина участка стабилизации потока при стационарном движении пламени в трубе, т. е. того участка, который газ должен пройти для того, чтобы поток стал турбулентным во всём сечении трубы и перестроился профиль потока. Шероховатость стенок трубы должна ускорить перестройку потока и тем самым облегчить возникновение детонации.

Опыты К. И. Щёлкина *) с искусственно созданной шероховатостью очень убедительно подтвердили это предпо-

*) Щ ё л к и н К. И., Влияние шероховатости трубы на возникновение и распространение детонации в газах, ЖЭТФ 10, 823, 1940.

ложение. Расстояние, на котором возникает детонация в шероховатой трубе, сокращается в 10—20 раз. Резко расширяются концентрационные пределы перехода горения в детонацию (см. § 15), так что есть взрывчатые смеси (например, C_6H_6 —воздух), сгорающие без перехода горения в детонацию в гладких трубах и детонирующие в шероховатых трубах*).

Вернёмся теперь к вопросу об ускорении пламени в потоке в трубе. Рассмотрим теперь так называемый стабилизированный поток, т. е. поток, длительно текущий в трубе, так что турбулентный режим и профиль скорости, соответствующие заданной скорости потока, уже выработались.

В таком потоке можно определить прежде всего мгновенное значение скорости в данной точке в данный момент времени $\omega(r, t)$. Это мгновенное значение можно представить как сумму:

1) средней по времени скорости $\omega(r)$, зависящей только от расстояния до оси потока r , 2) пульсационной составляющей скорости ω' , в среднем равной нулю, так что, грубо говоря, $\omega(r, t)$ хаотически колеблется в пределах от $\omega(r) + \omega'$ до $\omega(r) - \omega'$. Наконец, нам понадобятся ещё максимальная средняя скорость $\omega_m = \omega(0)$, достигаемая на оси, и средняя по всему сечению скорость ω . Общее количество газа, протекающее через всё сечение трубы, по определению равно $\rho\omega\Phi$, где ρ —плотность газа, Φ —площадь сечения трубы.

Как найти скорость пламени в таком турбулентно движущемся газе?

При наличии разных скоростей в разных точках потока и в разные моменты времени очевидно, что скорость распространения пламени определяется наиболее быстрой точкой потока. Скорость движения пламени по трубе в лабораторной системе координат есть

$$u_l = \omega_m + \omega' + u_n,$$

где u_n —нормальная скорость. В действительности ω' скорее должно войти с коэффициентом α , который меньше

*) В некоторых случаях при этом, повидимому, возникает не обычная детонационная волна, а специфический для шероховатых труб режим быстрого горения, при котором плоская ударная волна не воспламеняет взрывчатую смесь (см. § 15).

единицы, так как ω' каждой данной частицы направлена то вперёд, то назад.

Уже неоднократно, например в § 11, рассматривая режимы распространения с искусственно заданной скоростью, мы отмечали, что если хотя бы одна точка пламени движется с заданной максимальной скоростью u_l , то распространение пламени от этой зажигающей точки в стороны вынудит весь фронт пламени распространяться стационарно с той же скоростью.

Нас интересует количество газа, сгорающего в единицу времени. Это количество зависит от разности скорости пламени и средней скорости газа. Введём ещё эффективную скорость горения $u_{эфф}$, определив её так, что количество газа, сгорающего в единицу времени, равно $\rho u_{эфф} \Phi$. Тогда

$$u_{эфф} = \omega_m + \alpha \omega' + u_n - \bar{\omega}.$$

Таким образом, движение газа увеличивает скорость горения на величину $u_{эфф} - u_n = \omega_m - \bar{\omega} + \alpha \omega'$. Это движение целиком связано с трением газа о стенки, так как в отсутствии трения, при движении газа как целого, было бы $\omega' = 0$, $\omega_m = \omega = \bar{\omega}$, $u_{эфф} = u_n$.

Увеличение скорости объясняется тем, что наиболее быстрая точка уносит пламя вперёд относительно среднего движения газа, а за этой точкой фронт пламени вытягивается и деформируется, так что общая площадь его S соответственно увеличивается и деформируется. Это можно записать так:

$$\frac{S}{\Phi} = \frac{u_{эфф}}{u_n}.$$

В турбулентном потоке $\omega_m - \bar{\omega}$ и ω' пропорциональны $\bar{\omega}$, так что

$$u_{эфф} = u_n + k \bar{\omega}.$$

С другой стороны, благодаря расширению газа

$$\bar{\omega} = (n - 1) u_{эфф}.$$

Следовательно, если

$$(n - 1) k > 1, \tag{18,1}$$

то общее решение уравнений для $\bar{\omega}$ и $u_{эфф}$ не существует. Таким образом, невозможно стационарное движение газа

при горении. Ускорение пламени вызывает ускорение газа, что в свою очередь вызывает ускорение пламени и т. д., так что пламя ускоряется вплоть до перехода горения в детонацию. Величина $n - 1 = 7$. Найдём k . Напомним определение k :

$$k = \frac{\omega_m - \bar{\omega}}{\bar{\omega}} + \alpha \frac{\omega'}{\bar{\omega}}.$$

Первое слагаемое составляет в гладких трубах от $1/5$ до $1/4$, в шероховатых трубах—около $1/3$. Относительно второй величины $\omega'/\bar{\omega}$ можно сказать, что она всегда составляет долю первой—не больше 20—25%. Такое соотношение следует из теории турбулентности: пульсационная скорость по порядку величины равна разности средних скоростей соседних струй жидкости, расположенных на расстоянии так называемого пути смешения. Объём жидкости из одной струи проходит расстояние, равное пути смешения, без изменения своей скорости и попадает в другую струю, в которой средняя скорость иная. Эта разность скоростей и является пульсационной скоростью.

Как видно из оценки приведённых величин, благодаря наличию профиля скорости (т. е. благодаря учёту $\omega_m - \bar{\omega}$) k в действительности достаточно велико, так что условие (18,1) выполняется и удаётся объяснить ускорение пламени. Если же не учитывать профиля скорости, т. е. положить

$$k = \alpha \frac{\omega'}{\bar{\omega}},$$

то условие (18,1) окажется невыполненным, поэтому учёта одной турбулизации было бы недостаточно. В фактически осуществляющейся скорости турбулизация составляет небольшую долю—не больше 20—25%.

Однако турбулентность определяет форму фронта пламени при данной скорости горения. Если $u_{эфф}$ во много раз больше u_n , то соответственно и S —поверхность пламени—во много раз больше сечения трубы Φ . В отсутствии турбулизации это привело бы к растягиванию пламени в виде длиннейшего конуса; в действительности благодаря турбулентному движению распространение пламени по радиусу происходит со скоростью $u_n + \alpha\omega'$, во много раз большей u_n , так что конус оказывается коротким.

Большая поверхность S размещается на малой длине, потому что эта поверхность как бы скомкана, имея много изгибов и складок.

Профиль скорости установившегося ламинарного потока гораздо больше вытянут, чем в турбулентном потоке. Например, для пуазейлевского (ламинарного) потока

$$k = \frac{\omega_m - \bar{\omega}}{\bar{\omega}} = 1.$$

Почему же не ускоряется пламя при ламинарном движении газа? Нельзя ли отсюда сделать вывод, что по какой-то причине профиль скорости не оказывает ожидаемого действия на горение в потоке?

В действительности отсутствие перехода горения в детонацию при ламинарном движении и необходимость турбулентности имеют другое, совершенно естественное объяснение.

До сих пор мы молчаливо предполагали, что продукты горения, остающиеся у закрытого конца трубки, не охлаждаются: только в этом случае сгорание сопровождается непрерывным расширением газа и вызывает соответствующее движение газа перед фронтом. Выработка профиля скорости и ускорение пламени в турбулентном потоке действительно происходят быстрее, чем теплоотдача продуктов горения, покоящихся у закрытого конца трубы, что и оправдывает неучёт охлаждения. Однако в ламинарном потоке профиль вырабатывается медленно и продукты горения охлаждаются раньше, чем успеет значительно ускориться распространение пламени. Охлаждение продуктов горения уменьшает скорость движения газа и замедляет распространение пламени. Естественно поэтому, что при ламинарном потоке детонация не может возникнуть*).

*) По вопросу о переходе горения в детонацию см. также дискуссию: Зельдович Я. Б., Замечания к статье А. С. Соколика «О механизме преддетонационного ускорения пламени», ЖЭТФ 21, 1172, 1951; Соколик А. С., О механизме преддетонационного ускорения пламени. Ответ на замечания Я. Б. Зельдовича по поводу статьи Соколика А. С., ЖЭТФ 21, 1164, 1176, 1951.

ГЛАВА ЧЕТВЁРТАЯ

ДЕТОНАЦИЯ КОНДЕНСИРОВАННЫХ ВЗРЫВЧАТЫХ ВЕЩЕСТВ

§ 19. Общая характеристика детонации конденсированных взрывчатых веществ

Теория и экспериментальное исследование детонации конденсированных взрывчатых веществ (сокращённо ВВ) заметно отстали от теории газовой детонации. Отчасти это отставание связано с большой трудностью вопроса. При детонации взрывчатых веществ получают продукты взрыва (сокращённо ПВ) при давлениях в сотни тысяч атмосфер и с плотностью, достигающей 2 г/см^3 . Таким образом реализуется совершенно новое, своеобразное состояние вещества.

Во многих случаях газовой детонации в настоящее время проверена возможность с большой точностью вычислять скорость детонации. Таким образом, термодинамическая сторона дела, связанная с движением, давлением и температурой по окончании реакции, может считаться полностью установленной. Наиболее интересные и усиленно разрабатываемые вопросы относятся к механизму и скорости протекания реакций в детонационной волне. В связи с задачами техники безопасности, где в ряде случаев нужно не допустить возникновения детонации, большой интерес представляет вопрос о пределах газовой детонации, также связанный с условиями протекания химической реакции.

В детонации твёрдых и жидких взрывчатых веществ уже термодинамические вопросы, возникающие при расчёте детонации, оказываются весьма сложными, и лишь за последнее время в работах Ландау и Станюковича

в этих вопросах достигнуты существенные результаты. Однако и после указанных работ мы не вычисляем скорости детонации из независимых данных, но лишь используем измеренную скорость детонации для получения сведений о состоянии продуктов взрыва при высоких давлениях.

Зная уравнение состояния продуктов взрыва, можно решить целый ряд задач о движении продуктов взрыва во время и после детонации заряда. Эти задачи постепенно подводят нас к теоретическому расчёту механического разрушительного действия взрывчатых веществ. Действие продуктов взрыва рассматривается в последней главе.

Из-за трудности прямого экспериментального исследования вещества при высоких давлениях в настоящее время для характеристики взрывчатого вещества измеряют, во-первых, общие, неспецифические для детонации свойства—плотность, калорийность, состав продуктов взрыва и, во-вторых, скорость детонации и такие величины, как максимальная скорость продуктов взрыва при разлёте, полный импульс (интеграл давления по времени), характеризующий среднюю скорость разлёта продуктов взрыва.

Наименее исследован вопрос о химическом превращении и пределах детонации конденсированных взрывчатых веществ. С одной стороны, это зависит от большой сложности вопроса, от невозможности в настоящее время практически воспроизвести в лабораторных условиях, не пользуясь детонацией, то состояние, в котором реакция идёт в волне; очень трудно экспериментально исследовать ход реакции, длящейся несколько миллионных долей секунды. С другой стороны, техника пошла в значительной мере по пути создания и использования наиболее мощных взрывчатых веществ, легче и быстрее реагирующих в детонационной волне.

При детонации таких взрывчатых веществ оказывается весьма тонкой зона химического превращения, отделяющая невозмущённое взрывчатое вещество от продуктов взрыва, в которых химическая реакция уже полностью закончилась. Масса вещества, находящегося в каждый данный момент в состоянии химической реакции, составляет ничтожную часть от общей массы заряда. Если только механизм реакции приводит к выполнению условия ка-

сательной, то скорость детонации, скорость движения продуктов взрыва и давление продуктов взрыва оказываются не зависящими от скорости химической реакции.

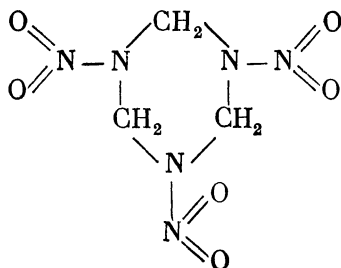
Таким образом, всякое практически важное действие взрыва оказывается не зависящим от скорости химической реакции, если только скорость реакции достаточно велика для того, чтобы зона реакции была узкой по сравнению со всеми размерами заряда.

Дальнейшее увеличение скорости реакции и сужение зоны реакции уже не сказываются на всех внешних проявлениях взрыва, хотя по существу взрыв, конечно, есть не что иное, как быстрая химическая реакция.

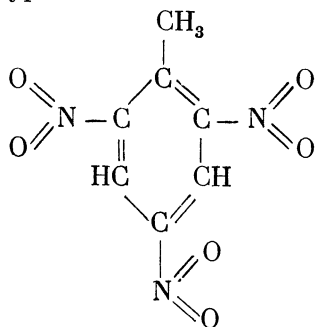
Соответственно уменьшается и практическое значение исследования химической реакции по сравнению с термодинамическими и газодинамическими вопросами теории взрывчатых веществ.

Мы предпошлём количественному рассмотрению этих вопросов краткий, очень схематический обзор общих свойств взрывчатых веществ, методов их исследования и употребления, механизма реакции, пределов детонации и условий возникновения детонации. Этот обзор, конечно, не может заменить подробные курсы теории взрывчатых веществ для читателя, специально интересующегося применением взрывчатых веществ.

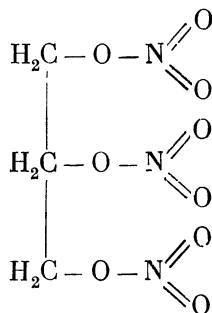
Наиболее широко применяемые взрывчатые вещества представляют собой нитросоединения и сложные эфиры азотной кислоты. В качестве примера нитросоединения приведём прежде всего циклотриметилентрицитрамин (гексоген, циклолит, T_4) с температурой плавления $202^\circ C$ и плотностью 1,82:



Укажем также тринитротолуол (тротил, тол)—твёрдое тело с температурой плавления 80° и плотностью 1,66:



Примером сложного эфира азотной кислоты является глицерин тринитрат, или нитроглицерин, основной компонент порохов и динамитов. При комнатной температуре это жидкость с плотностью 1,60:



Эти вещества содержат в одной молекуле и «горючее» (углерод, водород) и кислород, причём кислород связан с азотом. Энергия реакции соединения кислорода с азотом близка к нулю, тогда как соединение кислорода с углеродом и водородом с образованием CO , CO_2 и H_2O сопровождается выделением значительной энергии. Переход кислорода от азота к углероду и водороду и представляет собой источник энергии взрыва.

Основными продуктами реакции, входящими в состав продуктов взрыва, являются N_2 , H_2O , CO_2 , CO , H_2 . При избытке кислорода (глицерин тринитрат) продукты взрыва

содержат небольшое количество свободного кислорода, а CO и H_2 практически отсутствуют; при сильном недостатке кислорода (тринитротолуол) в продуктах взрыва появляется свободный углерод в виде сажи и количество CO и H_2 увеличивается за счёт уменьшения количества CO и H_2O .

Калорийность гексоцена 1360 кал/г, калорийность нитроглицерина—1550 кал/г; по порядку величины они близки к калорийности воздушных газовых смесей, но меньше калорийности кислородных смесей.

Вследствие большой плотности конденсированных смесей объёмная плотность энергии взрывчатого вещества приблизительно в тысячу раз превышает объёмную плотность энергии взрывчатых газовых смесей при атмосферном давлении.

Объём продуктов взрыва, образующихся при взрыве и приведённых к нормальным условиям ($0^\circ C$, 1 атм), составляет около одного литра на грамм, т. е. приблизительно в тысячу раз превышает начальный объём взрывчатого вещества. Если применяется взрывчатое вещество с недостатком кислорода, то продукты взрыва содержат горючие газы, способные реагировать с кислородом воздуха с выделением значительной энергии; этот эффект может усиливать воздушную волну взрыва, хотя и не влияет на давление продуктов взрыва и на действие на близком расстоянии.

Наряду с индивидуальными химическими веществами, содержащими кислород и *горючее* в одной молекуле, применяют также растворы и механические смеси различных веществ. При этом смесь двух веществ, каждое из которых в отдельности не является взрывчатым, может оказаться сильным взрывчатым веществом. Мы ограничимся единственным примером оксиликвитов, представляющих собой горючее (древесный уголь, сажа, торф), пропитанное жидким кислородом.

Детонация механических смесей важна с принципиальной точки зрения: очевидно, что в случае механической смеси реакция не может произойти мгновенно. Даже если молекулы двух веществ, образующих смесь, соприкасающиеся на границе раздела, и прореагируют мгновенно, то потребуется время для реакции более глубоко располо-

женных молекул. Таким образом, на примере механических смесей мы убеждаемся, что для возможности детонации нет необходимости в том, чтобы реакция шла мгновенно. Следовательно, и в случае детонации химически однородного вещества нельзя из факта распространения детонационной волны делать вывод о мгновенном протекании реакции.

Наряду с взрывчатыми веществами, использующими энергию соединения кислорода с углеродом и водородом, существуют и взрывчатые вещества с источниками энергии совершенно другого типа. Примером служат азид свинца $Pb(N_3)_2$ и гремучая ртуть $Hg(CNO)_2$. Эти вещества обладают значительно меньшей энергией на единицу массы*), весьма опасны в обращении и дороги. Значение их связано с задачей возбуждения детонации.

Большинство взрывчатых веществ, так называемые вторичные взрывчатые вещества (приняты ещё термины *дробящие* или *бризантные* взрывчатые вещества), может разлагаться различными способами: в случае длительного выдерживания при повышенной температуре происходит медленное разложение, при нагревании до более высокой температуры происходит вспышка—быстрое разложение. При локальном (местном) нагревании взрывчатые вещества такого типа воспламеняются и горят сравнительно медленно—со скоростью 0,01—0,1 см/сек. Обычно детонация вторичного взрывчатого вещества вызывается с помощью вспомогательного заряда первичного, или инициирующего, взрывчатого вещества, соприкасающегося со вторичным взрывчатым веществом.

При этом детонацию вторичного взрывчатого вещества может вызвать только достаточно сильная волна, пришедшая из первичного взрывчатого вещества. Например, если как-либо вызвать детонацию в заряде тротила малой плотности, то эта детонация не перейдет в литой тротил. Тротил не детонирует даже от удара пули, движущейся со скоростью нескольких сот метров в секунду.

*) Благодаря большой начальной плотности—до 4,71 г/см³ у азидов и до 4,42 г/см³ у гремучей ртути—объемная плотность энергии и развиваемое максимальное давление этих веществ выше, чем у органических взрывчатых веществ.

Иницирующие взрывчатые вещества, типичным представителем которых является азид свинца, отличаются тем, что в них при обычных условиях не удаётся вызвать медленное горение. Горение в них сразу переходит в детонацию. Поэтому обычная схема полностью снаряженного заряда состоит из тонкой проволоочки, покрытой пиротехническим составом, небольшого количества иницирующего вещества и основного заряда вторичного взрывчатого вещества. При пережигании проволоочки током пиротехнический состав воспламеняется и даёт луч огня, т. е. струю горячих газов. Эта струя вызывает детонацию иницирующего взрывчатого вещества, которая передаётся основному заряду. Проволочка с подводкой тока, пиротехнический состав и иницирующее взрывчатое вещество объединяются в так называемый капсюль-детонатор (КД) обычно в форме цилиндрика диаметром 6—8 мм и длиной 40—50 мм. Один и тот же капсюль-детонатор может вызвать взрыв заряда любой величины. Лишённый капсюля-детонатора, заряд вторичного вещества относительно безопасен в обращении.

Как правило, вторичные взрывчатые вещества—вещества летучие. При медленном горении они сначала переходят в пар, а потом воспламеняются. Это, как впервые отметил А. Ф. Беляев, затрудняет переход горения в детонацию в таких взрывчатых веществах.

А. Ф. Беляев*) показал, что пережигание разрядом конденсатора проволоочки, погружённой в нитроглицерин в открытом стаканчике, приводит лишь к разбрызгиванию нитроглицерина и не вызывает ни его детонации, ни воспламенения.

Если нитроглицерин поместить в герметически закрытый сосуд, препятствуя тем самым испарению, то пережигание проволоочки вызовет детонацию. Вообще, если делается опыт с летучими вторичными взрывчатыми веществами для детонации необходимо одновременное приложение теплового воздействия и давления. У иницирующих взрывчатых веществ тепловое воздействие приводит к столь быстрому разложению, что получившееся в ре-

*) Беляев А. Ф., Возникновение детонации взрывчатых веществ под действием теплового импульса, ДАН 18, 267, 1938.

зультате разложения повышение давления создаёт детонационную волну.

Способность взрывчатого вещества к детонации зависит от условий его применения. В заряде взрывчатого вещества, имеющем форму длинного цилиндра, детонация неограниченно распространяется вдоль цилиндра лишь в том случае, если диаметр цилиндра больше определённой величины, — так называемого критического диаметра заряда; при меньшем диаметре детонация затухает. Так, для нитроглицерина в тонких стеклянных трубках В. Розинг и Ю. Б. Харитон *) нашли критический диаметр около 2 мм.

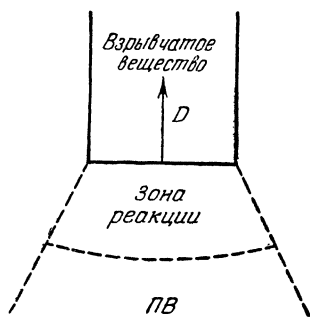
В связи с этим ими были высказаны весьма важные соображения с соотношении между критическим диаметром и временем химической реакции в детонационной волне. Влияние диаметра заряда на распространение детонации связано с тем, что вещество, взятое в виде цилиндра и подвергнутое давлению, расширяется не только вперёд и назад, по направлению детонации, т. е. по оси цилиндра, но и в стороны, по радиусу. Чем больше диаметр, тем меньшую роль играет расширение в стороны.

Расширение вперёд сопровождается сжатием новых слоёв ранее невозмущённого взрывчатого вещества и, следовательно, не может рассматриваться как *потеря*, а является нормальной частью процесса детонации. Расширение продуктов взрыва назад происходит тем медленнее, чем больший путь уже прошла волна по взрывчатому веществу, т. е. тем медленнее, чем толще слой сжатых продуктов взрыва позади волны. Таким образом, при большом диаметре, чем мощнее инициатор, создающий начальную волну, тем меньше потери в начале распространения детонации; по мере развития волны потери, связанные с расширением назад, уменьшаются.

Если рассматривается заряд малого диаметра (фиг. 50), то расширение в стороны не зависит от пути, пройденного волной. Очевидно, что расширение продуктов взрыва после точки, где скорость детонации равна местной скорости звука (*точки касания*), не сможет повлиять на усло-

*) Розинг В. и Харитон Ю. Б., Прекращение детонации взрывчатых веществ при малых диаметрах заряда, ДАН 26, 360, 1939.

вия распространения детонации: никакое возмущение из области продуктов взрыва не может догнать детонационную волну. Однако во фронте детонационной волны обязательно существует зона реакции, в которой $D < c + w$ и в то же время вещество уже находится под высоким давлением и, следовательно, расширяется в стороны. Распирение в этой зоне представляет собой потери; в этом можно убедиться, составляя уравнения сохранения с учётом того, что по окончании реакции площадь сечения



Фиг. 50.

потока больше, чем начальная площадь сечения заряда взрывчатого вещества. Увеличение сечения, т. е. распирение в стороны, приводит к падению давления и к уменьшению скорости детонации по сравнению с детонацией при постоянном сечении.

В свою очередь уменьшение скорости детонации уменьшает амплитуду ударной волны и ухудшает условия протекания реакции.

Детонация возможна лишь в том случае, если потери, связанные с расширением в стороны, достаточно малы.

В случае детонации газов мы считали трубу, в которой заключён газ, прочной и недеформируемой. Потери были связаны с трением и теплоотдачей, поэтому в выражение потерь входила малая величина коэффициента сопротивления трубы, характеризующая малость поперечных потоков, зависящих только от хаотического турбулентного движения, по сравнению с основным продольным потоком количества движения и потоком энергии. Поэтому зона реакции длиной в один диаметр трубы приводила к незначительному уменьшению скорости детонации, приблизительно на 2—3%.

В случае взрывчатого вещества разлёт в стороны совпадает со скоростью того же порядка, что и скорость в основном направлении; следует ожидать, что ширина зоны, равная диаметру заряда, приведёт к весьма сильному изменению скорости и к прекращению детонации.

Ю. Б. Харитон *) сформулировал наиболее просто и наглядно условие возможности распространения детонации: время химической реакции сжатого взрывчатого вещества должно быть меньше времени его разлёта в стороны. По порядку величины время разлёта равно d/c , где d —диаметр заряда, c —скорость звука, так что условие возможности имеет вид

$$\frac{d}{c} > \tau,$$

а для критического диаметра получается:

$$d_{\text{кр}} = c\tau.$$

Эта формулировка не может претендовать на количественную строгость. В формулах могут содержаться безразмерные множители, зависящие от теплоты активации реакции и в несколько раз отличающиеся от единицы. Тем не менее значение оценки Харитона весьма велико, так как она показывает, что в принципе всякое вещество, способное к экзотермической химической реакции, способно и к детонации. Различные вещества отличаются по величине τ —времени реакции в условиях детонационной волны; чем больше τ , тем больше необходимый диаметр заряда. Если вещество относительно инертно, т. е. выделяет мало тепла при химической реакции, скорость детонации в нём будет соответственно малой величиной, а следовательно, будет малой и температура во фронте ударной волны. Это приведёт к весьма малой скорости химической реакции, т. е. к увеличению τ и соответственно к удлинению зоны химической реакции. Поэтому критический диаметр $d_{\text{кр}}$ окажется весьма велик (по оценкам, связанным с теплотой активации, могут получиться астрономические размеры критического диаметра, если теплота реакции мала). Но в принципе всякое вещество, способное к экзотермической реакции, может вести себя как взрывчатое вещество, когда оно взято в виде заряда большого диаметра и инициировано достаточно мощной волной от инициатора соответственно больших размеров.

*) Розинг В. и Харитон Ю. Б., Прекращение детонации взрывчатых веществ при малых диаметрах заряда, ДАН 26, 360, 1939.

В последующих работах лаборатории Ю. Б. Харитона в Институте химической физики Академии наук СССР указанные им соотношения были развиты и применены к ряду систем*). Прямым подтверждением основной идеи, что именно расширение в стороны (так называемый разлёт) является главной причиной затухания детонации, послужили опыты по исследованию влияния оболочки заряда: оказалось, что критический диаметр самого заряда уменьшается, если заряд окружить оболочкой**). Очевидно, что оболочка затрудняет и замедляет разлёт. При больших плотностях заряжения в детонационной волне создаются давления порядка $3 \cdot 10^5$ кг/см². При этом существенны главным образом инерционные свойства оболочки и её сжимаемость, а прочность на разрыв не имеет значения. Инерционные свойства определяются плотностью и толщиной. При малых плотностях заряжения может играть роль и прочность оболочки.

Каков механизм реакции в детонационной волне?

В случае сплошных взрывчатых веществ, например литого тротила, или жидких взрывчатых веществ, как нитроглицерин, можно предположить, что механизм реакции не отличается от механизма реакции в газовой детонации. Во фронте детонационной волны идёт ударная волна, которая сжимает взрывчатое вещество; в результате сжатия взрывчатое вещество начинает быстро реагировать, превращаясь в продукты взрыва. В случае газов было нетрудно рассчитать температуру и давление ударной волны заданной скорости (равной скорости детонации).

В случае сжатия взрывчатого вещества ударной волной, давление которой выше давления детонации, т. е. выше $3 \cdot 10^5$ кг/см², такой расчёт становится ненадёжным, так как ничего не известно об уравнении состояния взрывчатого вещества. Наряду с температурой на скорость реакции может непосредственно влиять давление, так как величина pv —того же порядка, что и тепловая энергия.

*) Беляев А. Ф. и Беляева А. Е., О связи предельной плотности взрывчатых веществ с величиной диаметра заряда, ДАН 50, 295, 1945.

**) Бобылев В. К., О предельных диаметрах зарядов химически однородных взрывчатых веществ, ДАН 57, 789, 1947,

У газов от давления зависит только число столкновений между молекулами, а *характер*, или *качество* столкновений зависят лишь от температуры, но не от давления.

В случае конденсированных взрывчатых веществ давление непосредственно влияет на расстояние между молекулами и меняет скорость химической реакции. Как показали опыты Ю. Н. Рябина (*), в ряде случаев при разложении взрывчатого вещества скорость реакции уменьшается при высоком давлении (до $5 \cdot 10^4$ кг/см²); объяснение отрицательного влияния давления заключается в том, что в этих случаях реагирующая молекула должна пройти через состояние с повышенным против нормального объёмом, и высокое давление затрудняет такой переход.

Для развития теории взрывчатых веществ в настоящее время необходимо прямое исследование химических реакций в веществе, сжатом ударной волной взрыва; для такого исследования нужно выбирать вещество, реагирующее без взрыва, например сильно разбавленное взрывчатое вещество, чтобы можно было определить процент превращения при действии данной ударной волны.

Весьма важна и интересна детонация мелких порошкообразных вторичных взрывчатых веществ: гексогена, тена, тетрила, тротила, пикриновой кислоты, взятых при плотности ρ , меньшей плотности ρ_0 сплошного взрывчатого вещества. При малой плотности ($\rho < 0,5-0,6 \rho_0$) заряд готовится осторожным насыпанием порошка в форму; при большой плотности ($0,5-0,6 \rho_0 < \rho < 0,97-0,98 \rho_0$) — прессованием порошка.

Каждая крупинка взрывчатого вещества, взятая в отдельности, не может детонировать, так как она значительно меньше критического диаметра для сплошного взрывчатого вещества. Следовательно, при детонации всего заряда одни частицы каким-то образом помогают другим быстро и до конца реагировать в детонационной волне. Следует ещё заметить, что если взрывчатое вещество состоит из крупных зёрен, размеры которых больше крити-

*) Р я б и н и н Ю. Н., Влияние давления на скорость термического разложения, ДАН 58, 245, 1947.

ческого, детонация пойдёт не обязательно по зерну из-за взаимодействия между зёрнами при реакции.

А. Я. Апин в ряде работ *) подробно разработал концепцию детонации порошков по механизму взрывного горения (горения зёрен). Струи газа (продуктов взрыва) проникают в поры между отдельными частицами взрывчатого вещества и воспламеняют их. Каждая частица горит, будучи окружённой продуктами взрыва, причём скорость горения соответствует давлению окружающего газа. Таким образом, время химической реакции отдельной частицы оказывается порядка $\tau \sim \delta/\bar{u}$, где δ — размер частицы, \bar{u} — средняя скорость горения при давлении, сравнимом с тем, какое имеется в детонации.

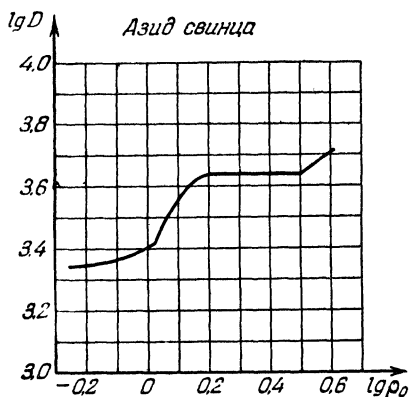
Теорию взрывного горения не следует противопоставлять гидродинамической теории детонации. Наоборот, можно показать, что при хаотически расположенных частицах, когда газы с трудом проникают через поры, теория взрывного горения после подробного рассмотрения движения газов, движения и горения частиц продуктов взрыва приводит к необходимости выполнения условия касательной в продуктах взрыва. Следовательно, при механизме взрывного горения осуществляется именно нормальная, классическая скорость детонации D_{\min} , зависящая только от уравнения состояния продуктов взрыва и начального состояния взрывчатого вещества.

Косвенно этот взгляд подтверждается хорошо известными экспериментальными фактами: скорость детонации порошков плавно зависит от насыпной плотности или от плотности прессования и при большом диаметре заряда не зависит от размера частиц взрывчатого вещества. Именно по этой зависимости D от ρ для порошков удалось установить уравнение состояния продуктов взрыва. Таким образом, неправильно было бы говорить, что при взрывном

*) А п и н А. Я., О механизме взрывного разложения тетрила, ДАН 24, 922, 1939; А п и н А. Я., О детонации и взрывном горении взрывчатых веществ, ДАН 50, 285, 1945; А п и н А. Я. и Б о б ы л е в В. К., О характере прекращения детонации в порошкообразных взрывчатых веществах, ДАН 58, 241, 1947; А п и н А. Я. и Б о б ы л е в В. К., Влияние физической структуры и агрегатного состояния на детонируемость взрывчатых веществ, ЖФХ 20, 1367, 1946.

горении скорость детонации равна скорости струй газа, проникающих в порошок. В действительности при детонации по механизму взрывного горения скорость детонации определяется уравнением состояния, т. е. давлением продуктов взрыва согласно гидродинамической теории, а скорость струй при этом автоматически устанавливается равной скорости детонации.

У таких порошков, как азид свинца, предельный диаметр мал, и могут быть осуществлены такие условия, что



Фиг. 51.

каждая частица порошка, взятая в отдельности, способна детонировать. В этом случае детонационная волна, распространяющаяся по порошку, представляет собой совокупность детонационных волн, распространяющихся по отдельным кристалликам и передающихся от одного кристаллика к другому.

Скорость детонации порошкообразного заряда равна скорости детонации сплошного заряда, делённой на среднее увеличение пути от одной частицы к другой по сравнению с прямой линией. При этом скорость детонации D оказывается несвязанной с давлением продуктов взрыва и с вычисленной по классической теории величиной \bar{D}_{\min} , конечно, в том случае, если $D > \bar{D}_{\min}$.

В действительности на кривой $D(\rho_0)$ для азид свинца (фиг. 51) наблюдается *горб*, т. е. область, в которой

$D > D(\rho_0)_{\min}$, и повидимому, осуществляются недосжатые детонационные волны. Скорость детонации определяется переходом горения от одного кристаллика к другому, и в этом смысле имеет место как бы принудительное зажигание; если подвести интегральные балансы для средних величин по зёрнам впереди волны и там, где реакция закончилась, то для этих средних осуществляется состояние, аналогичное a' на фиг. 19.

Таким образом, при детонации не по механизму взрывного горения гидродинамическая теория (мы включаем в это понятие условие касательной) нарушается, а при взрывном горении выполняется.

Из теории взрывного горения следует, что ширина зоны реакции зависит от размера частиц. Соображения Ю. Б. Харитона связывают ширину зоны и время реакции с критическим диаметром заряда, и опыт действительно подтверждает их: при увеличении размера частиц увеличивается критический диаметр заряда.

В последних работах А. Я. Апин сделал попытку развить теорию взрывного горения для сплошных (литых или жидких) взрывчатых веществ, дополнив её *струйчатый механизм**). По мысли Апина, продукты взрыва в виде отдельных струй прорываются непосредственно в конденсированное вещество, пробивая слои, лежащие впереди него.

В настоящее время нет ясных экспериментальных данных, которые бы доказывали существование такого механизма или устанавливали условия, когда осуществляется классический механизм, а когда *струйчатый* (термин принадлежит А. Я. Апину). Эта концепция должна быть проверена на опыте.

Отметим любопытное, но ещё не объяснённое явление двух скоростей детонации у ряда взрывчатых веществ: наряду со скоростью $D \sim 7-8$ км/сек наблюдается обычно в тонких трубках или слоях взрывчатых веществ стационарное распространение детонации со скоростью 0,3—0,7 км/сек, 1—1,5 км/сек, 2—2,5 км/сек. Нет сомнения в том, что именно обычная скорость 7—8 км/сек отвечает

*) А п и н А. Я., О детонации и взрывном горении взрывчатых веществ, ДАН 50, 285, 1945.

гидродинамической теории, а меньшая скорость, возникающая вблизи предела, является результатом каких-то потерь. Однако неясно, какую природу имеют эти потери (разлёт, неполная реакция) и почему они приводят к устойчивому (насколько можно судить в настоящее время) значению скорости. Интересно, что после прохождения детонации с малой скоростью по этому же заряду может распространяться вторая детонационная волна с малой скоростью в обратном направлении или могут идти две детонационные волны с малой скоростью (различной по величине) по одному и тому же заряду. Практического значения малая скорость не имеет, однако при исследовании предела это явление надо учитывать *).

Скорость детонации конденсированных взрывчатых веществ (типа нитросоединений)—7—8 км/сек, т. е. в несколько раз больше скорости детонации газов. Кроме того, она существенно зависит от плотности взрывчатого вещества, или так называемой *плотности заряджания*. Как мы помним, при детонации газов скорость детонации равна

$$D = \sqrt{2Q(k^2 - 1)}$$

и зависит, таким образом, только от теплоты реакции и молекулярных констант продуктов реакции. Действительно, опыт подтверждает, что D у газов почти не зависит от начального давления детонирующей смеси.

При детонации конденсированного взрывчатого вещества (типа нитроэфиров) на фронте волны получается вещество (продукты взрыва) с плотностью 1—2 г/см³.

*) Дополнительные сведения о малой скорости можно найти в работах Апин А. Я. и Бобылев В. К.. О характере прекращения детонации в порошкообразных взрывчатых веществах, ДАН 58, 241, 1947; Ратнер С. Б., Результаты измерения скорости детонации метилнитрата, ДАН 42, 276, 1944; Ратнер С. Б. и Харитон Ю. Б., О скоростях детонации нитроглицерина и нитрогликоля, ДАН 41, 307, 1943; Vines a. Mulcahy, The Initial Stages of explosion in nitroglycerine. The propagation of detonation in thin layers of nitroglycerine, Proc. Roy. Soc. 191, 210 и 226, 1947; Курбангалина Р. Х., Предельные диаметры устойчивой детонации смеси перекиси водорода с метиловым спиртом и хлорной кислоты с этиловым спиртом, ЖФХ 22, 49, 1948.

При такой плотности объём, приходящийся на одну молекулу продуктов взрыва, вполне сравним с собственным объёмом молекул. Ясно, что вещество со столь плотно уложенными молекулами уже нельзя считать газом.

Первые исследователи детонации конденсированных взрывчатых веществ (например, Жуге, Дотриш, Шмидт) учитывали собственный объём молекул тем способом, как это делается в хорошо известном уравнении *реальных* газов Ван дер Ваальса. Для этого надо вычесть из полного объёма, занимаемого веществом, собственный объём молекул (так называемый коволюм) b и вычислить давление по формуле

$$p = \frac{RT}{v-b} . \quad (19,1)$$

Силы притяжения— $\frac{a}{v^2}$ Ван дер Ваальса вообще не надо учитывать, потому что температура продуктов детонации очень высока и относительная величина члена — $\frac{a}{v^2}$ ничтожна.

При плотностях заряжания около $0,5 \text{ г/см}^3$ уравнение состояния (19,1) удовлетворительно описывало данные опыта. Надо заметить, что при такой плотности зависимость D от плотности заряжания ещё сказывается довольно слабо. При больших плотностях, когда скорость детонации начинает существенно зависеть от начальной плотности, уравнение вида (19,1) резко расходится с опытом, если считать коволюм величиной постоянной для данного вещества. Иными словами, нельзя считать вещество совокупностью «твёрдых» несжимаемых и недеформируемых молекул, вся энергия и всё давление которых теплового происхождения. В самом деле, энергия вещества, описываемого уравнением (19,1), не отличается от энергии идеального газа.

Поэтому, чтобы получить хоть сколько-нибудь сносное согласие с опытом, надо считать коволюм величиной переменной, зависящей от объёма. Но фактически это значит, что нельзя рассматривать молекулы как «твёрдые частицы» кинетической теории газов.

Ландау и Станюкович *) впервые уподобили состояние продуктов детонации конденсированного взрывчатого вещества кристаллической решётке твёрдого тела. Известно, что энергия твёрдого тела имеет двойное происхождение: она складывается из упругой энергии, происходящей от сил взаимодействия между атомами и молекулами, и из тепловой энергии колебаний атомов или молекул около их положений равновесия.

Твёрдое тело обладает упругой энергией и при абсолютном нуле. Известно, что при абсолютном нуле энтропия тела равна нулю и всякое изменение состояния связано с механической работой. Поэтому если учитывать только упругую энергию, то можно записать уравнение

состояния тела в виде $p = p(\rho)$, $E = \int_{\rho_0}^{\rho} p \frac{d\rho}{\rho^2}$. В такой записи

мы пренебрегли энергией тепловых колебаний тела. При достаточно высокой температуре последняя пропорциональна абсолютной температуре T (например, если выполняется закон Дюлонга и Пти $E_{\text{тепл}} \sim 6T \frac{\text{кал}}{\text{моль}}$). Ландау и Станюкович показали, что можно описать поведение конденсированных взрывчатых веществ, считая упругую энергию и упругую часть давления преобладающими.

Примем, как это сделали Ландау и Станюкович, что в продуктах взрыва конденсированных взрывчатых веществ, при плотности, превышающей 1 г/см^3 , главную часть давления представляет собой упругое давление, зависящее только от плотности продуктов взрыва, но не от их температуры. Выясним, каким образом можно в этом предположении элементарно определить закон зависимости давления p от плотности продуктов взрыва ρ , имея экспериментальные данные зависимости скорости детонации D от начальной плотности взрывчатого вещества ρ_0 :

Очевидно, что мы не должны при этом пользоваться формулой

$$D^2 = 2Q(k^2 - 1),$$

*) Ландау Л. Д. и Станюкович К. П., Об изучении детонации конденсированных взрывчатых веществ, ДАН 46, 399, 1945.

так как эта формула, справедливая для газа при малой плотности, выведена из предположения, что давление продуктов взрыва зависит от их температуры (тепловое давление); вывод этой формулы основан на рассмотрении уравнения энергии для расчёта температуры.

Если же главную часть давления представляет собой упругое давление, то расчёт температуры, а значит, и использование уравнением энергии—в этом приближении—излишни.

Воспользуемся уравнением сохранения вещества и уравнением количества движения.

Из этих уравнений, как известно, получается следующее выражение для скорости детонации:

$$D^2 = v_0^2 \frac{p - p_0}{v_0 - v},$$

где p_0 , v_0 — давление и удельный объём в исходном состоянии взрывчатого вещества, а p и v относятся к состоянию продуктов взрыва. В случае конденсированного взрывчатого вещества, очевидно, давлением p_0 можно пренебречь. Вместо удельного объёма подставим в формулу плотность и выразим с её помощью давление:

$$p(\rho) = D^2 \frac{\rho_0(\rho - \rho_0)}{\rho}. \quad (19,2)$$

В этой формуле D — скорость детонации — есть известная из опыта функция начальной плотности взрывчатого вещества, $D = D(\rho)$. При изменении плотности взрывчатого вещества от $\rho_0 = 1$ до $\rho_0 = 1,6 - 1,7$ приближённо можно считать, что D прямо пропорционально ρ_0 , $D = A\rho_0$. Константа A приблизительно равна для важнейших взрывчатых веществ $4,5 \cdot 10^5$ см/г·сек, что соответствует скорости детонации 4,5 км/сек при $\rho_0 = 1$ г/см³ и 7,2 км/сек при $\rho_0 = 1,6$ г/см³, т. е. значениям, близким к экспериментальным для тротила, гексогена, нитроглицерина и т. п.

Кроме искомого давления p , в формулу входит неизвестная величина ρ — плотность продуктов взрыва.

Сделаем простейшее предположение о том, что ρ пропорционально ρ_0 ; положим, что

$$\rho = h\rho_0,$$

где коэффициент h больше единицы, так как в детонационной волне вещество сжимается. Ниже мы сумеем подтвердить предположение о постоянстве h и найти численное значение h .

Подставляя выражение D и ρ в формулу, получим:

$$p(\rho) = p(h\rho_0) = A^2 \frac{h-1}{h} \rho_0^3 = A^2 \frac{h-1}{h^4} (h\rho_0)^3 = A^2 \frac{h-1}{h^4} \rho^3 \quad (19,3)$$

или

$$p = B\rho^3, \quad (19,4)$$

где

$$B = A^2 \frac{h-1}{h^4}. \quad (19,5)$$

Таким образом, из того экспериментального факта, что скорость детонации прямо пропорциональна плотности взрывчатого вещества, следует, что давление продуктов взрыва пропорционально кубу плотности продуктов взрыва *).

Константу h мы найдём из условия, что на опыте осуществляется наименьшая возможная скорость детонации **).

Зададимся законом $p = B\rho^3$ и напишем:

$$D^2 = \frac{p\rho}{\rho_0(\rho - \rho_0)} = B \frac{\rho^4}{\rho_0(\rho - \rho_0)}. \quad (19,6)$$

Найдём то значение ρ , при котором при данных B и ρ_0 D минимально.

*) В таком виде результат легко было получить из соображений размерности: размерность давления есть $\rho_0 D^2$, так что при $D \sim \rho_0$ $p \sim \rho_0^3$; если $p = p(\rho)$, то из размерности следует, что $p \sim \rho^3$. Формально можно было задаться тем, что из опыта известны только коэффициент пропорциональности A , размерность которого была приведена выше. Тогда единственное выражение размерности давления, составленное из A и ρ , есть $A^2 \rho^3$.

**) При рассмотрении газовой детонации было показано, что условие минимума скорости детонации при данном уравнении адиабаты Гюгонио (т. е. в случае упругого давления при данном уравнении состояния) совпадает с условием равенства $D = w + c$, т. е. скорости детонации и скорости распространения возмущения а фронтом волны.

Для этого вычислим:

$$\frac{d(D^2)}{d\rho} = \frac{B}{\rho_0(\rho - \rho_0)^2} [4\rho^3(\rho - \rho_0)^2 - \rho^4] = \frac{B\rho^3(3\rho - 4\rho_0)}{\rho_0(\rho - \rho_0)^2} = 0, \quad (19,7)$$

откуда следует:

$$\left. \begin{aligned} \rho &= \frac{4}{3}\rho_0, & h &= \frac{4}{3}, \\ p(\rho) &= \frac{1}{4}\rho_0 D^2, & \omega &= D \frac{\rho - \rho_0}{\rho} = \frac{1}{4}D. \end{aligned} \right\} \quad (19,8)$$

Таким образом, при детонации типичного взрывчатого вещества со скоростью 7,2 км/сек, при начальной плотности 1,6 г/см³ на фронте детонационной волны плотность продуктов взрыва равна 2,13 г/см³, давление $2 \cdot 10^5$ кг/см², скорость движения 1,8 км/сек; уравнение состояния продуктов взрыва имеет вид $p = 2 \cdot 10^4 \rho^3$, где p выражается в кг/см², ρ — в г/см³.

Разумеется, все эти величины следует рассматривать как приблизительные. Вместе с тем приведённые величины гораздо ближе к действительности, чем результаты расчётов Шмидта, основанных на неправильных предположениях об уравнении состояния и дающих резко (вдвое!) заниженные p и ω .

В § 20 вопрос изложен более точно с учётом теплового давления, как это сделано в работе Ландау — Станюковича.

С одной стороны, рассматривается основанная на статистической механике теория теплового давления в плотной среде с заданным законом упругого давления.

С другой стороны, для выяснения роли теплового давления привлекаются экспериментальные данные по зависимости скорости детонации от теплоты взрыва (калорийности) взрывчатых веществ, близких по химическому составу.

Эти расчёты, будучи довольно сложными, не привели к определённым и существенным изменениям приближённого закона $p = 2 \cdot 10^4 \rho^3$.

Для расчётов движения продуктов взрыва достаточно пользоваться этим простейшим законом, имея в виду только, что: а) в действительности часть — около $1/3$ — этого давления не упругого, а теплового происхождения и б) за-

кон $p = B\rho^3$ применим лишь при плотности ρ , большей $1 - 1,3 \text{ г/см}^3$ *).

Результаты этого параграфа достаточны для понимания § 19 о движении продуктов взрыва. Следующий параграф может быть полезен главным образом для тех, кто специально интересуется уравнением состояния вещества при высоких давлениях.

§ 20. Уточнённый расчёт уравнения состояния продуктов взрыва

Можно непротиворечивым образом построить теорию детонации конденсированных взрывчатых веществ, предполагая, что всё давление—упругого происхождения, а тепловую часть имеет только энергия. К этому предельному случаю легко перейти в более строгой теории, полагая постоянную ζ в уравнении (20,14) равной ∞ (см. ниже). По оценкам оказывается, что, когда отношение теплового давления к упругому равно единице, отношение тепловой энергии к упругой составляет около 6. В этом находит себе оправдание первая самая грубая гипотеза:

$$p = p(\rho), \quad E = E_0(\rho) + \rho f(T).$$

Условие касательной, которое по самому своему выводу имеет силу для любых взрывчатых веществ, если только реакция разложения доходит до конца и волна разрежения не перегоняет детонационную волну**), гласит:

$$\frac{p}{v_0 - v} = - \left(\frac{\partial p}{\partial v} \right)_S = - \frac{dp}{dv}.$$

Из этого уравнения можно выразить объём вещества v в детонационной волне как однозначную функцию начального объёма v_0 .

Пусть, например, имеет место уравнение политропы

$$p = B\rho^n.$$

*) Закон $p = B\rho^3$ был использован К. П. Станюковичем в ряде работ, опубликованных в ДАН, следовавших за статьёй Ландау и Станюковича.

**) См. § 9.

Тогда

$$\frac{D^2}{v_0^2} = \frac{p}{v_0 - v} = \frac{nB}{v^{n+1}} = \frac{np}{v}. \quad (20,1)$$

Отсюда, как обычно, $v = \frac{n}{n+1} v_0$ аналогично уравнению $v = \frac{k}{k+1} v_0$ для газовой детонации. Но в отличие от газовой детонации можно вычислить по уравнению (20,1) и скорость детонации, если считать известной постоянную B . Если величину B можно считать постоянной, то (20,1) даёт возможность установить зависимость $D(\rho_0)$:

$$\frac{\partial \ln D}{\partial \ln \rho_0} \sim \frac{n-1}{2}.$$

Величина $\frac{n-1}{2}$, взятая из опыта для тэна, пикриновой кислоты и других подобных им взрывчатых веществ, приблизительно равна 0,8, откуда $n = 2,6$. Более точная, с учётом теплового давления, теория даёт $n = 2,8$.

По (20,1) мы определим p , давление в детонационной волне, через известное для тэна значение $D = 8,4$ км/сек. При плотности заряжания $\rho_0 = 1,69$ г/см³, $p = \frac{\rho_0 D^2}{n+1} \sim \sim 335 \cdot 10^3$ атм. Напомним, что при детонации газовых смесей с начальной плотностью 10^{-3} г/см³ получались давления порядка нескольких десятков атмосфер. Выражение для p мало чувствительно к небольшому изменению n , поэтому очень часто выбирают $n = 3$, что даёт удобные для практических расчётов уравнения газодинамики (см. § 6).

Заметим ещё, что уравнение энергии

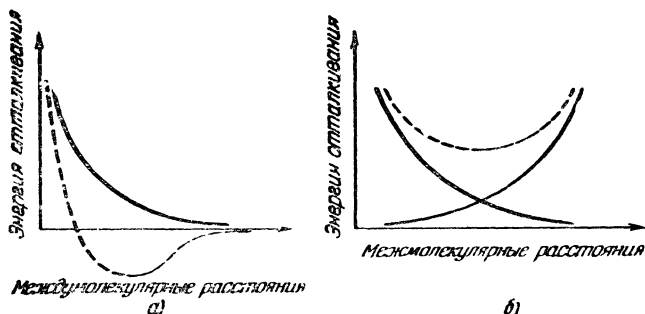
$$E - E_0 = Q + \frac{1}{2} p (v_0 - v) \quad (20,2)$$

удовлетворяется в этой теории надлежащим выбором температурного слагаемого энергии.

Перейдём теперь к более строгой теории. Отметим прежде всего, что зависимость скорости детонации от v_0 не содержит достаточно исходных данных, чтобы по ней определить точное уравнение состояния продуктов взрыва. Это видно уже из того, что условие касательной содержит

только одну частную производную $\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_S$, а другие производные в теорию детонации вообще не входят.

Тем не менее, исходя из экспериментального вида зависимости $D(\rho_0)$ и некоторых простых физических предположений о продуктах детонации, можно построить уравнение состояния, параметры которого заключены в довольно тесных пределах. Кроме того, величины, характеризующие детонацию (давление, объём продуктов), в свою очередь слабо зависят от этих параметров.



Фиг. 52.

Как мы уже говорили, Ландау и Станюкович уподобили состояние продуктов детонации сразу после окончания реакции состоянию твёрдого тела со столь плотной упаковкой молекул, что всякое сжатие связано с большой работой упругих сил, действующих между молекулами. В этом смысле упругое поведение вещества напоминает поведение кристаллов (в отличие от газов, давление которых целиком связано с тепловым движением молекул).

Мы можем представить себе механизм разложения конденсированных взрывчатых веществ так. До взрыва атомы в сложной молекуле нитросоединения занимают малоустойчивые положения равновесия, обязанные силам сродства. Эти положения мы изобразим пунктирной кривой на фиг. 52, а. Они отвечают не только определённым расстояниям между атомами, как это видно из фиг. 52, а, но и строго определённом взаимному расположению в простран-

стве, связанному с направленным характером валентных сил.

При взрыве атомы перегруппировываются в устойчивые молекулы CO , CO_2 , H_2O , NO и т. п. Средние расстояния между молекулами—такие же, как в конденсированном взрывчатом веществе, дополнительно сжатом ударной волной, идущей, как всегда, на фронте детонационной волны. Сжатие выводит атомы в большой молекуле взрывчатого вещества из малоустойчивых положений равновесия, после чего они соединяются уже по-другому—в гораздо более устойчивые молекулы CO , CO_2 и т. п. Но получается вещество огромной плотности (заметим, что плотность жидких газов 1 г/см^3 , а в детонационной волне плотность больше 2). Поэтому между молекулами возникают огромные силы отталкивания (см. сплошную кривую на фиг. 52, а). Накладываясь, такие кривые отталкивания от соседних молекул дают устойчивые положения для любой молекулы (пунктирная кривая на фиг. 52, б). Но в отличие от положения равновесия (фиг. 52, а) эти равновесия требуют *большого внешнего давления*.

Тепловые колебания молекул около таких положений равновесия и обуславливают тепловую часть давления. Эти же колебания вместе с колебаниями атомов в молекулах дают тепловую часть энергии. Так как степень сжатия велика (плотность в детонационной волне ещё на 30% выше, чем в исходном веществе), то соответственно велики и упругие силы.

Точная зависимость упругого давления от плотности нам неизвестна. Её удобнее всего приближённо выразить степенной зависимостью вида $p = Br^n$. Разумеется, эту зависимость нельзя распространять на начальное состояние взрывчатого вещества до взрыва, так как тогда $p=0$, $v=v_0$. Зависимость $p = Br^n$ обычно называется политропической.

Подчёркиваем, что выбор степенной зависимости диктуется только соображениями математического удобства. Эта зависимость имела бы место как точная для силовых центров, отталкивающихся по закону $F = \frac{a}{r^{3n-2}}$, как это принимается в теории кристаллических решёток Борна, но на таких малых расстояниях, какие имеют место между

атомами в продуктах детонации, едва ли имеет смысл говорить о степенном законе для межмолекулярных сил.

Учтём теперь тепловое движение молекул. При той степени сжатия, которая достигается в продуктах детонации, тепловое движение имеет характер малых колебаний. На каждую колебательную степень свободы приходится энергия RT (на моль). Полная колебательная энергия равна $c_v T$, где c_v — удельная теплоёмкость, не зависящая в этом приближении от объёма.

Термодинамика учит, что по тепловой части давления не всегда можно определить тепловую часть энергии. Известно, что между производной энергии по объёму и давлением существует зависимость

$$p - T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_v = - \left(\frac{\partial E}{\partial v} \right)_T. \quad (20,3)$$

Пусть p содержит слагаемое $T\varphi(v)$. Оно полностью сократится из левой части (20,3) и никак не связано с возможным слагаемым вида $c_v T$ в энергии. Тот и другой члены ($T\varphi(v)$ и $c_v T$) должны определяться отдельно и независимо. Поэтому, чтобы написать выражения p и E для продуктов детонации, надо исходить из свободной энергии $F = E - TS$, как это обычно делается в термодинамике. Свободная энергия твёрдого тела, как её пишут в учебниках, содержит члены, относящиеся только к колебательным степеням свободы *):

$$F = E_0 - c_v T \ln T + \sum_i RT \ln \omega_i. \quad (20,4)$$

Здесь E_0 — упругая энергия тела при абсолютном нуле, равная $\frac{B}{(n-1)v^{n-1}}$, c_v — теплоёмкость при постоянном объёме, ω_i — частота i -го нормального колебания атомов в решётке.

Формулу (20,4) мы должны применять в большом интервале плотностей (зависящем от начальной плотности вещества, т. е. плотности заряжания). Поэтому надо учесть, что колебательные степени свободы твёрдого тела

*) См. Ландау Л. Д. и Лифшиц Е. М., Статистическая физика (2-е изд.), Гостехиздат, М., 1954.

могут быть двух типов: такие, которые при бесконечном удалении молекул переходят в свободное движение или в свободное вращение, и такие, которые остаются колебательными и в этом случае. К последним надо отнести, например, колебания двухатомных или трёхатомных молекул (NO , CO , CO_2 , H_2O), получающихся в продуктах взрыва. В первом приближении можно допустить, что частоты таких колебаний вообще не зависят от плотности вещества, и считать среднюю их логарифмическую частоту $\bar{\omega}_2$ ($\ln \bar{\omega}_2 = \sum_{i_2} \frac{1}{N_2} \ln \omega_{i_2}$, N_2 — число таких колебаний) постоянной.

Так как общее число колебательных степеней свободы решётки равно $3N$, где N — полное число атомов, $\sum RT \ln \omega_i$ имеет $3N$ слагаемых. Каждая колебательная степень свободы прибавляет к свободной энергии член $kT \ln T - kT \ln \omega$, где k в этой формуле — постоянная Больцмана, равная $1,39 \cdot 10^{-16}$ эрг/град, т. е. газовая постоянная R , делённая на число Авогадро.

Разложим сумму $\sum_i RT \ln \omega_i$ на два слагаемых в согласии с тем, к каким колебательным степеням свободы относится соответствующая частота:

$$\sum_i RT \ln \omega_i = \sum_{i_1} RT \ln \omega_{i_1} + \sum_{i_2} RT \ln \omega_{i_2},$$

где индексы 1 и 2 определяют тип колебания; 1 означает, что при переходе в разрежённое газовое состояние $\omega_{i_1} \rightarrow 0$, т. е. колебание переходит во вращение или трансляцию, а ω_{i_2} остаётся таким же по порядку величины.

Переходя к средним логарифмическим частотам, мы напишем:

$$\sum RT \ln \omega_i = c_{v_1} \ln \bar{\omega}_1 + c_{v_2} \ln \bar{\omega}_2,$$

причём $c_{v_1} + c_{v_2} = c_v = 3R$ согласно тому, что мы сказали о полном числе степеней свободы ($c_v = 3R$). Можно определить c_{v_1} и c_{v_2} как теплоёмкости, приходящиеся на соответственные им колебания.

Зависимость от плотности частоты тех колебаний $\bar{\omega}_1$, которые существуют только в конденсированном состоянии,

может быть оценена из следующих соображений. По порядку величины эта частота равна скорости звука, делённой на межатомное расстояние. Это соотношение вытекает

просто из размерности величин. Скорость звука $c = \sqrt{\frac{\partial p}{\partial \rho}}$

или $c \sim \rho^{\frac{n-1}{2}}$, так как $p \sim \rho^n$. Межатомное расстояние пропорционально корню кубическому из молекулярного объёма, или, что то же самое, $\rho^{-1/3}$. Поэтому интересующая нас частота колебаний $\bar{\omega}_1$ пропорциональна $\rho^{\frac{n-1}{2} - \frac{1}{6}}$ *).

После этих замечаний запишем свободную энергию в таком виде:

$$F = \frac{B}{(n-1)v^{n-1}} - c_v T \ln T - c_{v1} \left(\frac{n}{2} - \frac{1}{6} \right) T \ln v - T \cdot \text{const.} \quad (20,5)$$

Теперь легко выразить давление и полную энергию, определяющиеся однозначно через F :

$$p = - \left(\frac{\partial F}{\partial v} \right)_T = \frac{B}{v^n} + \frac{c_{v1} \left(\frac{n}{2} - \frac{1}{6} \right) T}{v}, \quad (20,6)$$

$$E = F - T \left(\frac{\partial F}{\partial T} \right)_v = \frac{B}{(n-1)v^{n-1}} + c_v T. \quad (20,7)$$

Сравнивая эти выражения с формулой (20,3), видим, что температурные зависимости p и E никак друг с другом не связаны: они выпадают из каждой стороны равенства (20,3).

* То же соотношение выводится прямо из представлений о силах отталкивания между молекулами. Мы уже указывали, что показателю политропы n отвечают борновские силы отталкивания по закону A/r^{3n-2} . Квадраты частоты колебаний пропорциональны производным от сил, взятым в положении равновесия пунктирной кривой на фиг. 52, б, т. е. пропорциональны $1/r^{3n-1}$. Но r в положении равновесия пропорционально $\rho^{-1/3}$, откуда вновь получается, что $\omega_1 \sim \rho^{\frac{n-1}{2} - \frac{1}{6}}$.

В теорию детонации входит ещё изэнтропическая производная давления $\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_S$. Чтобы вычислить её, найдём сначала энтропию:

$$S = -\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_v = c_v \ln T + c_{v1} \left(\frac{n}{2} - \frac{1}{6}\right) \ln v + \text{const}^* . \quad (20,8)$$

Тогда величина $\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_S$ выразится такой формулой **):

$$\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_S = \left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_T - \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v \frac{\left(\frac{\partial S}{\partial v}\right)_T}{\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_v} .$$

Сюда входят производные

$$\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_T = -\frac{nB}{v^{n+1}} - \left(\frac{n}{2} - \frac{1}{6}\right) \frac{c_{v1}T}{v^2} ,$$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v = \left(\frac{n}{2} - \frac{1}{6}\right) \frac{c_{v1}}{v} ,$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_v = \frac{c_v}{T} ,$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial v}\right)_T = \left(\frac{n}{2} - \frac{1}{6}\right) \frac{c_{v1}}{v} .$$

Таким образом, искомая изэнтропическая производная равна

$$\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_S = -\frac{nB}{v^{n+1}} - \left(\frac{n}{2} - \frac{1}{6}\right) \left[1 + \frac{c_{v1}}{c_v} \left(\frac{n}{2} - \frac{1}{6}\right) \right] \frac{c_{v1}T}{v^2} . \quad (20,9)$$

В формулы (20,6), (20,7), (20,9) входят параметры B , c_v , c_{v1} , n . Определить их теоретически в общем виде не представляется возможным. Наоборот, мы подберём их таким образом, чтобы удовлетворить экспериментальной зависимости $D(v_0)$.

*) Постоянная в энтропии, конечно, не войдёт ни в какие дальнейшие соотношения.

***) Ландау Л. Д. и Лифшиц Е. М., Статистическая физика (2-е изд.), Гостехиздат, М., 1951, § 16,

Форму кривой фактически определяют два параметра: n и

$$\zeta \equiv \frac{c_v}{c_{v_1}}. \quad (20,10)$$

Выражения p , E и $\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_S$ надо подставить в уравнения детонации (20,1) и (20,2), которые мы перепишем здесь ещё раз:

$$\begin{aligned} \frac{D^2}{v_0^2} &= \frac{p}{v_0 - v} = -\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_S, \\ E - \frac{1}{2} p (v_0 - v) &= Q. \end{aligned}$$

Это — система двух уравнений с двумя неизвестными: v и T . Из них путём довольно громоздких операций можно явно выразить v_0 через D . Но мы поступим несколько иначе, вводя безразмерный параметр

$$y \equiv \frac{c_{v_1} T v^{n-1}}{B} \left(\frac{n}{2} - \frac{1}{6} \right). \quad (20,11)$$

Смысл параметра y очень прост: он определяет отношение тепловой части давления p_T к упругой $p_{\text{упр}}$:

$$\frac{p_T}{p_{\text{упр}}} = \frac{c_{v_1} T v^{n-1}}{B} \left(\frac{n}{2} - \frac{1}{6} \right) = y. \quad (20,12)$$

Отношение тепловой части энергии к упругой тоже выражается через y :

$$\frac{E_T}{E_{\text{упр}}} = \frac{(n-1) c_v T v^{n-1}}{B} = \frac{n-1}{\frac{n}{2} - \frac{1}{6}} \cdot \zeta y. \quad (20,13)$$

Параметр y меняется от нуля до бесконечности. Выразим через y величины, входящие в уравнение детонации. Из уравнения (18,2) имеем:

$$\frac{v_0 - v}{v} = \frac{1 + y}{n + \left[1 + \frac{1}{\zeta} \left(\frac{n}{2} - \frac{1}{6} \right) \right] y}. \quad (20,14)$$

Подставляя это в (20,1) и пользуясь (20,6) и (20,7), приходим к формуле

$$v_0 = \left(\frac{B}{Q}\right)^{\frac{1}{n-1}} \frac{n+1 + \left[2 + \frac{1}{\zeta} \left(\frac{n}{2} - \frac{1}{6}\right)\right] y}{n + \left[1 + \frac{1}{\zeta} \left(\frac{n}{2} - \frac{1}{6}\right)\right] y} \times \\ \times \left\{ \frac{1}{n-1} + \frac{6\zeta y}{3n-1} - \frac{(1+y)^2}{2n+2y \left[1 + \frac{1}{\zeta} \left(\frac{n}{2} - \frac{1}{6}\right)\right]} \right\}^{\frac{1}{n-1}}. \quad (20,15)$$

Величину D^2 по уравнению (20,2) мы представим как $D^2 = \left(\frac{v_0}{v}\right)^2 \frac{B}{v^{n-1}} p v$.

Последние два сомножителя определяются при выводе уравнения (20,15). Для D^2 имеем:

$$D^2 = Q \frac{\left\{ n+1 + \left[2 + \frac{1}{\zeta} \left(\frac{n}{2} - \frac{1}{6} \right) y \right] \right\}^2}{\left(\frac{1}{n-1} + \frac{6\zeta y}{3n-1} \right) \left\{ n + \left[1 + \frac{1}{\zeta} \left(\frac{n}{2} - \frac{1}{6} \right) \right] y - \frac{1}{2} (1+y)^2 \right\}}. \quad (20,16)$$

Рассмотрим теперь предельные случаи формул (20,15) и (20,16). Пусть прежде всего $y = \infty$. Из (20,15) видно, что тогда и $v_0 \rightarrow \infty$, т. е. плотность заряжания весьма мала. Этот случай в принципе должен приводить к формулам, подобным тем, которые содержатся в теории газовой детонации. После простых преобразований получим:

$$D_{y \rightarrow \infty}^2 = 2Q \left\{ \left[1 + \frac{1}{\zeta} \left(\frac{n}{2} - \frac{1}{6} \right) \right]^2 - 1 \right\}. \quad (20,17)$$

Но заметим, что вся развиваемая здесь теория не содержит газовой детонации как предельного случая. Это видно уже из формулы (20,17), из которой не выпал показатель политропы n , связанный с межмолекулярными силами, соответственно исходному выражению для свободной энергии F . Предположение о молекулах, совершающих малые колебания около равновесия, конечно, не совместимо с переходом к газу. Поэтому теория принципиально относится только к большим плотностям.

В теории детонации газов $D^2 = 2Q \left[\left(\frac{c_p}{c_v} \right)^2 - 1 \right]$. Как известно из термодинамики,

$$\frac{c_p}{c_v} = \frac{\left(\frac{\partial p}{\partial v} \right)_S}{\left(\frac{\partial p}{\partial v} \right)_T} \rightarrow 1 + \frac{1}{\zeta} \left(\frac{n}{2} - \frac{1}{6} \right) \quad \text{при } T \rightarrow \infty.$$

Итак, при $T \rightarrow \infty$ скорость детонации не зависит от плотности заряжания, но отношение $\frac{c_p}{c_v}$ не такое, как должно быть у газов, так как содержит n .

Интересно рассмотреть противоположный предельный случай $y = 0$. Его надо понимать как случай полного перехода химической энергии Q в упругую. Тогда температура равна нулю. Разумеется, точный нуль получиться не может, потому что при абсолютном нуле температуры энтропия равна нулю. Но так как энтропия взрывчатого вещества до детонации не равнялась нулю ($T_0 > 0$), она во всяком случае не может при детонации уменьшиться. Возможны, однако, такие плотности заряжания, при которых тепловая энергия много меньше упругой. Этому и отвечает y , близкий к нулю.

Полагая $y = 0$, имеем:

$$D^2 = 2Q (n^2 - 1). \quad (20,18)$$

Формула (20,18) имеет внешнее сходство с (20,17). Так как n стоит в показателе политропы предельного закона $p = \frac{B}{v^n}$, получающегося при $T \rightarrow 0$, то n как бы заменяет показатель изэнтропы k . Но нельзя сопоставить с (20,18) какую-либо функциональную зависимость D от v_0 при $y = 0$, потому что формуле (20,18) отвечает определённый начальный объём

$$v_0 = \left(\frac{B}{Q} \right)^{\frac{1}{n-1}} \frac{n+1}{n} \left[\frac{n+1}{2n(n-1)} \right]^{\frac{1}{n-1}}. \quad (20,19)$$

(20,19) является предельной плотностью заряжания, а D по (20,18) — предельной скоростью детонации.

Надо подчеркнуть, что (20,18) не является выражением для скорости детонации конденсированных взрывчатых веществ в общем виде. Это видно уже из того, что

в (20,18) не входит плотность заряжания. Значение D (20,18) достигается при одной, и только при одной, плотности заряжания (20,19). При меньших плотностях заряжания D вычисляется в параметрической форме по формулам (20,15) и (20,16).

Что произойдёт при большей плотности заряжания, не совсем ясно. Можно предположить, что в этом случае реакция разложения не дойдёт до конца, потому что запас химической энергии недостаточен, чтобы преодолеть работу упругих сил отталкивания между молекулами. Химической энергии как бы не хватает на ту перестройку молекул, которая приводит к взрыву.

Подчеркнём, однако, что нельзя, строго говоря, пользоваться формулой (20,18) вместе с уравнением политропы $p = \frac{B}{v^n}$ при произвольной плотности заряжания, если $\zeta < \infty$. Об этом мы говорили в более общей форме в начале этого параграфа. Между тем, такая ошибка иногда делается. Если она невелика в численном выражении, её надо, во всяком случае, оценить.

Покажем теперь, как определить величины n и ζ из опыта. Опыт показывает, что при плотностях заряжания порядка $1 - 1,7$ г/см³ D приблизительно пропорционально $v_0^{-0,81}$ для ряда нитросоединений (тэн, тетрил, пикриновая кислота, тол). Этот предельный показатель ($-0,81$) можно определить, очевидно, как $\left(\frac{\partial \ln D}{\partial \ln v_0}\right)_{v \rightarrow 0}$.

Найдём такую производную по формулам (20,15) — (20,16). После элементарных, но длинных выкладок находим:

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{n}{2} - \frac{1}{6}\right)^{-1} \left(\frac{\partial \ln v_0}{\partial y}\right)_{y \rightarrow 0} &= \frac{1}{n+1} \left[\frac{3n}{2} + \frac{1}{6} + 2n(\zeta - 1) \right], \\ \left(\frac{n}{2} - \frac{1}{6}\right)^{-1} \left(\frac{\partial \ln D}{\partial y}\right)_{y \rightarrow 0} &= \\ &= -\frac{n}{n+1} \left[\frac{n}{2} - \frac{5}{6} + (n-1)(\zeta - 1) \right], \\ \left(\frac{\partial \ln D}{\partial \ln v_0}\right)_{v \rightarrow 0} &= -\frac{n \left[\frac{n}{2} - \frac{5}{6} + (n-1)(\zeta - 1) \right]}{\frac{3}{2}n + \frac{1}{6} + 2n(\zeta - 1)}, \end{aligned} \right\} (20,20)$$

Из этой формулы проще всего определить ζ в зависимости от n , считая, что $\frac{\partial \ln D}{\partial \ln v_0} = -0,81$. Тогда мы получим правильный предельный ход кривой $D(v_0)$. Приравнявая правую часть (20,20) числу 0,81, получим:

$$\zeta = 1 + \frac{0,81(9n+1) - n(3n-5)}{6n(n-2,62)}. \quad (20,21)$$

Величина ζ , во всяком случае, положительна. Поэтому $n > 2,62$. Это даёт нижний предел n , если отбросить неразумно малые значения, лежащие между 0,82 и 0,30 (корни числителя (20,21)). Разумеется, такое малое значение n вообще невозможно, ибо ему в формуле (20,17) отвечает $D_{\min} = 0$. Далее ζ по определению больше единицы. По формуле (20,21) видно, что для этого n должно быть меньше 4,06. Это предельное значение достигается при $\zeta = 1$, так что бóльшие ζ отвечают меньшим n .

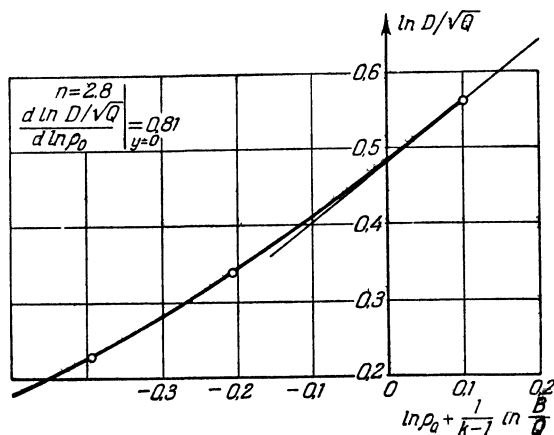
Если принять $n = 4,06$, $\zeta = 1$, то мы получим по формуле (20,17) $D/\sqrt{Q} \approx 3,7$, а максимальное (D/\sqrt{Q}) по (20,18) равно 5,5. Между тем, наибольшее наблюдавшееся на опыте отношение D/\sqrt{Q} (для тэна) — приблизительно 3,4. Ясно, что для описания свойств реальных взрывчатых веществ необходимо считать $\zeta > 1$, т. е. учитывать теплоёмкость c_{v_2} тех колебаний, частота которых не обращается в нуль при $v \rightarrow \infty$.

Что касается самого значения n , то его можно подобрать, учитывая весь ход зависимости $D(v_0)$ по экспериментальным кривым. Для этого надо задаваться значениями y от нуля приблизительно до 100 и подставлять их в формулы (20,15) — (20,16) (эти вычисления проделаны М. С. Арепкиным). Сопоставляя $D(y)$ и $v_0(y)$, получим $D(v_0)$.

Так как величина B/Q нам неизвестна, то мы можем

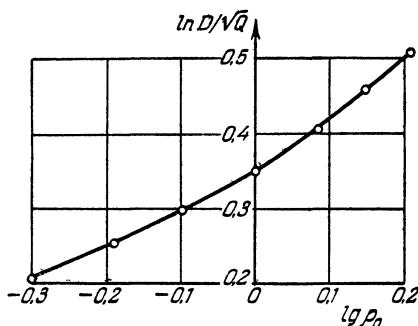
построить только график $\ln D/\sqrt{Q}$ от $\ln \rho_0 + \frac{\ln B}{n-1}$. Соответственно положение нуля абсциссы нельзя привести в однозначное соответствие с экспериментальным графиком $D(\rho_0)$, составленным по данным Фридриха для тэна. Крайней точкой в нём является $\rho_0 = 1,69 \text{ г/см}^3$, $D = 8,4 \text{ км/сек}$. Но мы отнюдь не можем быть уверены

в том, что значение $\frac{\partial \ln D}{\partial \ln \rho_0}$, найденное для этой точки, на самом деле является предельным для тэна. Поэтому, сов-



Фиг. 53.

мещающая кривые фиг. 53 (теоретическая кривая по формулам (20,15) — (20,16) с предельным наклоном касательной



Фиг. 54.

0,81 и $n = 2,8$) и фиг. 54 (экспериментальная кривая), мы допускаем известный произвол.

Чтобы произвести это совмещение, надо положить, что $\ln \rho_0 = 0,18$ на фиг. 54 тогда, когда $\ln \rho_0 + \frac{\ln B/Q}{n-1} = 0$ на

фиг. 53. Таким образом, $\ln B/Q = 1,8 (-0,18) = -0,324$ или $B/Q = 0,473$.

Построенное уравнение состояния ($n = 2,8$, $\zeta = 4,8$, $B = 0,473 Q$) на основании кривой никак не может считаться физически установленным до тех пор, пока оно не будет экспериментально проверено каким-либо независимым способом. Имея в своём распоряжении три параметра, мы можем практически подогнать любую зависимость под эксперимент.

К сожалению, мы ещё не располагаем иными данными, кроме данных о скорости детонации. Поэтому дальнейшие вычисления на основе уравнения состояния Ландау и Станюковича носят характер предсказаний, которые ещё надо проверить на опыте. Только всесторонняя проверка может показать, в какой мере теория правильно описывает действительность. Но в известной степени правильность такой теории подтверждается устойчивостью её предсказаний относительно выбора параметров. Для этого мы приводим в таблице XI значения величин D , ω , ρ , p в зависимости от ρ_0 для двух значений n : $n = 2,8$ и $n = 3$. Последнее, как мы знаем из § 6, представляет особый интерес для газодинамических расчётов, давая самый простой вид уравнений. Как и следовало ожидать, результаты сходятся тем лучше, чем больше плотность заряжания, т. е. чем меньше y .

Т а б л и ц а X I

$n = 2,8$					
ρ_0 г/см ³	D км/сек	ω км/сек	ρ г/см ³	p 10 ³ ат.м	$y = \frac{P_T}{P_{уп}}$
1,9	9,05	2,38	2,57	412	0,0
1,7	8,25	2,20	2,32	310	0,01
1,5	7,5	2,0	2,05	218	0,04
1,3	6,70	1,85	1,78	159	0,10
1,1	5,95	1,65	1,52	112	0,17
1,0	5,60	1,55	1,39	90	0,21
0,8	4,85	1,40	1,13	56	0,36
0,6	4,10	1,25	0,87	32	0,66
0,4	3,45	1,20	0,60	16	1,33

Продолжение таблицы XI

$n=3$						
ρ_0 г/см ³	D км/сек	w км/сек	ρ г/см ³	$p \cdot 10^3$ атм	$y = \frac{P_T}{P_{упр}}$	D экспериментальное км/сек
1,9	9,10	2,29	2,55	388	0,04	
1,7	8,35	2,15	2,30	304	0,10	
1,5	7,60	2,03	2,04	232	0,18	7,52
1,3	6,90	1,90	1,78	172	0,29	6,70
1,1	6,30	1,78	1,53	124	0,49	5,9
1,0	5,95	1,73	1,41	103	0,62	5,50
0,8	5,35	1,65	1,15	71	1,00	4,90
0,6	4,80	1,60	0,90	48	1,84	4,25
0,4	4,41	1,57	0,62	28	4,00	3,65

Интересно, что при весьма различных значениях y , отвечающих для $n = 2,8$ и 3 одинаковой плотности заряжения, основные физические наблюдаемые величины сходятся гораздо лучше, чем y .

Заметим, что произведённый выбор параметров уравнения состояния при желании можно было бы уточнить. Для этого надо найти то значение y , для которого в эксперименте $\frac{\partial \ln D}{\partial \ln v_0} = -0,81$, и произвести новый выбор параметров n и ζ , совмещая теоретическую и экспериментальную кривые уже не по предельному положению касательной, а для этого значения y . Это будет известный процесс итерации, в котором найденные значения параметров являются только нулевым приближением. Но устойчивость результатов в таблице XI относительно выбора параметров убеждает нас в том, что нулевое приближение практически достаточно.

После окончания химической реакции продукты детонации изэнтропически расширяются. При этом они переходят от весьма конденсированного состояния с плотностью около 2 г/см³ в газообразное состояние. Очевидно, что принятое Ландау и Станюковичем уравнение состояния конденсированных взрывчатых веществ не может быть справедливо во всех фазах расширения. Поэтому они разбивают процесс адиабатического расширения на две фазы;

сначала расширение идёт так, как если бы вся энергия была упругой, т. е. по политропе $pv^n = \text{const}$, а потом — так, как если бы расширение шло по законам идеальных газов, т. е. по изэнтропе Пуассона $pv^k = \text{const}$, где $k \sim 1,3$ или меньше. Чтобы определить точку сопряжения обоих законов, эти авторы используют следующий приём.

Пусть энергия продуктов детонации по окончании реакции равна E . Тогда, как известно из термодинамики,

$$E = \int_{v_1}^v p \, dv,$$

так как расширение продуктов детонации происходит изэнтропически. Практически при полном расширении

$E = \int_{v_1}^{\infty} p \, dv$, так как при $v = \infty$ $E = 0$ ($T \rightarrow 0$), где интеграл берётся по всему процессу расширения, а v_1 — начальный объём продуктов детонации.

Обозначим через p_x и v_x давление и объём в точке сопряжения. Интеграл надо разбить на два интеграла: от v_1 до v_x и от v_x до v , где v — объём продуктов детонации после расширения до атмосферного давления. Беря в первом интеграле закон расширения $pv^n = p_1 v_1^n$ и во втором интеграле $pv^k = p_x v_x^k$, получим:

$$\frac{p_1 v_1}{n-1} - \frac{p_x v_x}{n-1} + \frac{p_x v_x}{k-1} - \frac{pv}{k-1} = E.$$

Величина k имеет порядок 1,3. Поэтому $\frac{1}{k-1} \gg \frac{1}{n-1}$. Произведение $p_x v_x$ гораздо больше pv , так как $p_x v_x = RT_x$, а T_x гораздо больше конечной температуры. Поэтому уравнение для нахождения $p_x v_x$ получает такой вид:

$$\frac{p_x v_x}{k-1} = E - \frac{p_1 v_1}{n-1}. \quad (20,22)$$

Энергию определим по уравнению (20,2)

$$E = Q + \frac{1}{2} p (v_0 - v).$$

Здесь можно выразить второе слагаемое справа через D , пользуясь упрощённым уравнением состояния продуктов

детонации, которое приводит к формуле (20,1). Существенно, что (20,1) получено в предположении, что всё давление — упругого происхождения, но без пренебрежения тепловой энергией. Из уравнения (20,1) мы находим: $\frac{1}{2} p (v_0 - v) - \frac{p_1 v_1}{n-1} = \frac{D^2}{2(n^2-1)}$. Так как $c_v = \frac{R}{k-1}$, то имеем:

$$\frac{p_x v_x}{k-1} = c_v T_x = Q - \frac{D^2}{2(n^2-1)}. \quad (20,23)$$

В этой формуле D^2 меньше своего предельного значения $D_{\text{пред}}^2 = 2Q(n^2 - 1)$. D^2 в (20,23) определяется начальной плотностью взрывчатого вещества.

Найдём для примера величины T_x , v_x , p_x для тэна при плотности заряжания 1,7. Теплота реакции равна в этом случае $1450 \text{ ккал/кг} = 6,10^{10} \text{ эрг/г}$.

Пусть $n = 3$. Тогда $D = 8,35 \text{ км/сек}$ и

$$\frac{D^2}{2(n^2-1)} = \frac{D^2 Q}{2Q(n^2-1)} = 0,72 Q.$$

Отсюда

$$c_v T_x = 0,28 Q = 400 \text{ ккал/кг}.$$

Считая, что продукты детонации — двухатомные газы с молекулярным весом ~ 28 и что их колебательные степени свободы ещё возбуждены при температуре T_x , мы находим:

$$c_v = \frac{7}{2} \cdot 2 \cdot \frac{1}{28} = \frac{1}{4} \text{ ккал/кг} \cdot \text{град},$$

так как теплоёмкость c_v на моль равна в этом случае 7 кал/моль . Следовательно, $T_x = 1600^\circ$.

Найдём теперь p_x и v_x . Мы приняли $k = \frac{9}{7} = 1,287$.

Отсюда

$$p_x v_x = \frac{2}{7} \cdot 400 = 143 \text{ ккал/кг} = 6 \cdot 10^9 \text{ эрг/г}.$$

По уравнению политропы

$$p_x v_x^3 = p_1 v_1^3;$$

здесь

$$\rho_1 = 3 \cdot 10^{11}, \quad v_1 = \frac{1}{\rho_1^3} = \frac{1}{2,3^3} = \frac{1}{12,2},$$

так что $\rho_1 v_1^3 = 2,48 \cdot 10^{10}$.

Деля это выражение на $\rho_x v_x$, получаем:

$$v_x^2 = \frac{24,8 \cdot 10^9}{6 \cdot 10^9} \approx 4$$

или $v_x = 2 \text{ см}^3/\text{г}$, $\rho_x = \frac{1}{2}$. Отсюда находим ρ_x , равное

$$\frac{6 \cdot 10^9}{2} = 3 \cdot 10^9 \text{ бар} = 3000 \text{ атм.}$$

Этот результат имеет чисто оценочный характер, но из него следует, что при действии бризантного взрывчатого вещества на металлы вторая фаза расширения, при которой $v > v_x$, не играет такой роли, как первая, когда давления весьма высоки. Но если рассматривается расширение продуктов детонации в воздухе, то вторая фаза тоже существенна.

ГЛАВА ПЯТАЯ

ДВИЖЕНИЕ ПРОДУКТОВ ДЕТОНАЦИИ

§ 21. Некоторые плоские одномерные задачи о движении продуктов детонации

В настоящем параграфе мы рассмотрим некоторые задачи о движении продуктов детонации вслед за детонационной волной. Решения этих задач находят себе применение в различных практических вопросах о действии детонации.

Целесообразно, однако, сначала изложить вопрос об измерении давления продуктов детонации, так как измерение давления детонации представляет существенный интерес как для практических целей, и в первую очередь для оценки механического действия детонационной волны, так и для проверки правильности и дальнейшего развития представлений о структуре детонационной волны.

Основная трудность в измерении давления состоит в том, что оно действует весьма малое время и за это малое время очень быстро изменяется. До сих пор нет ни одной работы, в которой удалось бы получить достоверную запись изменения давления в детонационной волне. Известны лишь работы, в которых с большей или меньшей точностью измерена величина максимального давления детонации.

Одна из первых попыток измерения давления была предпринята Диксоном и его сотрудниками. Они определяли статическое давление, при котором разрывается стеклянная труба. Затем в трубе, взятой из той же партии, производилась детонация смеси. Если труба при детона-

ции разрывалась, то это, по Диксону, означало, что давление в волне превышало статическое давление разрыва трубы, и для следующего опыта бралась труба с более толстыми стенками. Такая методика не могла дать правильных результатов: во-первых, давления, при которых разрывались части одной и той же трубы, могли отличаться друг от друга на 25—30%; во-вторых, в момент возникновения детонации создаются давления, заметно превышающие давления в стационарной волне, и труба чаще всего разрывается как раз в месте возникновения детонации. Далее (это уже не относится к погрешностям методики) авторы неправильно приравнивали действие динамической нагрузки к действию статической.

Методом, сходным по идее с изложенным, измерял давления в детонационной волне Кемпбелл с сотрудниками*). Они устанавливали поперёк взрывной трубы листы металлической фольги разной толщины. Для каждой смеси подбирали фольгу минимальной толщины, способную выдержать давление детонационной волны.

Затем определялось статическое давление, разрывающее эту фольгу. Предполагалось, что таким образом можно сравнить относительные давления в детонационных волнах в различных смесях.

Для опытов были выбраны энергично детонирующие смеси с узкой зоной химической реакции. В этом случае мало время действия повышенного давления в зоне химической реакции; давление при отражении с достаточной точностью равно давлению отражения волны, находящейся в состоянии, соответствующем *точке касания*. Время действия давления на преграду равно по порядку величины l/D , где l —длина трубы и D —скорость детонации.

В таблице XII приведены значения давления, измеренные Кемпбеллом.

Как показывает сравнение с вычисленными значениями давления, величины в таблице XII правильно отражают отношение давлений детонации различных газов, но они

*) Campbell C., Lither W. B. a Whitnorth C., The Measurement of Pressures Developed in Explosion Waves, Proc. Roy. Soc. A 137, 380, 1932.

не имеют абсолютного смысла. Это видно хотя бы из того, что в случае кратковременной нагрузки прочность материала, из которого изготовлена преграда, значительно выше, чем при статической нагрузке.

Т а б л и ц а XII

Статическое давление, разрывающее фольгу предельной толщины по Кемпбеллу, Литтнеру и Витнорсу
($p_0 = 1 \text{ атм}$)

Смесь	$p_{\text{стат}} \text{ атм}$
$2\text{H}_2\text{O} + \text{O}_2$	40,8
$\text{CH}_4 + \text{O}_2$	68,0
$\text{CH}_4 + 8\text{O}_2$	44,8
$\text{C}_2\text{H}_4 + 3\text{O}_2$	68,0
$\text{C}_2\text{H}_4 + 19\text{O}_2$	38,0
$\text{C}_2\text{H}_2 + \text{O}_2$	88,0
$\text{C}_2\text{H}_2 + 15\text{O}_2$	52,0

Наиболее надёжные результаты как по измерению распределения давления в детонационной волне, так и по измерению давления при отражении детонационной волны от стенки, повидимому, должно дать применение пьезокварцевого индикатора, обладающего достаточно высокой собственной частотой для записи давления в детонационной волне.

Как отмечалось выше, записать изменение давления в детонационной волне до сих пор не удалось. Однако с помощью пьезокварца можно измерить величину пикового давления. Мы рассмотрим здесь одну из первых работ, а именно работу Черлинского*), в которой при исследовании детонации был успешно применён пьезокварцевый индикатор для записи максимального давления. В этой работе исследовалась детонация смеси эфира с воздухом в стальной трубе диаметром 5 см и длиной 9 м. В трубе

*) C z e r l i n s k y, Druck- und Flammgeschwindigkeitsmessungen bei Detonationen von Athyläther-Luft Mischungen, Z. f. Technische Phys. 21, 75, 1940.

устанавливались два пьезокварцевых индикатора с высокой собственной частотой: один—в торце трубы, другой—на расстоянии 2 м от торца. Индикаторы присоединялись к мощным усилителям постоянного тока, затем ток подавали на осциллограф. Для измерения скорости пламени в трубу были вставлены шесть разрядных промежутков. В момент прохождения пламени разрядные промежутки замыкались (пламя ионизирует газ) и импульс после усиления подавался на шлейфовый осциллограф. Давление измерялось в стехиометрической смеси этиловый эфир—воздух. Опыты плохо воспроизводились и их результаты трудно было сравнивать. Поэтому в каждом опыте измеряли давление и скорость и сравнивали эти величины между собой.

Опыты показали, что в тех случаях, когда детонация устанавливалась далеко от конца трубы, в котором был помещён пьезокварц, получались давления того же порядка, что и теоретические. Когда же к концу трубы, в котором были установлены индикаторы, подходило быстрое горение и детонация возникала только у самого конца, измеренное давление почти в два раза превосходило теоретическое.

Механические эффекты, производимые детонационной волной, существенно зависят от структуры волны. Это связано с тем, что разрушительное действие кратковременной нагрузки определяется величиной импульса давления. Давление на фронте ударной волны, вызывающей воспламенение, приблизительно в два раза выше, чем в *точке касания*. Если химическая реакция происходит быстро, то слой газа с давлением, большим, чем в *точке касания*, очень тонок; переносимый им импульс мал в сравнении с импульсом остальной волны и наличие этого слоя не скажется на величине механического эффекта. Если же реакция происходит сравнительно медленно, то в связи с ростом толщины слоя повышенного давления он может существенно усилить разрушительное действие детонации. При этом нужно учитывать, что отражение ударной волны может привести к пяти-шестикратному возрастанию давления, в то время как при отражении газа в состоянии *точки касания* давление возрастает только в 2,5 раза.

Это происходит из-за того, что в ударной волне выше скорость массового потока и больше плотность вещества. Таким образом, в случае широкой зоны при отражении может развиться давление, в 10—12 раз превышающее давление в точке касания.

В задачах этого параграфа мы ограничимся рассмотрением конденсированных взрывчатых веществ, притом в большинстве случаев таких, для которых применим основной результат §§ 19—20; уравнение изэнтропы продуктов детонации имеет вид

$$p = A\rho^3,$$

т. е. показатель степени $n=3$. Ширину зоны реакции мы будем считать пренебрежимо малой.

Случай $n=3$ мы подробно рассматривали в § 6, где были подробно освещены все газодинамические следствия, вытекающие специально из того, что $n=3$. В частности, было показано, что J_+ -характеристики, для которых

$$\frac{dx}{dt} = w + c,$$

распространяются всегда независимо от J_- -характеристик*), для которых

$$\frac{dx}{dt} = w - c.$$

Уравнение $p = A\rho^3$ строго справедливо при отсутствии ударных волн. Но в конце § 5 было показано, что ударные волны конечной, но не очень большой амплитуды удовлетворяют так называемому квазиакустическому приближению, так что ударная волна, бегущая направо, достаточно мало сказывается на J_- -характеристиках. Таким образом, при $n = 3$, как уже указывалось, волна почти

*) Одномерное движение продуктов детонации рассматривали А. А. Гриб и К. П. Станюкович. См. Гриб А. А., Влияние места инициирования на параметры воздушной ударной волны при детонации взрывных газовых смесей, Прикладная математика и механика 8, 273, 1944; Станюкович К. П., Одномерный разлёт продуктов детонации бризантных взрывчатых веществ, ДАН 53, 523, 1946; Станюкович К. П., Истечение продуктов детонации в случае косой детонационной волны, ДАН 55, 315, 1947.

совсем не чувствует ударной волны встречного направления, если амплитуда ударной волны, например, такова, что давление возрастает в ней в 2,5 раза.

Напишем ещё раз уравнения Станюковича

$$\frac{\partial J_+}{\partial t} + J_+ \frac{\partial J_+}{\partial x} = 0, \quad (21,1)$$

$$\frac{\partial J_-}{\partial t} + J_- \frac{\partial J_-}{\partial x} = 0, \quad (21,2)$$

где $J_+ = \omega + c$, $J_- = \omega - c$.

Будем искать решение (21,1) и (21,2) в виде $J_+ = J_+ \left(\frac{x}{t} \right)$, $J_- = J_- \left(\frac{x}{t} \right)$. Это видно из следующих соображений. После того как мы положили ширину зоны реакции равной нулю, в задаче не осталось никаких характеристических величин размерности длины, а есть только величины размерности скорости, например D . Поэтому решение должно зависеть от безразмерной комбинации $\frac{x}{Dt}$, которая не изменяется, если выбрать любые другие масштабы длины и времени. Ясно, что интеграл вида $J_+ = J_+ \left(\frac{x}{Dt} \right)$ должен удовлетворять уравнению (21,1) при любом выборе системы единиц. Если бы в задачу входила характеристическая длина l , имелся бы интеграл вида $J_+ = J_+ \left(\frac{x}{l}, \frac{Dt}{l} \right)$, зависящий не от отношения $\frac{x}{t}$.

Решения, зависящие от отношения $\frac{x}{t}$, называются в газодинамике *автомодельными*.

Для автомодельного решения имеем $\left(\frac{x}{t} \equiv \xi \right)$:

$$\frac{\partial J_+}{\partial x} = \frac{1}{t} \frac{dJ_+}{d\xi},$$

$$\frac{\partial J_+}{\partial t} = -\frac{x}{t^2} \frac{dJ_+}{d\xi} = -\frac{\xi}{t} \frac{dJ_+}{d\xi}.$$

Подставляя эти производные в (21,1), получим:

$$(J_+ - \xi) \frac{dJ_+}{d\xi} = 0. \quad (21,3)$$

Это уравнение допускает два решения:

$$J_+ = \xi = \frac{x}{t} \quad (21,4)$$

и

$$J_+ = \text{const.} \quad (21,5)$$

Аналогично и (21,2) имеет два автомодельных решения:

$$J_- = \xi = \frac{x}{t} \quad (21,6)$$

и

$$J_- = \text{const.} \quad (21,7)$$

Применим теперь эти решения к задаче о распространении детонационной волны. Здесь могут представиться два случая.

1. Детонатор помещён на свободной границе заряда.

2. Детонатор расположен на поверхности, ограниченной абсолютно твёрдой стенкой.

Рассмотрим сначала первый случай.

Предполагается, конечно, что заряд имеет бесконечную плоскую поверхность и детонатор покрывает всю плоскость, на всех точках которой детонация начинается одновременно и распространяется вглубь заряда.

На свободной поверхности мы положим давление равным нулю. Но по нашему уравнению состояния $p = 0$ означает $\rho = 0$ и, следовательно, $c = 0$, а так как $J_+ = \omega + c$, то имеем на свободной границе $J_+ = \omega$, где ω — местная скорость вещества.

Считая, что детонация идёт от границы направо, мы должны оборвать решение в точке $J_+ = D$, потому что на фронте $x = Dt$, $\frac{x}{t} = D$. Но в то же время $J_+ = \omega + c$, так что действительно на фронте $D = \omega + c$, как это и требуется по условию касания. Правее фронта находится ещё не взорвавшееся вещество, левее — волна разрежения, доходящая до свободной поверхности, для которой $J_+ = \frac{x}{t}$, $J_- = \text{const.}$ Для этой волны разрежения мы должны выбрать решение: по (21,4)

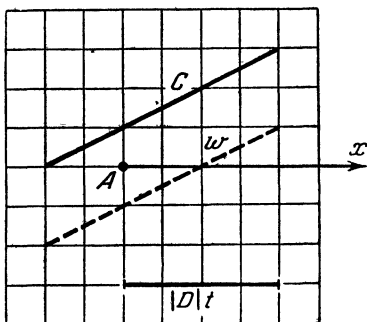
$$x = (\omega + c)t \quad (21,8)$$

и по (19,8):

$$J_- = \omega - c = (\omega - c)_{\text{фронта}} = \frac{D}{4} - \frac{3D}{4} = -\frac{D}{2}, \quad (21,9)$$

потому что на фронте волны $c = \frac{\rho_0}{\rho} D = \frac{n}{n+1} D = \frac{3}{4} D$. Но на свободной поверхности $c = 0$, откуда $\omega = -\frac{D}{2}$, так что расширение происходит налево со скоростью, равной половине скорости детонации. Подчеркнём, что это имеет место при инициировании с поверхности. При выходе волны из заряда на поверхность получается, как увидим ниже, другой результат.

Граница между продуктами, движущимися налево и направо, находится в точке $\omega = 0$, для которой $x = \frac{Dt}{2}$ и, следовательно, $c = \frac{D}{2}$.



Фиг. 55.

Распределения ω и c отдельно изображены на фиг. 55.

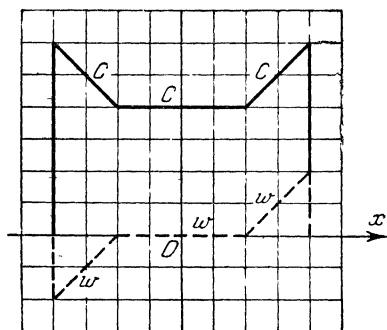
Теперь перейдём к рассмотрению второго случая, когда детонация начинается не на свободной поверхности, а на поверхности, ограниченной абсолютно жёсткой стенкой; мы имеем на стенке граничное условие $\omega = 0$. Но в точке $x = \frac{Dt}{2}$, как мы знаем, тоже $\omega = 0$, поэтому между точками $x = 0$ (стенкой) и $x = \frac{Dt}{2}$ будет находиться область покоя, в которой имеет место решение (21,5):

$$\left. \begin{aligned} J_+ &= \frac{D}{2}, \\ J_- &= -\frac{D}{2}. \end{aligned} \right\} \quad (21,10)$$

Пусть теперь детонация инициирована где-то в плоскости внутри заряда и пошла в обе стороны. Тогда до выхода обеих волн на поверхности в точке иницииро-

вания должно быть $w = 0$ просто по соображениям симметрии: правое направление ещё ничем не отличается от левого, и нет никаких причин, чтобы газ двигался в ту или другую сторону. Отсюда следует, что плоскость $x = 0$ в этом смысле эквивалентна жёсткой стенке.

Правее мы имеем сначала область покоя $J_+ = \frac{D}{2}$, $J_- = -\frac{D}{2}$, а затем — волну разрежения $J_+ = \frac{x}{t}$, $J_- = -\frac{D}{2}$,



Фиг. 56.

а левее — сначала область покоя $J_+ = \frac{D}{2}$, $J_- = -\frac{D}{2}$, а затем — волну разрежения $J_- = \frac{x}{t}$. В точках $x = \frac{Dt}{2}$ и $x = -\frac{Dt}{2}$ решения имеют излом: значения w и c непрерывны, а их производные имеют скачок, как показано на фиг. 56.

Скорость распространения излома, или так называемого слабого разрыва, равна $\frac{D}{2}$, т. е. равна

местной скорости звука c . Это — общее свойство слабых разрывов. Давление на фронте волны относится к давлению в области покоя, как кубы местных скоростей звука, т. е.

$$\text{как } \left(\frac{3}{4}\right)^3 : \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 3,375.$$

Вместо вещества, неограниченно протяжённого в двух измерениях, можно говорить о заряде, заключённом в трубу с абсолютно жёсткими стенками.

В момент выхода волны на поверхность заданы распределения J_+ и J_- во всём веществе вблизи поверхности. Последующее расширение определяется уже только этим начальным распределением J_+ и J_- и уравнениями (21,1) и (21,2). От границы в обратную сторону по продуктам детонации пойдёт волна разрежения, причём ниже будет показано, что в принятом нами приближении на её свободной границе, где $c = 0$, $w = D$. Если учесть и тепло-

вую энергию продуктов детонации, то скорость разлёта $> D$ (см. ниже). Таким образом, в случае $n=3$ и без учёта тепловой энергии разлёт идёт со скоростью детонационной волны относительно неподвижного вещества.

В § 6 был подробно изложен графический метод решения системы (21,1)—(21,2). Там он применялся к разлёту в пустоту определённой порции газа, первоначально покоившейся и однородной по плотности. Можно представить себе, что этот газ получился при взрыве конденсированного взрывчатого вещества в замкнутой цилиндрической полости с абсолютно жёсткими стенками. После того как давление во всём сгоревшем веществе выравнялось и движение вследствие вязкого трения затухло, основания цилиндра мгновенно убраны, и начинается расширение тоже по абсолютно жёсткой трубе равного диаметра.

В § 6 решение этой задачи было доведено до конца, но в относительных величинах. Перейдём к абсолютным величинам, принимая, что речь идёт о продуктах детонации тэна.

В конце § 8 было показано, что давление при взрыве в замкнутой полости вдвое ниже, чем во фронте детонационной волны. Но это получалось при учёте тепловой энергии продуктов, которая полностью определяла давление. Теперь же мы, наоборот, пренебрегли тепловой энергией и считаем давление чисто упругим, определяемым только плотностью. Но при взрыве в замкнутом объёме плотность не может измениться и должна равняться начальной плотности, тогда как во фронте детонационной волны плотность больше начальной в отношении $4/3$. Поэтому давления при взрыве в замкнутой полости и в детонационной волне относятся, как $\frac{3^3}{4^3} = \frac{27}{64}$.

По нашим расчётам, давление в детонационной волне для тэна с начальной плотностью 1,7 равнялось $3 \cdot 10^5$ атм, так что в замкнутой полости оно составит $1,25 \cdot 10^5$ атм. Начальная скорость звука в продуктах взрыва будет равна приблизительно 4800 м/сек. Эти величины и определяют характерные масштабы для задачи § 6.

В настоящем параграфе мы рассмотрим тем же методом решение двух несколько более сложных задач.

Первая была решена Станюковичем аналитически*). Она ставится так: детонация вызвана в некоторой плоскости во взрывчатом веществе на расстояниях a и b от свободных поверхностей. Движение везде одномерно, как указано выше. Определяется движение продуктов от момента начала детонации до полного разлёта, принимая всё время, что $n=3$.

Построение очень удобно выполнять на миллиметровой бумаге, так как тогда просто соблюдать масштабы. Масштаб в горизонтальном направлении определяется независимо от вертикального, но между собой все абсциссы и все ординаты должны быть согласованы.

При построении мы приняли $b = \frac{a}{2}$ (см. точки a и b , фиг. 57, I). I отвечает тому моменту, когда волна, бегущая налево, как раз дошла до точки b , т. е. вышла на поверхность заряда, а правая волна ещё не вышла. Верхняя сплошная кривая даёт распределение c , нижняя пунктирная—распределение ω . Построение $J_+ = \omega + c$ и $J_- = \omega - c$ имеет смысл делать только для левой половины фигуры. Это и показано тем, что единицы (1) поставлены на фиг. 57, II только слева. Движение справа, до выхода волны на поверхность a , определяется независимо по уравнениям (21,6)—(21,8). Из § 6 мы знаем, что надо построить из кривых J_+ и J_- замкнутую фигуру, проводя, где это приходится, вертикальные отрезки. Кривые J_+ и J_- начинаются в левом нижнем углу начальной фигуры I, причём J_+ —верхняя, J_- —нижняя кривая.

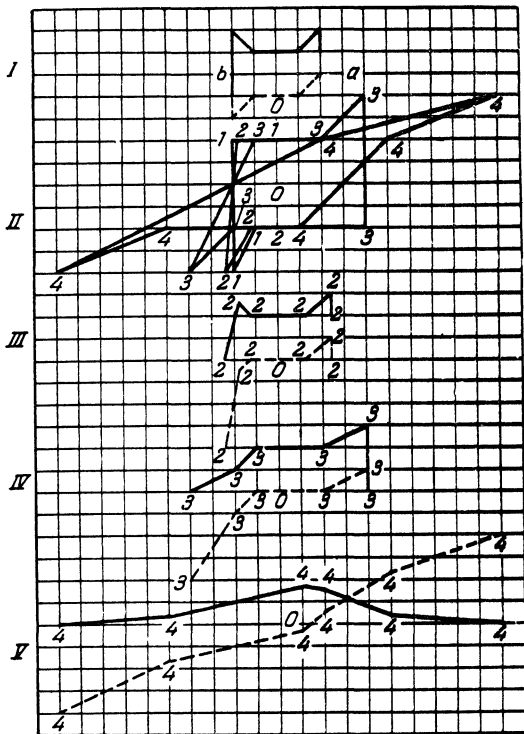
Возьмём теперь близкий момент времени. Тогда точки с положительными ординатами сместятся направо, с отрицательными—налево, каждая пропорциональна своей ординате. В результате фигура займёт положение, обозначенное цифрами 2 на фиг. 57, II. Разлагая теперь смещённую фигуру на

$$c = \frac{J_+ - J_-}{2} \text{ и } \omega = \frac{J_+ + J_-}{2},$$

получим левую половину фиг. 57, III.

*) Станюкович К. П., Одномерный разлёт продуктов детонации бризантных взрывчатых веществ, ДАН 53, 523 1946.

Мы видим, что возникла волна разрежения, идущая от свободной поверхности внутрь вещества (крайнее левое звено ломаной фиг. 57, III).



Фиг. 57.

Относительно неподвижной системы вещество движется, конечно, налево, причём крайняя точка имеет, как утверждалось, скорость $-D$. Это видно непосредственно из построения.

Правая половина фиг. 57, III выполнена в том же масштабе: учтено, что фронт волны, имеющий скорость D , переместится настолько же вправо, как и левый край

вещества влево, а *слабый разрыв* справа сместится на половинное расстояние.

Рассмотрим теперь момент выхода правой волны на поверхность a , начиная с которого графический метод применим к обеим сторонам. Так как свободная поверхность слева имеет скорость D , то она переместится к этому моменту на расстояние b , так как $a=2b$. Отсюда легко найти положение остальных углов ломаной, смещая их пропорционально ординатам. Тогда получится кривая 333. Разлагая её на s и ω , получим фиг. 57, IV.

После встречи волны разрежения со слабым разрывом слева получается ещё одна волна разрежения, так что вблизи свободной поверхности будут теперь две волны разрежения, *бегущие относительно вещества направо*. В положении III волны бежали навстречу друг другу.

Возьмём ещё более поздний момент, для которого построим кривые с индексами 4. Давая смещения в правой половине чертежа, надо учитывать, что они начались позднее, чем в левой. Фактически смещение верхней правой точки из положения 3 в 4—такое же, как смещение нижней левой точки из 3 в 4, так как после момента 3 они движутся в разные стороны с одинаковой скоростью D . Можно просто считать положение 3 исходным для всей фигуры в целом и начинать счёт времени от него. В положении 4 правая и левая волны встретились, и образовалась ещё одна, пятая по счёту, волна разрежения. Она представлена средним звеном ломаной 4444... (фиг. 57, V). Таким образом, кривая с больше не имеет горизонтального участка, а ω отлично от нуля всюду, кроме одной точки. Это—последняя фаза разлёта, когда всё вещество находится в движении.

Координаты всех угловых точек на фиг. 57, II легко выразить аналитически через x , t , a , b и D и получить отсюда уравнения всех звеньев ломаной. Тогда получатся аналитические выражения. Станюкович вычислил по этим выражениям массы, уходящие от точки инициирования направо и налево за всё время разлёта, уносимые этими массами количества движения и кинетические энергии. Приводим эти формулы.

Масса, улетающая в сторону конца, имевшего длину a (здесь берутся массы на единицу поперечного сечения,

так же как и остальные величины):

$$M_a = \frac{\rho_0}{9} (4a + 5b), \quad (21,11)$$

в сторону конца b :

$$M_b = \frac{\rho_0}{9} (5a + 4b). \quad (21,12)$$

Количества движения, уносимые в каждую сторону (они, конечно, равны, так как разлёт происходит под действием внутренних сил):

$$J_a = J_b = \frac{4}{27} \rho_0 D (a + b). \quad (21,13)$$

Этот результат можно применить к задаче о распространении детонационной волны от абсолютно жёсткой стенки к свободной поверхности заряда. Стенка эквивалентна заряду равной длины, по которому бежит такая же волна, вызванная одновременно с данной в обратном направлении. Из соображений симметрии ясно, что в двойном заряде при инициировании детонации в середине скорость вещества в центре всегда останется равной нулю. Это видно просто из построения фиг. 57: положив $a=b$, мы всегда будем иметь $w=0$ в точке инициирования и любая половина построения представит детонацию от стенки. Поэтому импульс, переданный стенке, будет равняться

$$P = \frac{8}{27} \rho_0 D a \quad (21,14)$$

на единицу поверхности.

Уносимые кинетические энергии соответственно равны

$$E_a = \frac{\rho_0 D^2}{432} (16a + 11b), \quad (21,15)$$

$$E_b = \frac{\rho_0 D^2}{432} (11a + 16b). \quad (21,16)$$

Если детонация идёт от одного конца к другому, свободному концу ($b=0$), то отношение $\frac{M_a}{M_b} = \frac{4}{5}$, $\frac{E_a}{E_b} = \frac{16}{11}$. В сторону заряда—туда, куда распространяется детонация, идёт меньшая масса, но ббльшая энергия. Распределение

энергии детонации в известной степени зависит от положения детонатора.

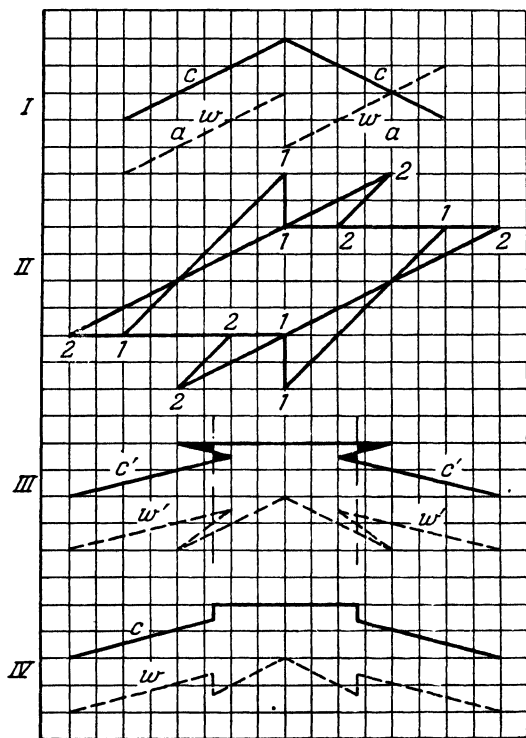
Следующая по сложности задача относится к удару детонационной волны о жёсткую стенку*). По симметрии ясно, что она эквивалентна столкновению двух детонационных волн, одновременно идущих от свободных концов одного заряда двойной длины. При этом в месте столкновения всегда $\omega=0$ —в точности, как на жёсткой стенке. Любая половина построения фиг. 58 представляет поэтому решение задачи об отражении.

Эта задача принципиально сложнее предыдущей, потому что в ней участвует отражённая ударная волна, идущая по продуктам реакции. Как мы увидим, в момент отражения амплитуда волны возрастает в 2,37 раза, так что ещё можно пользоваться квазиакустическим приближением § 5. Иными словами, не возникает большой неточности, если считать, что ударная волна, бегущая направо, не влияет на J_+ -характеристики, а бегущая налево—на J_- -характеристики. Тогда, как было указано в § 6, надо только заменять трёхзначные кривые, получающиеся при графическом решении уравнений (19,1), (19,2), ударными волнами, требуя, чтобы сохранялась полная масса, находящаяся в движении.

Построение I фиг. 58 показывает распределение s и ω в двух детонационных волнах в момент столкновения. Точками a отмечены начальные длины зарядов с учётом того, что свободная поверхность движется вдвое медленнее, чем волна. На фиг. 58, II кривые III... дают начальное распределение J_+ и J_- . Через некоторое время эта фигура займёт положение 222... , так как все точки сместятся пропорционально ординатам. Разложение кривой 222... на $s = \frac{J_+ - J_-}{2}$ и $\omega = \frac{J_+ + J_-}{2}$ даст трёхзначные кривые (фиг. 58, III). По этим кривым легко найти положение ударных волн, если провести сечение так, чтобы по обе стороны оказались равновеликие треугольники, зачерченные на фиг. 58, III. Это обеспечивает сохранение массы. Окончательное распределение s и ω показано на фиг. 58, IV.

*) Зельдович Я. Б. и Станюкович К. П., Об отражении плоской детонационной волны, ДАН 55. 591, 1947.

Любопытно, что c и, таким образом, давление в отражённой волне зависят от времени, но постоянны по координате. В момент отражения получается $c_1 = \frac{4}{3}c$, так что давление возрастает в $\left(\frac{4}{3}\right)^2 = 2,37$ раза; так как $\rho_1 = \frac{4}{3}\rho$,



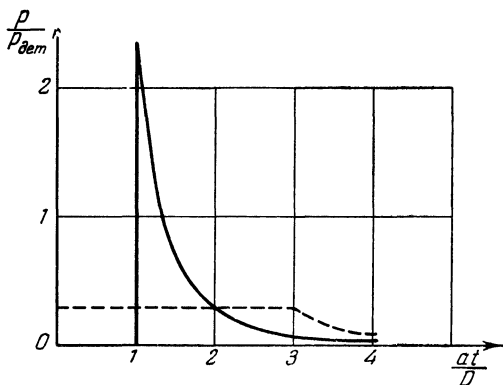
Фиг. 58.

$\rho = \frac{4}{3}\rho_0$, то получим $\rho_1 = \frac{16}{9}\rho_0$. Это видно сразу, если произвести разложение фиг. 58, II для момента, близкого к начальному.

Для более поздних моментов относительная амплитуда давления в ударной волне увеличивается и приближение

ухудшается. При восьмикратном расширении заряда получается даже, что отражённая ударная волна доходит до свободной поверхности, а это физически абсурдно: в точном решении так получилось бы только при бесконечном расширении. Поэтому полученное нами решение справедливо при не слишком большом расширении.

Заметим, что восьмикратное расширение отвечает давлению на стенку, равному $\frac{1}{1660}$ от начального, так что



Фиг. 59.

неточность решения не имеет значения для вопросов действия бризантных взрывчатых веществ на металлы.

Полный импульс волны на стенку равен

$$P = \frac{8}{27} \rho_0 Da, \quad (21,17)$$

т. е. он такой же, как при распространении волны от стенки, а максимальное давление, достигаемое в момент удара, в восемь раз больше. Пунктирная кривая на фиг. 59 показывает давление на стенку как функцию времени (в единицах $\frac{a}{D}$), когда волна идёт от стенки, а сплошная кривая — при падении на стенку. Площади кривых одинаковы. Давления в спадающих частях кривых обратно пропорциональны кубу времени от начала движения, подобно тому как это имело место в задаче § 6.

На самом деле, разлёт в стороны при падении на стенку уменьшает импульс примерно на $1/5$.

Мы неоднократно упоминали, что найденные до сих пор в этом параграфе решения годятся только для начальной стадии разлёта, пока $p = Ar^3$, $\rho \sim c$. При этом получалось, что при выходе детонационной волны на поверхность скорость частиц последней становилась равной скорости детонации D . Опыт показывает, однако, что на самом деле достигаются скорости, значительно большие *).

Чтобы объяснить это, обратимся к уравнению (20,23) процесса расширения продуктов детонации. Было введено такое состояние, характеризуемое величинами p_x , v_x и $\rho \sim c$, достигнув которого, продукты детонации начинают следовать уравнению изэнтропы для газов: $p v^k = p_x v_x^k$, причём $k \sim 1,3$. В свою очередь состояние p_x, v_x достигалось из начального состояния в детонационной волне, следуя изэнтропе $p_x v_x^n = p_n v_n^n$, где p_n, v_n относятся к *точке касания*. Для p_x, v_x имеется ещё одно уравнение (20,20)

$$c_v T_x = \frac{p_x v_x}{k-1} = Q - \frac{D^2}{2(n^2-1)},$$

так что p_x, v_x и T_x определяются полностью.

Пользуясь введённым ими состоянием p_x, v_x , Ландау и Станюкович решили задачу об одномерном разлёте продуктов детонации бризантных взрывчатых веществ **).

Пусть детонация вышла на свободную поверхность из неограниченного полупространства. Тогда от поверхности побежит в обратную сторону волна разрежения по веществу, имевшему в момент прохождения волны состояние p_n, v_n . Решение основано на формуле, которая

*) Покровский Г. И., Направленное действие взрыва, Воениздат, М., 1942.

**) В других предположениях об уравнении состояния продуктов взрыва эту задачу ранее решал А. А. Гриб. См. Гриб А. А., Влияние места инициирования на параметры воздушной ударной волны при детонации взрывных газовых смесей. Прикладная математика и механика 8, 273, 1944.

у нас приведена в § 2 (2,4):

$$\omega - \omega_H = - \int_p^2 \frac{c \, dp}{\rho}. \quad (21,18)$$

Если волна прошла бесконечно большой путь, то наклонные отрезки на фиг. 55 будут горизонтальными, а p_H , v_H можно считать постоянными, такими же, как в точке касания. При $n = 3$ $\frac{dp}{p} = \frac{dc}{c}$, так что $\omega = \omega_H + c_H = D$, потому что в конце процесса расширения предполагается $c = 0$.

Учитывая теперь состояние p_x , v_x , надо разбить интегрирование на два интервала: в первом считать $n = 3$, а во втором пользоваться изэнтропой с показателем $k = 1,3$. Тогда

$$\frac{dp}{p} = \frac{2}{k-1} \frac{dc}{c}.$$

Если расширение происходит в пустоту, то конечное значение $c = 0$. Поэтому согласно (21,18)

$$\omega = \omega_H + c_H - c_x + \frac{2}{k-1} c_x = \omega_H + c_H + 5,67c_x = D + 5,67c_x. \quad (21,19)$$

Пусть, например, детонирует тэн с начальной плотностью $\rho_0 = 1,5$; скорость детонации для него равна 7 52 км/сек. Тогда имеем:

$$c_v T_x = Q - \frac{D^2}{16} = 1450 - 850 = 600 \text{ кал/г}$$

или, в системе CGS:

$$p_x v_x = 0,3 \cdot 2,5 \cdot 10^{10} = 0,75 \cdot 10^{10} \text{ см}^2/\text{сек}^2.$$

Мы знаем, что $c = \sqrt{k p_x v_x} = \sqrt{0,975} \cdot 10^5 \text{ см/сек} \sim 1 \text{ км/сек}$. Таким образом, скорость расширения в пустоту оказывается равной

$$\omega = 7,52 + 5,67 = 13,19 \text{ км/сек}$$

При расширении в воздух впереди продуктов детонации образуется ударная волна, замедляющая разлёт. Температура в такой волне весьма высока в отличие от T_x ,

где ρ_a — начальная плотность воздуха, равная $1,3 \cdot 10^{-3} \text{ г/см}^3$. Скорость ω должна равняться той, которая будет достигнута продуктами взрыва в волне разрежения, на основании свойств непрерывности. Если давление уменьшится от p_x до p , то по уравнению изэнтропы скорость звука в продуктах взрыва тоже уменьшится в отношении

$$\frac{c}{c_x} = \left(\frac{p}{p_x} \right)^{\frac{k-1}{2k}},$$

потому что $c \sim \rho^{\frac{k-1}{2}}$, а $\rho \sim p^{\frac{1}{k}}$. Приравнивая теперь скорости на границе продуктов взрыва и воздуха, получим*):

$$\sqrt{\frac{p}{\rho_a}} = D - c_x + \frac{2}{k-1} c_x \left[1 - \left(\frac{p}{p_x} \right)^{\frac{k-1}{2k}} \right]. \quad (21,20)$$

Чтобы получить из (19,16) уравнение, которое можно решать в числах, надо ещё найти p_x . Мы рассмотрим тот же пример, который брали при разлёте в пустоту, чтобы оценить роль воздуха. Тогда получалось, что

$$p_x v_x = 0,75 \cdot 10^{10} \text{ см}^2/\text{сек}^2.$$

С другой стороны,

$$p_x v_x^3 = p_n v_n^3 = 2,73 \cdot 10^{10}$$

по данным таблицы X в § 18. Отсюда $v_x^2 = 3,64$, $v_x = 1,906$, $p_x = 0,394 \cdot 10^{10} \text{ бар}$. Переходя к безразмерной величине $x = \frac{p}{p_x}$, перепишем (19,16) в таком виде:

$$4,27x^{1/2} + x^{0,1154} = 2,126.$$

Отсюда с хорошей точностью находим, что $x=0,1$.

Поэтому давление в воздушной волне $\sim 400 \text{ атм}$, а скорость $\omega = 7,94 \text{ км/сек}$, т. е. всё ещё больше, чем скорость детонации, но меньше, чем при разлёте в пустоту, когда $\omega = 13,19 \text{ км/сек}$. Давление в воздухе почти в 300 раз меньше, чем во фронте детонационной волны.

*) Ударная волна в воздухе весьма сильна, а слой воздуха тонок, так что скорость воздуха близка к скорости ударной волны.

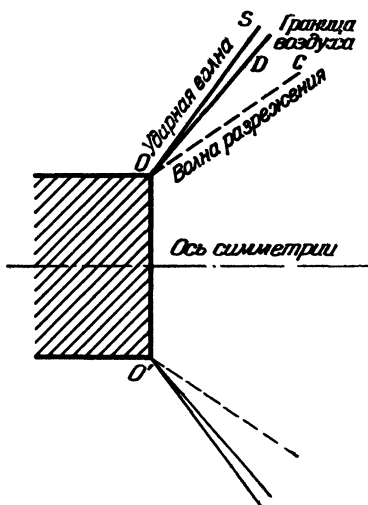
§ 22. Стационарные двумерные задачи о разлёте продуктов детонации

Значительно сложнее задача о разлёте детонирующего вещества в стороны, иначе говоря, двумерная задача о движении продуктов детонации. Решение, полученное численными методами, было опубликовано Хиллом и Пэком*). Они рассмотрели распространение детонационной волны в бесконечной пластинке параллельно её поверхности, как это показано на фиг. 61, где вся картина представлена в разрезе, перпендикулярном к поверхности и фронту волны.

На фиг. 61 заштриховано непрореагировавшее вещество; волна идёт по нему справа налево, фронт волны в разрезе—прямая OO' . Если перейти к системе координат, движущейся вместе с OO' , т. е. со скоростью детонационной волны, то вся картина движения стационарна. На

линии OO' скорость вещества, очевидно, равна местной скорости звука, так как $D = \omega + c$, а в системе, движущейся со скоростью D , скорость вещества равна $D - \omega = c$. Заметим, что только плоский фронт может перемещаться, имея постоянную скорость детонации по нормали во всех точках, и оставаться подобным самому себе.

Продукты взрыва с обеих сторон будут окаймлены воздушной ударной волной, граница которой показана на фиг. 61 прямой OS . По данным Хилла и Пэка, она составляет с осью симметрии угол в 54° . Линией OD пока-



Фиг. 61.

*) Hill and Pack, Lateral expansion of gases behind a detonating slab of explosive, Proc. Roy. Soc. 191, 524, 1947.

зана граница между продуктами детонации и воздухом. Её угол с осью симметрии -50° . Наконец, от OD в продуктах детонации отходит волна разрежения OC , для которой угол равен $35^\circ 27'$.

Смысл линии OC заключается в том, что до неё доходят характеристики, начинающиеся на границе с воздухом. Таким образом, выше линии OC находятся продукты детонации, движение которых зависит от движения воздуха, ниже OC находятся невозмущённые движением воздуха продукты детонации. Тем не менее, характеристики, выходящие из точек O и O' , заходят и в область ниже OC , поэтому движение там зависит от конечной толщины заряда и совсем неоднородно.

На линии OC нормальная составляющая скорости по условию стационарности непрерывна, т. е. одинакова у воздуха и у продуктов взрыва. Это должно иметь место при стационарном движении всяких двух сред. Но тангенциальная составляющая скорости терпит разрыв, поэтому характер движения между линиями OS и OC вихревой.

Скорость воздуха относительно детонационной волны вдоль OC составляет около 60% от скорости детонации, а скорость продуктов детонации—около 103%.

Давление на оси симметрии падает примерно в десять раз на расстоянии, равном толщине пластины. Продольная составляющая скорости газа, измеренная в неподвижной координатной системе, падает примерно в восемь раз.

Давление в воздушной волне—порядка $1/500$ от давления во фронте детонации.

Заметим, что Хилл и Пэк не приводят уравнения состояния, которым они пользовались, и дают, может быть умышленно, противоречивые абсолютные цифры. Так, у них не выполняется соотношение $p = \rho_0 D w$ на фронте детонационной волны, поэтому по их работе нельзя однозначно определить эффективное k . Мы ограничились только относительными величинами, которые, как можно предполагать, в их работе соответствуют действительности.

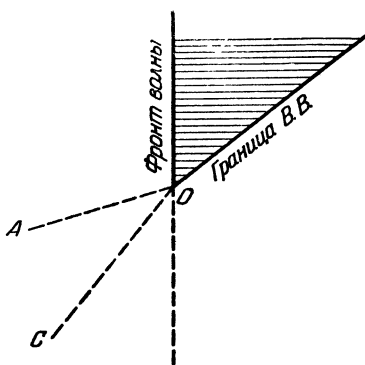
Станюкович решил задачу о выходе *косой* детонационной волны на поверхность взрывчатого вещества и раз-

лёте продуктов взрыва в пустоту*). В решении предложено, что плоский фронт детонации инициирован на большом расстоянии от места выхода, так что давление и скорости вещества позади фронта можно считать постоянными. Иными словами, рассматривается ближайшая окрестность разлёта, как это показано на фиг. 62. Ещё не взорвавшееся вещество здесь заштриховано. Продукты взрыва находятся в левой половине фигуры выше линии OC . OA означает границу волны разрежения, идущей от свободной поверхности продуктов. Выше линии OA состояние продуктов—такое же, как если бы поверхности вообще не было: характеристики, выходящие из поверхности, ещё не дошли до области, лежащей выше OA .

Очевидно, в системе координат, движущейся вместе с точкой O , вся картина разлёта вполне стационарна, если, как это сделал

Станюкович, считать все величины постоянными за фронтом волны и ограничиться, таким образом, ближайшей окрестностью.

Легко сообразить, как будет выглядеть вся картина движения в такой системе координат выше линии OC . Горизонтальная составляющая скорости в области правее фронта равна взятой с обратным знаком скорости детонации— D , а вертикальная составляющая равна $-D \operatorname{ctg} \alpha$, как это непосредственно видно из фиг. 63. Левее фронта вертикальная составляющая скорости та же, а горизонтальная должна уменьшиться в отношении $\frac{\rho_0}{\rho}$. Но $\frac{\rho_0}{\rho} D = c_n$ по условию касания (или, иначе говоря,



Фиг. 62.

*) Станюкович К. П., Истечение продуктов детонации в случае косої детонационной волны, ДАН 55, 315, 1947.

за фронтом скорость вещества равна $\omega - D = -c_H$, так как в неподвижной системе скорость продуктов ω).

Если k — показатель изэнтропы продуктов взрыва, то, как мы знаем, $c_H = \frac{k}{k+1} D$. Значение $k=3$ в этой задаче ничем не выделено.

Итак, линии тока вещества на фронте детонации преломляются: вертикальная составляющая не меняется, а горизонтальная укорачивается в отношении $\frac{k}{k+1}$.

Если назвать угол линий тока с вертикалью за фронтом буквой $\bar{\alpha}$, то получится:

$$\operatorname{tg} \bar{\alpha} = \frac{k}{k+1} \operatorname{tg} \alpha.$$

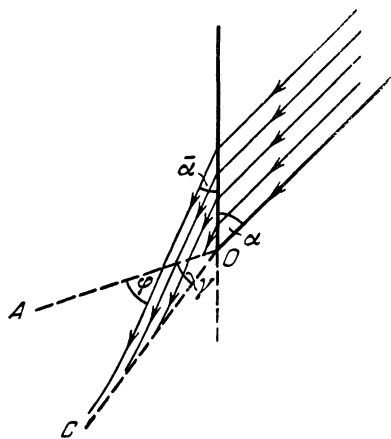
Углы $\bar{\alpha}$ и α показаны на фиг. 63, относящейся уже к движущимся координатам. Задача состоит в том, чтобы найти движение в области волны разрежения между OA и OC , т. е. определить картину разлёта. Скорость на линии OA

непрерывна, как это имеет место всегда для волн разрежения.

Здесь удобно перейти к полярным координатам с центром в точке O . Буквой r будем называть расстояние от точки O , а буквой θ — угол, отсчитанный от линии OC .

Напишем уравнения Эйлера для этой задачи. Надо учесть, что скорость $\omega_\theta = r \frac{d\theta}{dt}$ представляет вращение частиц, которое связано с радиальным ускорением $-\frac{\omega_\theta^2}{r}$ (центростремительное ускорение). Поэтому уравнение для составляющей w_r имеет вид

$$\rho \left(\frac{\partial w_r}{\partial t} + w_r \frac{\partial w_r}{\partial r} + \frac{\omega_\theta}{r} \frac{\partial w_r}{\partial \theta} - \frac{\omega_\theta^2}{r} \right) = -\frac{\partial p}{\partial r}. \quad (22.1)$$



Фиг. 63.

Субстанциальную производную мы вычислили, как

$$\frac{d\omega_r}{dt} = \frac{\partial\omega_r}{\partial t} + \frac{dr}{dt} \frac{\partial\omega_r}{\partial r} + \frac{d\theta}{dt} \frac{\partial\omega_r}{\partial\theta} = \frac{\partial\omega_r}{\partial t} + \omega_r \frac{\partial\omega_r}{\partial r} + \frac{\omega_\theta}{r} \frac{\partial\omega_r}{\partial\theta}.$$

При выводе уравнения для составляющей ω_θ учтём, что производная $-\frac{\partial p}{\partial\theta} = \rho \frac{d}{dt} r\omega_\theta$, потому что $-\frac{\partial p}{\partial\theta} \delta V$ — момент силы, действующей на объём δV , а $\rho \delta V r\omega_\theta$ — момент количества движения этого объёма, как это известно из механики. Вычисляя субстанциальную производную и деля на r , получим:

$$\rho \left(\frac{\partial\omega_\theta}{\partial t} + \omega_r \frac{\partial\omega_\theta}{\partial r} + \frac{\omega_\theta}{r} \frac{\partial\omega_\theta}{\partial\theta} + \frac{\omega_r\omega_\theta}{r} \right) = -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial\theta}. \quad (22,2)$$

Наконец, уравнение неразрывности напомним по аналогии со случаем движения с центральной симметрией (7,1). Для этого заметим, что теперь масса элемента равна $\rho r \delta r \delta\theta$, так что её субстанциальная производная по закону сохранения массы равна

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \rho r \delta r \delta\theta &= \rho r \delta\theta \frac{d\delta r}{dt} + \rho r \delta r \frac{d\delta\theta}{dt} + \delta r \delta\theta \frac{d\rho}{dt} = \\ &= \rho r \delta\theta \frac{dr}{dt} + \rho r \delta r \delta \frac{d\theta}{dt} + \delta r \delta\theta \left(r \frac{\partial\rho}{\partial t} + \frac{dr}{dt} \frac{\partial\rho}{\partial r} \rho + r \frac{d\theta}{dt} \frac{\partial\rho}{\partial\theta} \right). \end{aligned}$$

Мы учли, что $\frac{d}{dt} \delta r = \delta \frac{dr}{dt}$ и $\frac{d}{dt} \delta\theta = \delta \frac{d\theta}{dt}$. Но, как в §§ 6 и 7, легко показать, что $\delta \frac{dr}{dt} = \delta\omega_r = \delta r \frac{\partial\omega_r}{\partial r}$ и $\delta \frac{d\theta}{dt} = \frac{\delta\omega_\theta}{r} = \frac{\delta\theta}{r} \frac{\partial\omega_\theta}{\partial\theta}$. Сокращая теперь на $\delta r \delta\theta$ и объединяя производные по θ и по r , получим:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r\rho\omega_r + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial\theta} \rho\omega_\theta = 0. \quad (22,3)$$

Это и есть искомое уравнение неразрывности.

Граничные условия для величин в области волны разрежения таковы: на линии OA скорость и плотность такие же, как выше OA , а на линии OC $p=0$. Так как выше OA все величины постоянны, то граничные условия совсем не содержат r , т. е. не зависят от расстояния

от точки O . Это наводит на мысль о том, что и в области AOC все величины зависят только от θ , но не зависят от r (задача Прандтля—Майера). В таком предположении уравнения газодинамики принимают вид

$$\omega_{\theta} \frac{d\omega_r}{d\theta} - \omega_{\theta}^2 = 0, \quad (22,4)$$

$$\omega_{\theta} \frac{d\omega_{\theta}}{d\theta} + \omega_{\theta} \omega_r = -\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{d\theta}, \quad (22,5)$$

$$\omega_r + \frac{\omega_{\theta}}{\rho} \frac{d\rho}{d\theta} + \frac{d\omega_{\theta}}{d\theta} = 0. \quad (22,6)$$

Напоминаем, что движение стационарно и все частные производные по времени равны нулю.

Движение в волне разрежения изэнтропично, поэтому $p = p(\rho)$, откуда можно заменить производную:

$$\frac{d\rho}{d\theta} = \frac{d\rho}{d\rho} \frac{d\rho}{d\theta} = c^2 \frac{d\rho}{d\theta}. \quad (22,7)$$

Из уравнения (22,4) получаем:

$$\omega_{\theta} = \frac{d\omega_r}{d\theta}. \quad (22,8)$$

Исключая $\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{d\theta}$ из (22,4) и подставляя его в (22,5), получим:

$$\left(\frac{d\omega_{\theta}}{d\theta} + \omega_r \right) (\omega_{\theta}^2 - c^2) = 0. \quad (22,9)$$

Из (22,9) видно, что один из двух сомножителей равен нулю. Пусть сначала равен нулю первый сомножитель:

$$\frac{d\omega_{\theta}}{d\theta} + \omega_r = 0. \quad (22,10)$$

Покажем, что из этого равенства следует просто, что ω и ρ везде постоянны. Постоянство ρ и, следовательно, p следует из (22,6). Тогда и энтальпия везде постоянна, а следовательно, вдоль линии тока по теореме Бернулли постоянна скорость по абсолютной величине, ибо $\frac{\omega^2}{2} + H = \text{const}$. Если в данной точке пространства вектор скорости образует угол φ с осью x декартовой системы координат, которую направим по оси OC , то угол с радиу-

сом-вектором будет равен $\varphi - \theta$, как показано на фиг. 64. Следовательно, $\omega_r = \omega \cos(\varphi - \theta)$, $\omega_\theta = \omega \sin(\varphi - \theta)$, причём ω постоянно. Отсюда получим при подстановке в (22,10):

$$\frac{d\varphi}{d\theta} = 0,$$

т. е. угол φ — постоянный.

Таким образом, вектор ω образует постоянное поле в области, где выполняется (22,10)*.

Эта область расположена по условию выше линии OA , следовательно, ниже линии OA имеем:

$$\omega_\theta = -c.$$

Мы выбрали знак минус потому, что ω_θ направлено в сторону убывания угла θ .

Итак, тангенциальная составляющая скорости ω_θ всюду численно равна местной скорости звука. Поэтому на свободной поверхности, где $c = 0$, скорость чисто радиальная. Назовём её q . Это и есть максимальная скорость истечения продуктов детонации в пустоту.

Применим теперь теорему Бернулли к какой-нибудь линии тока (индекс «н» относится к фронту волны):

$$\frac{q^2}{2} = \frac{\omega_r^2}{2} + \frac{\omega_\theta^2}{2} + H = \frac{\omega_n^2}{2} + H_n. \quad (22,11)$$

Но $H = \frac{k}{k+1} p v$ согласно (3,2), а $k p v = c^2$. Отсюда, пользуясь тем, что $\omega_\theta^2 = c^2$, получим:

$$q^2 = \omega_r^2 + \frac{k+1}{k-1} \omega_\theta^2.$$

*) Ясно, что решение $p = \text{const}$ и $\omega = \text{const}$ тривиально и должно удовлетворять уравнениям газовой динамики в любых координатах. У нас оно получилось столь сложным образом потому, что нужно было одновременно иметь нетривиальное решение $\omega_\theta = -c$.

Вспоминая теперь, что $\omega_\theta = \frac{d\omega_r}{d\theta}$ (см. (22,8)), имеем:

$$\frac{d\omega_r}{d\theta} = \sqrt{\frac{k-1}{k+1}(q^2 - \omega_r^2)}.$$

Это уравнение интегрируется с начальным условием $\omega_r = q$ при $\theta = 0$, потому что угол θ отсчитывается от линии OC , где $\omega_\theta = 0$. Имеем:

$$\omega_r = q \cos \sqrt{\frac{k-1}{k+1}} \theta, \quad (22,12)$$

$$\omega_\theta = -q \sqrt{\frac{k-1}{k+1}} \sin \sqrt{\frac{k-1}{k+1}} \theta. \quad (22,13)$$

Найдём теперь постоянные, входящие в это решение. Величина q легко определяется непосредственно по уравнению (22,11). Начальная энтальпия равна $\frac{c_H^2}{k-1} = \frac{D^2}{k-1} \frac{k^2}{(k+1)^2}$. Составляющие начальной скорости равны, как мы уже знаем, $-D \operatorname{ctg} \alpha$ и $D \frac{k}{k+1}$. Поэтому

$$\omega = D \sqrt{\operatorname{ctg}^2 \alpha + \frac{k^2}{(k+1)^2}}, \quad (22,14)$$

$$q = D \sqrt{\operatorname{ctg}^2 \alpha + \frac{k^2}{k^2-1}} = \frac{D}{\sin \alpha} \sqrt{\frac{k^2 - \cos^2 \alpha}{k^2-1}}. \quad (22,15)$$

Найдём теперь угол $AOC = \gamma$. На линии OA скорость непрерывна. Определяя её по (22,12) и (22,13), имеем:

$$\omega^2 = q^2 \left(\frac{k-1}{k+1} \sin^2 \gamma + \cos^2 \gamma \right).$$

Подставляя (22,14) и (22,15) для ω и q , получим после простых алгебраических преобразований:

$$\operatorname{tg} \sqrt{\frac{k-1}{k+1}} \gamma = \frac{k}{\sqrt{k^2-1}} \operatorname{tg} \alpha. \quad (22,16)$$

Определим теперь положение волны разрежения, т. е. угол β на фиг. 65. Пусть угол φ между скоростью и пря-

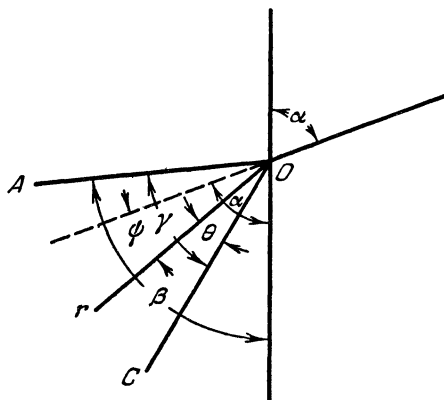
мой OA равен $\varphi = \beta - \bar{\alpha}$ или $\beta = \varphi + \bar{\alpha}$. Покажем, что $\varphi = \bar{\alpha}$. В самом деле,

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \varphi &= -\frac{\omega_{\theta}}{\omega_r} = \sqrt{\frac{k-1}{k+1}} \operatorname{tg} \sqrt{\frac{k-1}{k+1}} \gamma = \\ &= \sqrt{\frac{k-1}{k+1}} \frac{k}{\sqrt{k^2-1}} \operatorname{tg} \alpha = \frac{k}{k+1} \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \alpha. \end{aligned}$$

Таким образом, $\beta = 2\bar{\alpha}$,

$$\operatorname{tg} \frac{\beta}{2} = \operatorname{tg} \bar{\alpha} = \frac{k}{k+1} \operatorname{tg} \alpha. \quad (22,17)$$

Следовательно, мы полностью определили положение линий OA и OC и тем самым и всю волну разрежения.



Фиг. 65.

Станюкович записывает формулы для s и ω_r , пользуясь углом γ как параметром. Именно из (22,15) получим:

$$\begin{aligned} q &= D \frac{k}{\sqrt{k^2-1}} \sqrt{\frac{k^2-1}{k^2} \operatorname{ctg}^2 \alpha + 1} = \\ &= D \frac{k}{\sqrt{k^2-1}} \sqrt{\operatorname{ctg}^2 \sqrt{\frac{k-1}{k+1}} \gamma + 1} = D \frac{k}{\sqrt{k^2-1}} \operatorname{csc} \sqrt{\frac{k-1}{k+1}} \gamma. \end{aligned}$$

Это можно подставить в формулы (22,12), (22,13).

Вернёмся теперь к неподвижной системе координат. Если θ — угол, отсчитанный от направления OC , то с фрон-

том волны радиус-вектор образует угол $\chi = \beta - \gamma + \theta$, отсчитанный от вертикали по часовой стрелке. Поэтому угол с первоначальной границей заряда равен (фиг. 65)

$$\psi = \chi - \alpha = \beta - \gamma + \theta - \alpha.$$

Скорость движения координатной системы относительно первоначальной границы заряда равна $\sqrt{D^2 + D^2 \operatorname{ctg}^2 \alpha} = \frac{D}{\sin \alpha}$, а её проекция на радиус-вектор равна $\frac{D}{\sin \alpha} \cos \psi$. Поэтому результирующая радиальная составляющая скорости в неподвижной системе равна

$$\bar{\omega}_r = \frac{D}{\sin \alpha} \left[\sqrt{\frac{k^2 - \cos^2 \alpha}{k^2 - 1}} \cos \sqrt{\frac{k-1}{k+1}} \theta - \cos (\beta - \gamma + \theta - \alpha) \right]. \quad (22,18)$$

а тангенциальная составляющая

$$\bar{\omega}_\theta = \frac{D}{\sin \alpha} \left[\sqrt{\frac{k^2 - \cos^2 \alpha}{k^2 - 1}} \sin \sqrt{\frac{k-1}{k+1}} \theta - \sin (\beta - \gamma + \theta - \alpha) \right]. \quad (22,19)$$

Здесь все углы отсчитываются от линии OC против часовой стрелки. Скорость истечения как функция угла определяется как

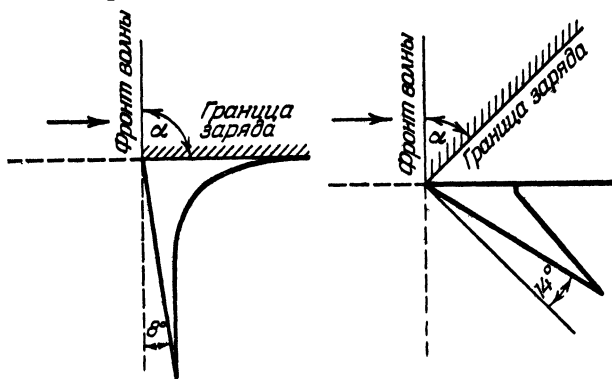
$$\bar{q} = \sqrt{\bar{\omega}_r^2 + \bar{\omega}_\theta^2}, \quad (22,20)$$

а угол $\bar{\omega}$ между вектором скорости и поверхностью заряда находится по формуле

$$\operatorname{tg} (\bar{\omega} - \psi) = \frac{\bar{\omega}_\theta}{\bar{\omega}_r}. \quad (22,21)$$

Пользуясь формулами (22,18) и (22,19), Станюкович определил поток импульса $\rho \bar{q}$, энергии $\rho \bar{q}^2$ и мощности $\rho \bar{q}^3$ в зависимости от угла скорости с нормалью к поверхности заряда при заданных k и α . Оказалось, что угол, при котором эти три величины потоков имеют максимум, почти одинаков и зависит от k и α . Угол максимального потока с нормалью уменьшается, когда k увеличивается и когда α уменьшается. Последнее очевидно, так как при нормаль-

ном падении волны весь поток идёт вперёд. При $k=3$ и $\alpha=45^\circ$ угол максимального потока равен 8° , при $k=3$ и $\alpha=90^\circ$ он равен 14° .



Фиг. 66.

Приводим угловое распределение величины $\overline{\rho q^2}$ для $k=3$ и $\alpha=90$ и 45° в виде полярной диаграммы на фиг. 66.

§ 23. Расходящаяся сферическая детонационная волна

В заключение рассмотрим движение продуктов детонации за фронтом сферической расходящейся детонационной волны, бегущей по веществу. Решение этой задачи также приводит к отбору скорости детонации $D = w + c$, совпадающему с условием для плоской детонационной волны без учёта потерь. При этом получается своеобразный закон распределения плотности продуктов детонации позади фронта.

Из §§ 8 и 9 мы знаем, что отбор звукового режима распространения, при котором $D = w + c$, производится, так сказать, в два этапа. Сверхзвуковой режим, при котором $D > w + c$, исключается из соображений, связанных с кинетикой химической реакции в детонационной волне, а дозвуковой режим для неподжимаемой сзади волны исключается из анализа картины движения продуктов детонации.

Мы допустим, что толщина зоны химической реакции пренебрежимо мала по сравнению с радиусом волны, тогда

малый участок фронта детонационной волны можно приближённо считать плоским. Для достаточно малого промежутка времени τ , удовлетворяющего неравенствам

$$\tau_{\text{реакции}} \ll \tau \ll \frac{r}{D},$$

к такому плоскому участку можно применить законы сохранения массы и импульса, считая движение вещества за этот промежуток времени стационарным. Но тогда очевидно, что состояние изменяется в ходе химической реакции по прямой (см. фиг. 14 и 15). Этим самым исключаются сверхзвуковые режимы, потому что участок прямой, соединяющей состояние вещества, сжатого ударной волной, но ещё не прореагировавшего, проходит через область (p, v) -диаграммы, энергетически невозможную (43 на фиг. 14).

В случае плоской детонационной волны дозвуковой режим исключается из условия стационарности распространения детонации. Движение продуктов детонации нестационарно; для того чтобы эта нестационарность не сказывалась на движении детонационной волны, возмущения, бегущие из зоны продуктов реакции, не должны обгонять зону реакции. Этим исключается дозвуковой режим для неподжимаемой сзади плоской детонационной волны.

Эти рассуждения неприменимы для сферической детонации: здесь необходимо особое рассмотрение.

Как уже говорилось, мы считаем толщину зоны реакции пренебрежимо малой. Следовательно, единственный характерный размер, входящий в задачу,—это радиус волны. Постоянная величина, характеризующая детонацию,—это теплота реакции на единицу массы Q или связанная с ней скорость детонации D .

Применим теперь соображения подобия аналогично тому, как это делалось в § 7 при рассмотрении сильной сферической волны и в начале этого параграфа. Единственная безразмерная величина, характеризующая детонационную волну, есть

$$\frac{r}{t\sqrt{Q}} \quad \text{или} \quad \frac{r}{Dt}.$$

Две детонационные волны, у которых это отношение одинаково, подобны друг другу. Если $Q = \text{const}$, что имеет место при распространении сферической волны в однород-

ном веществе, то все величины можно считать зависящими от переменной

$$\xi = \frac{r}{Dt}. \quad (23,1)$$

Именно, следует положить:

$$\left. \begin{aligned} \omega &= DW(\xi), & c &= DC(\xi), & p &= \rho_0 D\mathcal{P}(\xi), \\ \rho &= \rho_0 P(\xi). \end{aligned} \right\} \quad (23,2)$$

Эти выражения надо подставить в уравнение неразрывности (7,1) и в уравнение Эйлера (7,2).

При подстановке будем пользоваться тем, что

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = -\frac{r}{Dt^2} \frac{dW}{d\xi} = -\frac{\xi}{t} \frac{dW}{d\xi}, \quad \frac{\partial \omega}{\partial r} = \frac{1}{t} \frac{dW}{d\xi}.$$

Отсюда получим:

$$(W - \xi) \frac{dP}{d\xi} + \frac{2PW}{\xi} + P \frac{dW}{d\xi} = 0, \quad (23,3)$$

$$(W - \xi) \frac{dW}{d\xi} = -\frac{1}{P} \frac{d\mathcal{P}}{d\xi}. \quad (23,4)$$

Движение продуктов детонации изэнтропическое. Поэтому следует положить (для газов) $p = ar^k$. Отсюда имеем:

$$C = \sqrt{ka} P^{\frac{k-1}{2}} \equiv \sqrt{ka} P^{\frac{1}{n}}. \quad (23,5)$$

С помощью (23,5) уравнения (23,3) и (23,4) можно записать так:

$$(W - \xi) n \frac{dC}{d\xi} + \frac{2CW}{\xi} + C \frac{dW}{d\xi} = 0, \quad (23,6)$$

$$(W - \xi) \frac{dW}{d\xi} = -nC \frac{dC}{d\xi}. \quad (23,7)$$

Решая эти уравнения относительно производных $\frac{dC}{d\xi}$, $\frac{dW}{d\xi}$, получим:

$$\xi \frac{dC}{d\xi} = \frac{2}{n} \frac{CW(W - \xi)}{C^2 - (W - \xi)^2}, \quad (23,8)$$

$$\xi \frac{dW}{d\xi} = -\frac{2C^2W}{C^2 - (W - \xi)^2}. \quad (23,9)$$

Эту систему легко привести к одному уравнению первого порядка простой подстановкой:

$$\left. \begin{aligned} C &= Z\xi, \\ W &= V\xi. \end{aligned} \right\} \quad (23,10)$$

С помощью этой подстановки путём деления одного уравнения на другое исключаем ξ и получаем одно уравнение первого порядка

$$\frac{dZ}{dV} = \frac{Z}{V} \frac{(1-V)^2 - Z^2 - (k-1)V(1-V)}{(1-V)^2 - 3Z^2}. \quad (23,11)$$

Исследуем теперь получившееся уравнение (23,11). Заметим прежде всего, что система (23,8) — (23,9) имеет решение $W = 0$, $C = \text{const}$, которому отвечает состояние покоя. Это состояние осуществляется вблизи центра волны, так как в центре радиальная скорость вещества при отсутствии источника должна равняться нулю. С этим состоянием должно сопрягаться движение, которое осуществляется за фронтом детонации, причём в точке сопряжения равны скорость вещества и давление, или, что то же самое, скорость вещества и скорость звука.

Поэтому надо определить ход интегральных кривых уравнения (19,48) вблизи линии $V = 0$. На этой линии выделена точка, в которой числитель правой части уравнения тоже обращается в нуль, т. е. точка $Z = 1$.

Вблизи точки $Z = 1$, $V = 0$ уравнение (23,11) приводится к линейному и может быть записано так:

$$\frac{d}{dV} (Z - 1) = \frac{k-1}{2} + \frac{Z-1}{V}. \quad (23,12)$$

Его интеграл есть:

$$Z - 1 = \frac{k-1}{2} V \ln \frac{V}{A}, \quad (23,13)$$

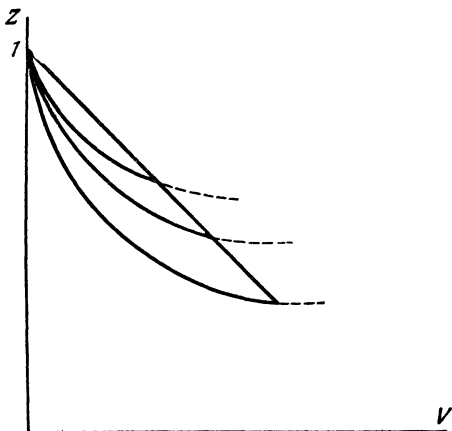
где A — постоянная интегрирования.

Давая этой постоянной различные значения, мы получаем пучок интегральных кривых, проходящих через точку $Z = 1$, $V = 0$. Производная $\frac{dZ}{dV}$ равна в этой точке $-\infty$. Следовательно, расположение интегральных кривых имеет примерно такой вид, как показано на фиг. 67. На этой же

фигуре проведена прямая линия через точку $Z = 1$ по уравнению $Z + V = 1$. Ниже прямой $(1 - V)^2 < Z^2$ или согласно (23,9) $\frac{d\xi}{dW} < 0$. Выше прямой $\frac{d\xi}{dV} > 0$.

Но так как на самой прямой $Z + V = 1$ скорость не имеет экстремума (ибо $dW \neq 0$), при переходе этой линии следует изменить знак $d\xi$, так что интегральные кривые, начинающиеся из области покоя ($Z = 1, V = 0$), не могут иметь реальный смысл выше прямой: переход через прямую отвечал бы изменению знака dt . Поэтому интегральная кривая не может пересечь прямую и должна окончиться либо на ней, либо не доходя до неё, т. е. ниже.

Однако ниже прямой выполняется неравенство $V + Z < 1$ или $\omega + c < \frac{r}{t}$. Точка,



Фиг. 67.

ка, в которой кончается интегральная кривая, отвечает положению детонационной волны, так что $\frac{r}{t}$ есть скорость детонационной волны, если V и Z отвечают окончанию кривой. Следовательно, окончание кривой ниже прямой $V + Z = 1$ отвечает сверхзвуковому режиму распространения детонации, который, как мы уже видели, исключён из соображений химической кинетики. Следовательно, детонационная волна может соответствовать только точкам окончания интегральной кривой на прямой $V + Z = 1$, $\omega + c = D$, что и доказывает единственность звукового режима для данного случая. Отсюда, как и в плоской волне, для газовой детонации получается $D = \sqrt{2Q(k^2 - 1)}$.

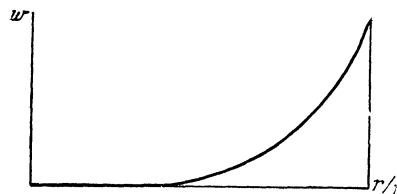
Уравнения (23,8) и (23,9) интегрировались численно. Примерное распределение ω показано на фиг. 68. В области

покою вблизи начала координат заключена весьма небольшая часть вещества (несколько процентов).

Вблизи фронта ударной волны производные $\frac{dw}{d\xi}$ и $\frac{dc}{d\xi}$ обращаются в бесконечность, как $\frac{1}{\sqrt{\xi_{\text{фр}} - \xi}}$. Это связано

с тем обстоятельством, что ширина зоны реакции положена равной нулю. В случае плоской детонации это предположе-

ние непротиворечиво, потому что производные всех величин вблизи фронта детонации конечны, так что малой ширине фронта отвечает малое изменение величин. В случае сферической детонации изменение величин на ширине фронта конечно, так что движение



Фиг. 68.

вещества за фронтом реакции влияет на ход реакции во фронте. Это ведёт к уменьшению скорости сферической детонации по сравнению со скоростью плоской детонационной волны.

Отметим ещё любопытную особенность точки сопряжения области покоя с областью движения продуктов реакции. В этой точке первая производная $\frac{dw}{d\xi}$ обращается в нуль, а все высшие производные бесконечны. Таким образом, динамические величины не терпят в этой точке разрыва. Эта точка перемещается относительно центра со скоростью, равной скорости звука в области покоя.

На примере этой задачи хорошо видна польза перехода к автомодельным переменным. В случае плоской детонации такой переход тоже производился ранее в соответствующем месте, но там он не дал ничего существенно нового по сравнению с тем, что даёт метод характеристик.

Я. Б. ЗЕЛЬДОВИЧ
А. С. КОМПАНИЕЦ

ТЕОРИЯ
ДЕТОНАЦИИ

